

**ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ N 1.2.1 ПО КУРСУ «МАТЕМАТИКА»
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПЕРВОГО КУРСА СПЕЦИАЛЬНОСТИ «ОРГАНИЗАЦИЯ
ПЕРЕВОЗОК»**

Тема: *Интегральное исчисление*

Срок сдачи: . .20

Задание 4.3: Найти первообразную функции $y = f(x)$.

Задание 4.4: Вычислить определённые интегралы.

Задание 4.5: Найти площадь указанной фигуры.

Задание 4.6: Пользуясь методом трапеций, вычислить статические моменты указанной фигуру, разбивая отрезок интегрирования на 4 равные части. Оценить погрешность. Определите координаты центра тяжести.

Задание 4.7: Пользуясь методом Симпсона, вычислить длину дуги указанной кривой, разбивая отрезок интегрирования на 4 равные части. Оценить погрешность.

Задание 4.8: Вычислить указанные несобственные интегралы или доказать их расходимость.

Варианты заданий:

4.3.0: а) $y = \frac{x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5}{(x^2 - 4)(x^2 + 2)}$; б) $y = e^x(\sin 2x + \cos 3x)$; в) $y = \sqrt{\frac{4x - 1}{-x + 2}}$.

4.3.1: а) $y = e^{2x}(x + 3)$; б) $y = e^{2x}(\sin 3x + \cos 4x)$; в) $y = \sin^2 x \cos x$.

4.3.2: а) $y = \frac{2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 5x + 6}{(x^2 - 9)(x^2 + 4)}$; б) $y = e^{3x}(\sin 4x + \cos x)$; в) $y = \sqrt{\frac{-9x + 2}{x - 3}}$.

4.3.3: а) $y = (2x - 1) \cos 3x$; б) $y = e^{4x}(\sin x + \cos 2x)$; в) $y = \sin^2 x \cos^3 x$.

4.3.4: а) $y = \frac{3x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 6x + 7}{(x^2 - 1)(x^2 + 6)}$; б) $y = e^{-x}(\sin 2x + \cos 3x)$; в) $y = \sqrt{\frac{16x + 1}{-x + 5}}$.

4.3.5: а) $y = (2x - 1) \sin 3x$; б) $y = e^{-2x}(\sin 3x + \cos 4x)$; в) $y = x^2 \arctg x$.

4.3.6: а) $y = \frac{4x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 7x + 8}{(x^2 - 4)(x^2 + 3)}$; б) $y = e^{-3x}(\sin 4x + \cos x)$; в) $y = \sqrt{\frac{-x + 2}{x - 1}}$.

4.3.7: а) $y = e^{3x}(x + 1)$; б) $y = e^{-4x}(\sin x + \cos 2x)$; в) $y = x^2 \ln x$.

4.3.8: а) $y = \frac{5x^4 + 6x^3 + 7x^2 + 8x + 9}{(x^2 - 9)(x^2 + 5)}$; б) $y = e^{-2x}(\sin 3x - \cos 4x)$; в) $y = \sqrt{\frac{-4x + 1}{x - 1}}$.

4.3.9: а) $y = (3x + 1) \cos 2x$; б) $y = e^{-3x}(\sin 4x - \cos x)$; в) $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$.

4.4.0: а) $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x dx}{1 + x^2}$; б) $\int_0^1 e^{4x}(2x - 3) dx$; в) $\int_0^\pi \sin x \cos^2 x dx$.

4.4.1: а) $\int_0^1 \frac{6x^4 + 7x^3 + 8x^2 + 9x + 1}{(x^2 - 4)(x^2 + 3)} dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin 3x dx$; в) $\int_0^1 \sqrt{\frac{9x - 1}{-x + 2}} dx$.

4.4.2: а) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx$; б) $\int_0^1 (5x - 1) \sin 2x dx$; в) $\int_0^\pi \sin^3 x \cos^2 x dx$.

4.4.3: а) $\int_0^1 \frac{7x^4 + 8x^3 + 9x^2 + x + 2}{(x^2 - 9)(x^2 + 5)} dx$; б) $\int_1^2 \frac{x^2 dx}{1 + x^3}$; в) $\int_{-2}^0 \sqrt{\frac{-16x + 1}{x - 3}} dx$.

4.4.4: а) $\int_0^2 \frac{dx}{4 + x^2}$; б) $\int_0^2 e^{2x}(x - 3) dx$; в) $\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$.

4.4.5: а) $\int_0^1 \frac{8x^4 + 9x^3 + x^2 + 2x + 3}{(x^2 - 4)(x^2 + 2)} dx$; б) $\int_1^{\sqrt{3}} 2x \ln x dx$; в) $\int_2^3 \sqrt{\frac{x + 4}{-x - 3}} dx$.

4.4.6: а) $\int_0^{\frac{1}{5}} e^{5x} dx$; б) $\int_0^1 (x - 5) \cos 2x dx$; в) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}$.

4.4.7: а) $\int_0^1 \frac{9x^4 + x^3 + 2x^2 + 3x + 4}{(x^2 - 9)(x^2 + 4)} dx$; б) $\int_1^4 \frac{(1 + x) dx}{\sqrt{x}}$; в) $\int_{-1}^1 \sqrt{\frac{-4x + 1}{x + 4}} dx$.

4.4.8: а) $\int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{\sin^2 3x}$; б) $\int_0^1 (3x-1) \sin 2x dx$; в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{1 + \sin^2 x}$.

4.4.9: а) $\int_0^1 \frac{x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5}{(x^2 - 4)(x^2 + 7)} dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{\cos^2 3x}$; в) $\int_{-2}^0 \sqrt{\frac{9x-1}{-x-5}} dx$.

.....

4.5.0: Область, заключённая между параболой $y = x^2 - 2x + 1$ и $y = -2x^2 + 4x$.

4.5.1: Верхняя область, ограниченная первым витком архимедовой спирали $r = 2\phi$ и осью абсцисс.

4.5.2: Эллипс, заданный параметрическими уравнениями $x = 2 \cos t + 1$, $y = 3 \sin t - 1$.

4.5.3: Область, заключённая между параболой $y = x^2 - x$ и прямой $y = 2x$.

4.5.4: Область, ограниченная кривой $r = \sin 3\phi$.

4.5.5: Область, заключённая между параболой $y = x^2 - 3x + 2$ и $y = 2x^2 - 6x + 4$.

4.5.6: Левая область, ограниченная первым витком архимедовой спирали $r = \frac{1}{2}\phi$ и осью ординат.

4.5.7: Область, заключённая между гиперболой $x^2 - y^2 = 1$ и вертикальной прямой $x = 2$.

4.5.8: Область, заключённая между параболой $y = 2x - x^2$ и прямой $y = -x$.

4.5.9: Область, ограниченная кривой $r = \frac{1}{2} \sin 4\phi$.

.....

4.6.0: Криволинейная трапеция, ограниченная кривой $y = x^2$ на отрезке $[1, 5]$.

4.6.1: Криволинейная трапеция, ограниченная кривой $y = x^3$ на отрезке $[0, 4]$.

4.6.2: Криволинейная трапеция, ограниченная кривой $y = \frac{1}{1+x}$ на отрезке $[0, 4]$.

4.6.3: Криволинейная трапеция, ограниченная кривой $y = 2x^3$ на отрезке $[1, 5]$.

4.6.4: Криволинейная трапеция, ограниченная кривой $y = \frac{1}{1+x^2}$ на отрезке $[-2, 2]$.

4.6.5: Криволинейная трапеция, ограниченная кривой $y = x^2 - 1$ на отрезке $[-6, -2]$.

4.6.6: Криволинейная трапеция, ограниченная кривой $y = 1 - x^3$ на отрезке $[-1, 1]$.

4.6.7: Криволинейная трапеция, ограниченная кривой $y = \frac{x^2}{1+x}$ на отрезке $[0, 4]$.

4.6.8: Криволинейная трапеция, ограниченная кривой $y = \frac{x}{1+x^2}$ на отрезке $[1, 5]$.

4.6.9: Криволинейная трапеция, ограниченная кривой $y = x^2 + 1$ на отрезке $[-6, -2]$.

.....

4.7.0: $x = t + 1$, $y = t^2$, $t \in [0, 4]$.

4.7.1: $x = \frac{1}{t}$, $y = t + 2$, $t \in [1, 5]$.

4.7.2: $x = t - 1$, $y = t^3$, $t \in [-2, 2]$.

4.7.3: $x = t^2 - 1$, $y = t + 2$, $t \in [-1, 3]$.

4.7.4: $x = t - 2$, $y = \frac{1}{1+t^2}$, $t \in [-3, 1]$.

4.7.5: $x = \frac{1}{x-1}$, $y = t + 1$, $t \in [-4, 0]$.

4.7.6: $x = t + 2$, $y = (t-1)^2$, $t \in [1, 5]$.

4.7.7: $x = 1 - t^3$, $y = t - 1$, $t \in [-1, 3]$.

4.7.8: $x = t - 2$, $y = t^2 + t$, $t \in [-3, 1]$.

4.7.9: $x = \frac{2}{1+t}$, $y = t + 3$, $t \in [0, 4]$.

.....

4.8.0: а) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{1+x^2}$; б) $\int_1^{+\infty} \frac{x dx}{1+x}$.

4.8.1: а) $\int_0^1 \frac{x dx}{1-x}$; б) $\int_{-2}^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$.

4.8.2: а) $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$; б) $\int_1^{+\infty} x \ln x dx$.

4.8.3: а) $\int_0^1 x \ln x dx$; б) $\int_2^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x}$.

4.8.4: а) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$; б) $\int_0^1 \frac{dx}{x \ln^2 x}$.

4.8.5: а) $\int_0^\pi \operatorname{tg} x dx$; б) $\int_{\frac{1}{4}}^3 \frac{dx}{\sqrt{(4x-1)(x-3)}}$.

$$4.8.6: \text{ а) } \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \text{ б) } \int_0^{\pi} \operatorname{ctg} x \, dx .$$

$$4.8.7: \text{ а) } \int_0^1 \frac{x \, dx}{1-x}; \quad \text{ б) } \int_1^9 \frac{dx}{\sqrt{(x-1)\left(\frac{x}{9}-1\right)}}.$$

$$4.8.8: \text{ а) } \int_{-\infty}^0 x^2 e^{x^3} \, dx; \quad \text{ б) } \int_{-2}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+2)^5}}.$$

$$4.8.9: \text{ а) } \int_0^{+\infty} \frac{x \, dx}{1+x}; \quad \text{ б) } \int_0^9 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}.$$