

Лабораторная работа №4.

Оптимизация и численные Методы решения обыкновенных Дифференциальных уравнений.

Цель работы: освоение графических методов оптимизации функций нескольких переменных, аналитических и численных методов решения обыкновенных Дифференциальных уравнений.

Вопросы для повторения.

1. Что такое *критическая точка* функции одной и нескольких переменных?
2. Что такое *экстремум* функции одной и нескольких переменных?
3. В чем различие понятий *критическая точка* и *экстремум*?
4. Необходимое условие *экстремума* .
5. Достаточное условие *экстремума* .
6. Линии уровня функции нескольких переменных.
7. Градиент функции нескольких переменных.
8. Связь градиента и линий уровня функции нескольких переменных.
9. Теорема существования и единственности решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
9. Что такое задача Коши?
10. Общее решение дифференциального уравнения.
11. Частное решение дифференциального уравнения.
12. Метод разделения переменных в задаче решения дифференциального уравнения.

Часть 1. Оптимизация функции нескольких переменных в области.

Задание.

Дана функция $f(x, y)$ и область вида $x_1 \leq x \leq x_2$; $y_1 \leq y \leq y_2$. Найти наибольшее значение функции в области.

Выполнение (графическое решение).

Определим функцию $f(x, y) :=$

Область по умолчанию предполагается $-5 \leq x \leq 5$, $-5 \leq y \leq 5$, иначе в окне `3PlotFormat` меняем вставку `QuickPlotData` на нужную.

Если функция определена не на всей области, то будут возникать сообщения об ошибке.

Надписи высоты на линиях уровня задаются в `Special: Numbered` .

`Max` и `Min` надо найти при помощи `SurfacePlot`, поворачивая график мышкой, а потом уточнить ответ по линиям уровня `CounterPlot` .

Часть 2. Численное решение дифференциальных уравнений методом Эйлера.

Задание.

Дана задача Коши
$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

Найти решение на отрезке $[x_0, x_0 + T]$.