

## Темы НИРС и дополнительные задания

### Дополнительные задания

- 1) Написать программу скобочного разбора арифметических выражений с учетом приоритета операций  $+$ ,  $-$ ,  $:$ ,  $*$  и степени. По набранному с клавиатуры арифметическому выражению программа должна либо диагностировать синтаксическую ошибку, либо пошагово печатать результаты действий
- 2) Написать программу скобочного разбора логических выражений с учетом приоритета операций отрицания, конъюнкции, дизъюнкции и импликации. По набранному с клавиатуры логическому выражению программа должна либо диагностировать синтаксическую ошибку, либо пошагово печатать результаты действий.
- 3) Написать программу на языке  $C$ , печатающую собственный текст (без обращения к файлам наподобие функции **read**)
- 4) Написать программу эмуляции машины Тьюринга, переворачивающей фразу на русском языке задом наперед. По набранной с клавиатуры фразе программа должна пошагово печатать результаты действий с указанием текущего состояния.
- 5) Написать программу на языке с конечным числом переменных, реализующую запись массива и извлечение его элементов при помощи основной теоремы арифметики.

### Тема для НИРС

Действительное число  $\alpha$  называется *вычислимым*, если существует вычислимая функция  $a$ , которая по любому рациональному  $\varepsilon > 0$  даёт рациональное приближение к  $\alpha$  с ошибкой не более  $\varepsilon$ , т. е.  $|\alpha - a(\varepsilon)| \leq \varepsilon$  для любого рационального  $\varepsilon > 0$ . (Рациональное число является конструктивным объектом, так что понятие вычислимости не требует специального уточнения.)

(а) Докажите, что число  $\alpha$  вычислимо тогда и только тогда, когда множество рациональных чисел, меньших  $\alpha$ , разрешимо.

(б) Докажите, что число  $\alpha$  вычислимо тогда и только тогда, когда последовательность знаков представляющей его десятичной (или двоичной) дроби вычислима.

(в) Докажите, что число  $\alpha$  вычислимо тогда и только тогда, когда существует вычислимая последовательность рациональных чисел, вычислимо сходящаяся к  $\alpha$  (последнее означает, что можно ал-

горитмически указать  $N$  по  $\varepsilon$  в стандартном  $\varepsilon$ - $N$ -определении сходимости.)

(г) Покажите, что сумма, произведение, разность и частное вычислимых действительных чисел вычислимы. Покажите, что корень многочлена с вычислимыми коэффициентами вычислим.

(д) Сформулируйте и докажите утверждение о том, что предел вычислимо сходящейся последовательности вычислимых действительных чисел вычислим.

(е) Действительное число  $\alpha$  называют *перечислимым снизу*, если множество всех рациональных чисел, меньших  $\alpha$ , перечислимо. (Перечислимость сверху определяется аналогично.) Докажите, что число  $\alpha$  перечислимо снизу тогда и только тогда, когда оно является пределом некоторой вычислимой возрастающей последовательности рациональных чисел.

(ж) Докажите, что действительное число вычислимо тогда и только тогда, когда оно перечислимо снизу и сверху.