

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

У Т В Е Р Ж Д А Ю

Проректор по УМР и К

Бамбаева Н.Я.

« ____ » _____ 2011 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине	<i>Б 2.2 МАТЕМАТИКА. Алгебра и геометрия</i>	
	<i>шифр и название дисциплины</i>	
Направление подготовки	<i>230100- Информатика и вычислительная техника</i>	
Квалификация (степень)	<i>Бакалавр</i>	
Профиль подготовки	<i>230101 -Вычислительные машины, комплексы, системы и сети</i>	
Факультет	<i>ФПМВТ</i>	
Кафедра	<i>Высшей математики</i>	
Курс обучения	<i>Первый и второй</i>	
Форма обучения	<i>Очная</i>	
Общий объем учебных часов на дисциплину	<i>180 час</i>	<i>5 зач.ед</i>
Семестр	<i>2,3</i>	<i>сем.</i>
Объем аудиторной нагрузки	<i>36/54</i>	<i>час.</i>
Лекции	<i>18/20</i>	<i>час.</i>
Практические занятия	<i>18/34</i>	<i>час.</i>
Лабораторные работы	<i>-</i>	<i>час.</i>
Курсовой проект	<i>-</i>	
Зачет	<i>2</i>	<i>сем.</i>
Экзамен	<i>3</i>	<i>сем.</i>
Объем самостоятельной работы студента	<i>36/54</i>	<i>час.</i>

Москва – 2011г

Рабочая программа составлена на основании Примерной учебной программы дисциплины **Б2.2 МАТЕМАТИКА. Алгебра и геометрия** и в соответствии с требованиями ФГОС ВПО, утвержденного приказом Министра образования и науки Российской Федерации от «09» 11 2009 г. № 553 по направлению подготовки 230100 Информатика и вычислительная техника, квалификация (степень) - Бакалавр.

Рецензент:

Рабочую программу составили:

Доц. каф. Высшей математики,
к. ф.м.н ., доцент

(должность, степень, звание)

Илларионова О.Г.

Подпись

(Фамилия, инициалы)

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры:

Протокол № 10 от «20» мая 2011 г.

Зав. кафедрой,

Д.т.н ., профессор

(должность, степень, звание)

от «20» мая 2011 г.

Самохин А. В.

Подпись

(Фамилия, инициалы)

Рабочая программа одобрена методическим советом специальности
230101- Вычислительные машины, комплексы, системы и сети

(шифр, наименование)

Протокол № _____ от « » _____ 2011 г.

Председатель

методического совета,

Д.т.н., профессор

(должность, степень, звание)

от « » _____ 2011 г.

Соломенцев В.В.

Подпись

(Фамилия, инициалы)

Рабочая программа согласована с Учебно-методическим управлением (УМУ)

Начальник УМУ, к.э.н., доц.

(должность, степень, звание)

Борзова А.С.

Подпись

(Фамилия, инициалы)

1. Цели освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины (модуля) **Математика. Алгебра и геометрия** являются формирование личности студентов, развитие их интеллекта и способностей к логическому и алгоритмическому мышлению, обучение основным математическим понятиям и методам аналитической геометрии и линейной алгебры; показать единство аналитических и геометрических подходов в математике; дать базовые знания и практические навыки для успешного освоения фундаментальных, и специальных дисциплин учебного плана и применения алгебраических и геометрических методов для построения математических моделей реальных процессов.

Дисциплина является одной из важнейших теоретических и прикладных математических дисциплин, определяющих уровень профессиональной подготовки современного специалиста по информатике и вычислительной технике.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина (модуль) **Математика. Алгебра и геометрия** относится к учебным дисциплинам базовой части математического и естественнонаучного цикла основной образовательной программы (ООП) направления подготовки 230100 – *Информатика и вычислительная техника*, квалификация (степень) – Бакалавр.

Для успешного освоения дисциплины студент должен владеть знаниями, умениями и навыками, сформированными школьной программой по дисциплине *Математика*.

Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются в большинстве естественнонаучных и инженерных дисциплинах, модулях и практиках ООП.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- линейную алгебру;
- аналитическую геометрию.

Уметь:

- применять математические методы, физические законы и вычислительную технику для решения практических задач.

Владеть:

- методами аналитической геометрии,
- численными методами решения систем дифференциальных и алгебраических уравнений.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) **Б.2.2 Математика.**

Алгебра и геометрия у студента формируются следующие компетенции:

а) общекультурные (ОК):

- владеть культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения (ОК–1);

- использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования в теоретических и экспериментальных исследованиях (ОК-10);

б) профессиональные (ПК):

- осваивать методики использования программных средств для решения практических задач (ПК-2).

4. Структура и содержание дисциплины (модуля) Математика. Алгебра и геометрия

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины, тема	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Л	ПР	Лаб	СРС	
1	РАЗДЕЛ 1. Матрицы, определители, системы линейных уравнений	2	1-5	6	6		10	Зачет, защита КДЗ-1
2	Тема 1.1. Числовые матрицы и действия над ними.	2	1-2	2	2		2	Зачет, защита КДЗ-1
3	Тема 1.2. Определители с действительными коэффициентами. Метод Крамера решения линейных систем.	2	2-3	2	2		4	Зачет, защита КДЗ-1
4	Тема 1.3. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса и средствами матричного исчисления.	2	3-5	2	2		4	Зачет, защита КДЗ-1
5	РАЗДЕЛ 2. Векторная алгебра	2	6-10	6	6		10	Зачет, защита КДЗ-2
6	Тема 2.1. Векторы. Линейные операции над векторами.	2	6-7	2	2		2	Зачет, защита КДЗ-2
7	Тема 2.2. Скалярное и векторное произведения векторов.	2	8-9	2	2		4	Зачет, защита КДЗ-2
8.	Тема 2.3. Смешанное произведение векторов.	2	9-10	2	2		4	Зачет, защита КДЗ-2
9	РАЗДЕЛ 3. Аналитическая геометрия на плоскости.	2	11-17	6	6		10	Зачет, защита КДЗ-3
10	Тема 3.1. Прямая на плоскости.	2	11-13	2	2		2	Зачет, защита КДЗ-3
11	Тема 3.2. Кривые второго порядка.	2	13-15	2	2		4	Зачет, защита КДЗ-3
12	Тема 3.3. Параметрическое задания кривой. Кривые в полярных координатах.	2	15-17	2	2		4	Зачет, защита КДЗ-3
13	Подготовка к зачету	2	17-18				6	Форма промежуточной аттестации - зачет
14	ИТОГО за семестр			18	18		36	

4. Структура и содержание дисциплины (модуля) Математика. Алгебра и геометрия

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Л	ПР	Лаб	СРС	
1	РАЗДЕЛ 4. Аналитическая геометрия в пространстве	3	1-5	6	10		6	Защита КДЗ-1, блок 1
2	Тема 4.1. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.	3	1	2	2		2	Защита КДЗ-1, блок 1
3	Тема 4.2. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	3	2-3	2	4		2	Защита КДЗ-1, блок 1
4	Тема 4.3. Поверхности второго порядка, их классификация.	3	4-5	2	4		2	Защита КДЗ-1, блок 1
6	РАЗДЕЛ 5. Векторные пространства и линейные операторы	3	6-11	8	14		6	Защита КДЗ-2, блок 2
7	Тема 5.1. Линейные пространства.	3	6	2	4		1	Защита КДЗ-2, блок 2
8	Тема 5.2. Линейные операторы.	3	7-8	2	4		1	Защита КДЗ-2, блок 2
9	Тема 5.3. Собственные вектора и собственные значения линейного оператора.	3	9	2	2		2	Защита КДЗ-2, блок 2
10	Тема 5.4. Билинейные и квадратичные формы.	3	10-11	2	4		2	Защита КДЗ-2, блок №2
11	РАЗДЕЛ 6. Евклидовы пространства.	3	12-15	4	6		4	Защита КДЗ-3, экзамен
12	Тема 6.1. Ортогональность в евклидовом пространстве.	3	12-13	2	4		2	Защита КДЗ-3, экзамен
13	Тема 6.2. Сопряженные и ортогональные операторы в евклидовом пространстве.	3	14-15	2	2		2	Защита КДЗ-3, экзамен
14	РАЗДЕЛ 7. Элементы тензорного анализа.		16-17	2	4		2	Экзамен
15	Тема 7.1. Тензоры и действия над ними.	3	16-17	2	4		2	Экзамен

16	Подготовка к экзамену	3				36	Форма промежуточной аттестации-экзамен
17	ИТОГО за семестр			20	34	54	
18	Всего			38	52	90	

Матрица соотнесения тем/разделов учебной дисциплины и формируемых в них профессиональных и общекультурных компетенций

<i>Разделы дисциплины, темы (наименования)</i>	<i>Количество часов</i>	<i>Компетенции</i>				
		ОК- 1	ОК-10	ПК-2		<i>Общее количество компетенций</i>
РАЗДЕЛ 1. Матрицы, определители, системы линейных уравнений	22					
Тема 1.1. Числовые матрицы и действия над ними.	6	+		+		2
Тема 1.2. Определители с действительными коэффициентами. Метод Крамера решения линейных систем.	8	+	+	+		3
Тема 1.3. Решение систем линейных уравнений методами Гаусса и средствами матричного исчисления.	8	+	+			2
РАЗДЕЛ 2. Векторная алгебра	22					
Тема 2.1. Векторы. Линейные операции над векторами.	6	+	+			2
Тема 2.2. Скалярное и векторное произведения векторов.	8	+				1
Тема 2.3. Смешанное произведение векторов.	8	+				1
РАЗДЕЛ 3. Аналитическая геометрия на плоскости.	22					
Тема 3.1. Прямая на плоскости.	6	+				1
Тема 3.2. Кривые второго порядка.	8	+	+	+		3
Тема 3.3. Параметрическое задания кривой. Кривые в полярных координатах.	8	+	+	+		3

Подготовка к зачету	<i>6</i>					
РАЗДЕЛ 4. Аналитическая геометрия в пространстве	22					
Тема 4.1. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.	6	+	+			2
Тема 4.2. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	8	+	+			2
Тема 4.3. Поверхности второго порядка, их классификация.	8	+	+			2
РАЗДЕЛ 5. Линейные пространства и линейные операторы. Квадратичные формы.	28					
Тема 5.1. Линейные пространства.	7	+	+			2
Тема 5.2. Линейные операторы.	7	+	+			2
Тема 5.3. Собственные вектора и собственные значения линейного оператора.	6	+	+	+		3
Тема 5.4. Билинейные и квадратичные формы.	8	+	+			2
РАЗДЕЛ 6. Евклидовы пространства.	14					
Тема 6.1 . Ортогональность в евклидовом пространстве.	8	+	+			2
Тема 6.2. Сопряженные и ортогональные операторы в евклидовом пространстве.	6	+				1
РАЗДЕЛ 7. Элементы тензорного анализа.	8					
Тема 7.1. Тензоры и действия над ними. Симметрические и кососимметрические тензоры.	8	+				1
Подготовка к экзамену	36					
Итого	180					

Содержание дисциплины (модуля)

В первом семестре читается 9 лекций по 2 часа каждая.

Раздел 1. Матрицы, определители, системы уравнений. (6 часов)

([1], гл.1, §§ 1-4, [2], гл.1, §§ 1-4).

ЛК 1.1. Место линейной алгебры и аналитической геометрии в естествознании. Роль отечественных ученых в развитии этих наук. Понятие матрицы. Операции над матрицами и их свойства.

ЛК 1.2. Определители и их свойства. Методы вычисления определителей с действительными коэффициентами. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

ЛК 1.3. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Обратная матрица и матричный способ решения систем уравнений. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений. Однородные и неоднородные системы.

Раздел 2. Векторная алгебра. (6 часов)

([1], гл.9, §§1-8; [2], гл.2, §§5-8).

ЛК 2.1. Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Декартовы координаты вектора и точки. Линейные операции над векторами в координатах.

ЛК 2.2. Скалярное произведение векторов, его свойства, координатное выражение. Векторное произведение векторов, его свойства, координатное выражение. Геометрические приложения скалярного и векторного произведения.

ЛК 2.3. Смешанное произведение векторов, его свойства, координатное выражение и геометрические приложения.

Раздел 3. Аналитическая геометрия на плоскости. (6 часов)

([1], гл.3, §§3-8, гл. 9, §§ 9-14, [2], гл. 3, §§10,11).

ЛК 3.1. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых. Угол между прямыми на плоскости. Расстояние от точки до прямой.

ЛК 3.2. Кривые второго порядка, их свойства. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы.

ЛК 3.3. Параметрическое задание кривой на плоскости. Кривые в полярных координатах.

Во втором семестре читается 10 лекций по 2 часа каждая.

Раздел 4. Аналитическая геометрия в пространстве. (6 часов)

([1], гл. 9, §§ 9-14, [2], гл.4, §12).

ЛК 4.1. Различные виды уравнений плоскости. Угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости. Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве. Угол между прямыми.

ЛК 4.2. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.

ЛК 4.3. Поверхности второго порядка, их классификация, канонические уравнения.

Раздел 5. Линейные пространства и линейные операторы. Квадратичные формы.
(8 часов)

([3], гл.VI, §§ 1-4).

ЛК 5.1. Понятия линейного векторного пространства и подпространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Матрица перехода от базиса к базису.

ЛК 5.2. Линейные операторы и действия над ними. Матрица линейного оператора. Ядро и образ линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.

ЛК 5.3. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, их свойства. Характеристический многочлен.

ЛК 5.4. Билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

Раздел 6. Евклидовы пространства. (4 часа) .

([3], гл.VII, §§ 1, 2).

ЛК 6.1. Понятие евклидова пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грама и ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве.

ЛК 6.2. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Ортогональные операторы. Их свойства. Ортогональные матрицы.

Раздел 7. Элементы тензорного анализа. (2 часа)

([3], гл.X, §§ 1, 2).

ЛК 7.1. Понятие тензора. Его валентность. Операции над тензорами: сложение, тензорное произведение, свертка. Симметрические и кососимметрические тензоры.

Перечень тем практических занятий. Их объем в часах.

В первом семестре проводятся 9 практических занятий по 2 часа каждое.

ПР 1. Матрицы и действия над ними.

ПР 2. Вычисление определителей различного порядка. Формулы Крамера решения систем линейных уравнений.

ПР 3. Вычисление обратной матрицы. Матричный метод решения систем линейных уравнений. Вычисление ранга матрицы. Применение теоремы Кронекера-Капелли. Решение линейных систем алгебраических уравнений методом Гаусса.

- ПР 4. Действия над векторами. Линейная зависимость векторов. Вычисление скалярного произведения векторов. Применение критерия перпендикулярности двух векторов.
- ПР 5. Вычисление векторного и смешанного произведений векторов. Применение критериев коллинеарности и компланарности векторов.
- ПР 6. Решение задач на приложения скалярного, векторного и смешанного произведения для вычисления углов, площадей, объемов.
- ПР 7. Контрольная работа по теме: «Векторная алгебра» (1 час). Уравнения прямой на плоскости.
- ПР 8. Кривые второго порядка. Приведение уравнений кривых к каноническому виду в декартовых координатах.
- ПР 9. Полярные координаты. Построение кривых в полярной системе координат и кривых, заданных параметрически.

Во втором семестре проводятся 17 практических занятий по 2 часа каждое.

- ПР 10. Уравнения плоскости в пространстве. Неполные уравнения плоскостей. Уравнения прямой в пространстве. Пучок плоскостей.
- ПР 11. Решение задач на взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.
- ПР 12. Расстояние от точки до плоскости, от точки до прямой, между прямыми и плоскостями.
- ПР 13. Исследование поверхностей второго порядка методом сечений.
- ПР 14. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
- ПР 15. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг системы векторов. Линейные векторные пространства и подпространства. Нахождение базиса и размерности линейного пространства.
- ПР 16. Связь между базисами линейного пространства.
- ПР 17. Линейные операторы. Нахождение ядра и образа линейного оператора.
- ПР 18. Вычисление собственных значений, собственных векторов и собственных подпространств линейного оператора.
- ПР 19. Билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
- ПР 20. Закон инерции для квадратичных форм. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.
- ПР 21. Понятие евклидова пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грама скалярного произведения. Нахождение ортогонального и ортонормированного базисов.
- ПР 22. Построение ортогонального дополнения подпространства в евклидовом пространстве.
- ПР 23. Сопряженные и самосопряженные операторы. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора.
- ПР 24. Ортогональные операторы и ортогональные матрицы.

ПР 25. Понятие тензора в линейном пространстве. Действия над тензорами: сложение, умножение на число, тензорное умножение, свертка.

ПР 26. Симметрические и кососимметрические тензоры.

5. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины **Алгебра и геометрия** используются как традиционные формы и методы обучения (лекции, практические (семинарские) занятия), так и методы компьютерной математики при выполнении КДЗ с использованием современных математических пакетов типа MATCAD и MAPLE с целью самопроверки результатов, полученных в ручном режиме.

Проведение аудиторных занятий (лекций и практических занятий) предполагает использование аудиовизуальных электронных и компьютерных средств мультимедиа, имеющихся в арсенале Университета.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

6.1. Каждый студент в течение 1 и 2 семестров самостоятельно выполняет по 3 контрольных домашних задания (КДЗ), содержание которых по индивидуальным вариантам представлены в методических пособиях, разработанных кафедрой Высшей математики МГТУ ГА (см. раздел 7- источники [8, 9]) и в источнике [5].

Данные материалы можно скачать с сайта кафедры высшей математики vm.mstuca.ru.

*Темы КДЗ для выполнения самостоятельной работы студентов
и подтверждения приобретенных им компетенций.*

Семестр 2.

КДЗ 1. Матрицы, определители, системы линейных уравнений. [6]. (ОК-1, ПК-2)

КДЗ 2. Векторная алгебра. [6].(ОК-1)

КДЗ 3. Аналитическая геометрия на плоскости. [6].(ОК-1)

Семестр 3.

КДЗ 1. Аналитическая геометрия в пространстве. [6]. (ОК-1, ПК-2)

КДЗ 2. Линейные операторы и квадратичные формы.[5, раздел X]. (ОК-1)

КДЗ 3. Ортогональные базисы и подпространства. [5, раздел X].(ОК-1)

6.2. Правильность ответов задач КДЗ можно частично проверить с помощью компьютерных программ Maple или MatCad.

6.3. Контроль знаний текущего материала студенты могут осуществить с помощью тестовых заданий на компьютере.

6.4. Студенты могут использовать электронные учебные пособия, вопросы и образцы задач рубежного контроля, размещенные на сайте кафедры Высшей математики vm.mstuca.ru.

Вопросы для самоконтроля и подготовки к зачету (семестр 1).

1. Дать определения квадратной матрицы, ее определителя.
2. Для каких матриц существует обратная матрица?
3. Применим ли метод Гаусса для систем размерности 5×6 ?
4. Как изменится определитель, если вторую строку заменить на сумму первого и второго столбцов?
5. Сформулировать условия параллельности двух прямых на плоскости и в пространстве.
6. Доказать теорему Кронекера-Капелли.
7. На какие типы делятся кривые второго порядка?
8. На какие типы делятся поверхности второго порядка?
9. Сформулировать и доказать критерий коллинеарности двух векторов.
10. Какие векторы называются компланарными?
11. Может ли система из пяти векторов являться базисом в трехмерном пространстве?
12. Как проверить ортогональность двух векторов на плоскости или в пространстве?

Задачи для самоконтроля и подготовки к зачету (семестр 1).

1. Вычислить ранг матрицы путем приведения ее к треугольному виду

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 2 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 8 & 2 \\ 6 & 2 & -5 \\ 1 & 11 & 6 \end{vmatrix}$.

3. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ вычислить A^{-1} .

4. Решить систему методом Гаусса
$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 5 \\ 5x + y + 4z = 1 \\ x + 6y + 7z = 0 \end{cases}$$

5. Дана матрица $A = (a_{ij})$ размера 4×4 . Выпишите алгебраическое дополнение

элемента a_{23} .

6. Решить систему методом Крамера

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 5 \\ 5x + y + 4z = 1 \\ x + 6y + 7z = 0 \end{cases}$$

7. Дана невырожденная матрица $A = (a_{ij})$ размера 3×3 . Выпишите элемент b_{12} матрицы $B = A^{-1}$.

8. Определить координаты точки A , если ее радиус-вектор составляет с координатными осями одинаковые углы и его модуль равен 3.

9. Доказать, что векторы a, b, c , удовлетворяющие условию $[a, b] + [b, c] + [c, a] = 0$, компланарны.

10. Вычислить скалярное произведение векторов $(2a - b, 3b)$, если $a = (2, 3, -1)$, $b = (4, -2, 5)$.

11. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1, 4)$ перпендикулярно прямой $2x - 7y - 1 = 0$.

12. Составить каноническое уравнение параболы, если известны ее фокус $F(4, 3)$ и уравнение директрисы $y + 1 = 0$.

13. Составить уравнение эллипса с центром в точке $A(-1, 4)$, фокусы которого лежат на прямой, параллельной оси OY , если известно, что расстояние между фокусами равно 6, а эксцентриситет равен $3/5$.

Вопросы к зачету (семестр 1).

1. Понятия квадратной матрицы и определителя. Свойства 1) – 6) определителей.
2. Понятия минора и алгебраического дополнения. Свойства 7)-11) определителей.
3. Формулы Крамера решения системы линейных уравнений.
4. Элементарные преобразования системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
5. Понятие матрицы произвольной размерности. Действия над матрицами и их свойства.
6. Понятие ранга матрицы. Теорема Кронеккера –Капелли (без док-ва).
7. Понятие вектора и его модуля. Линейные операции над векторами и их свойства.
8. Векторное пространство. Понятия линейной зависимости и независимости векторов, базиса в пространстве.
9. Скалярное произведение и его свойства. Вычисление скалярного произведения через координаты.
10. Векторное произведение и его свойства. Вычисление векторного произведения через координаты.

11. Смешанное произведение и его свойства. Вычисление смешанного произведения через координаты.
12. Виды уравнений прямой на плоскости: с угловым коэффициентом, общее, каноническое, в отрезках.
13. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
14. Общее уравнение кривой второго порядка на плоскости.
15. Определение эллипса, вывод его канонического уравнения. Эксцентриситет, директриса и ее свойство.
16. Определение гиперболы, вывод ее канонического уравнения. Эксцентриситет, директриса и ее свойство.
17. Определение параболы, вывод ее канонического уравнения. Эксцентриситет, директриса и ее свойство.

Вопросы к блоку 1 (семестр 2).

1. Виды уравнений плоскости в пространстве: в векторной форме, общее, проходящей через заданную точку, в отрезках.
2. Нормальное уравнение плоскости в пространстве. Отклонение и расстояние от точки до плоскости.
3. Виды уравнений прямой в пространстве: канонические уравнения, параметрические, прямая как пересечение плоскостей.
4. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей, двух прямых, прямой и плоскости в пространстве.
5. Угол между прямой и плоскостью, между двумя плоскостями, между двумя прямыми.
6. Поверхности второго порядка. Их исследование методом сечений.
7. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

Вопросы к блоку 2 (семестр 2).

1. Понятия линейного векторного пространства и подпространства. Примеры. Базис и размерность пространства. Подпространства, порожденные системами векторов.
2. Замена базиса в линейном пространстве. Матрица перехода от базиса к базису.
3. Понятия линейного оператора и преобразования пространства, его ядра и образа. Способ нахождения ядра и образа.
4. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса.
5. Понятия инвариантного подпространства, собственного значения и собственного вектора. Характеристический многочлен.
6. Теорема о нахождении собственных значений и собственных векторов.

7. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного преобразования.
8. Билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы.
9. Приведение квадратичной формы к главным осям. Закон инерции.
10. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

Вопросы к экзамену

1. Понятие евклидова пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грама скалярного произведения.
2. Ортогональный и ортонормированный базисы в евклидовом пространстве..
3. Построение ортогонального дополнения подпространства в евклидовом пространстве.
4. Сопряженные и самосопряженные операторы, их свойства.
5. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора.
6. Ортогональные операторы, их свойства.
7. Ортогональные матрицы и их связь с ортогональными операторами.
8. Понятие тензора, его валентность. Примеры.
9. Действия над тензорами: сложение, умножение, свертка.
10. Симметрические и кососимметрические тензоры, их свойства.

Задачи для самоконтроля и подготовки к экзамену (семестр 2).

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1, 0, 3)$, $B(0, 1, -5)$ и отсекающей на оси ординат отрезок длины 3.
2. Составить канонические уравнения прямой L , заданной в виде

$$L: \quad 3x - 5y + z + 7 = 0; \quad 2x - y + 4z + 9 = 0.$$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3, 2, 5)$ и $B(4, 1, 2)$ параллельно вектору $a = \{2, -1, 0\}$.
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точки $A(-3, 2, 5)$ и $B(4, 1, 2)$.
5. При каких значениях A и B плоскость $Ax + 2y + Bz - 10 = 0$ параллельна прямой $x = 2 - t, \quad y = 7 + 5t, \quad z = -3 + 2t$?
6. Найти угол между векторами AB и BC , если даны координаты точек $A(5, -1, -2)$, $B(0, 2, -1)$, $C(-1, 4, -3)$.
7. Разложить вектор $a = (2, 3, -1)$ по данному базису.

8. Написать матрицу перехода от базиса $e = (-3, 2)$, $f = (4, 1)$ к базису $g = (1, 2)$, $h = (4, 2)$.

9. Найти собственные значения и собственные вектора матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

10. Проверить, является ли оператор, заданный матрицей $D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

самосопряженным.

11. Вычислить скалярное произведение векторов $a(5, 1, 4)$ и $b(-1, 7, 1)$, если

известна матрица Грама $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & 4 \\ 9 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

12. Найти ортонормированный базис для оператора, заданного матрицей

$D = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.

Перечень тем научно-исследовательской работы студентов (НИРС) по дисциплине «Алгебра и геометрия».

1. Ортогональные матрицы.
2. Нильпотентные матрицы.
3. Занимательные кривые.
4. Матричные уравнения.
5. Двойное векторное произведение.
6. Исследование систем линейных уравнений с помощью определителей.
7. Самосопряженные операторы.
8. Аффинные пространства.
9. Свойства многочленов над полями действительных и комплексных чисел.
10. Рефераты по теме «Жизнь и деятельность великих математиков»:
 - 1) Рене Декарт
 - 2) Леонард Эйлер
 - 3) Эварист Галуа и его теория групп.
11. Абелевы группы.
12. Группы подстановок.
13. Тензорное умножение и свертка.
14. Тензоры в евклидовом пространстве.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература.

1. Шипачев В.С. Высшая математика. - М.: «Высшая школа», 2005.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. М.: Айрис-пресс, 2007.
3. Д.В.Беклемишев. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.:Физматлит, 2008.
4. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Наука, 2007.
5. Л.А.Кузнецов. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. Спб.: Лань, 2008.
6. И.С.Красильщик, Г.Н.Радковский, А.С.Самохин. Математика. Часть 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Учебное пособие для студентов 1-го курса дневного обучения. М.: РИО МГТУ ГА, 2006.

Дополнительная литература.

7. Сборник задач по алгебре. Под редакцией А.И. Кострикина. М.: Физико-математическая литература, 2011.
8. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры. - М.: Наука, 2004.
9. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения. - М.: Наука, 2006.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Лицензированные ОС Windows 7 , Internet Explorer.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Лекционные аудитории с компьютером и комнатной видеоустановкой.