

Контрольное домашнее задание 2.
Теория функций комплексного переменного.
Операционное исчисление.

Срок сдачи – до 23 декабря включительно
Одна защищённая задача оценивается в 1 балл
Максимальное количество баллов за КДЗ-2 равно 11

Рекомендуемое методическое пособие с теорией и с образцами решения задач контрольного домашнего задания: *Л. Д. Жулёва, В. Н. Шевелёва, Ю. И. Дементьев, Ю. А. Шуринов „Сборник задач по высшей математике. Часть 3. Ряды. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление“, 2000 г. Библиотечный номер 1461.*

Данное пособие можно скачать в интернете по адресу:
<http://vm.mstuca.ru/posobia/posobia.htm>

Либо только часть, относящуюся к теории функций комплексного переменного, по адресу:
<http://vm.mstuca.ru/posobia/parts/tfkr.pdf>

Либо только часть, относящуюся к операционному исчислению, по адресу:
<http://vm.mstuca.ru/posobia/parts/laplas.pdf>

Задания 1 – 2. Представить числа в тригонометрической и показательной формах. Изобразить числа на комплексной плоскости.

Задание 3. Представить число в алгебраической, тригонометрической и показательной формах.

Задание 4. Найти особые точки функции. Определить их тип.

Задание 5. Найти вычеты функции в особых точках.

Задания 6 – 7. Вычислить интегралы с помощью вычетов.

Задание 8. Найти изображение по оригиналу.

Задания 9. Найти оригинал по изображению.

Задания 10. Решить задачу Коши операционным методом.

Задания 11. Решить систему дифференциальных уравнений операционным методом.

Вариант 1.

1. $z = -3i$
2. $z = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$
3. $z = \frac{2 + 3i}{7 - 5i}$
4. $f(z) = \frac{e^z - 1}{z^3(z + 1)^2}$
5. $f(z) = \frac{1}{z^4 - z^2}$
6. $\oint_{|z|=1} z^2 \cdot \sin \frac{1}{z} dz$
7. $\oint_{|z-1/2|=1} \frac{e^z + 1}{z(z - 1)} dz$
8. $f(t) = 4t \sin t - e^{2t} \cos 4t$
9. $F(p) = \frac{3p^2 - p + 2}{(p - 1)(p^2 + 4p + 5)}$
11. $\begin{cases} x' = x - y, \\ y' = x + y, \end{cases}$
10. $x'' + x = 2 \cos t, x(0) = 0, x'(0) = 1$
- $x(0) = 1, y(0) = 0$

Вариант 2.

1. $z = 7i$
2. $z = 4i + 4$
3. $z = \frac{-4 - 2i}{3 + 7i}$
4. $f(z) = \frac{e^{1/z}}{z^4 - 1}$
5. $f(z) = \frac{z^2}{(z^2 + 1)(z - 3)}$
6. $\oint_{|z-i|=1} \frac{1}{(z^2 + 1)^3} dz$
7. $\oint_{|z-1|=3} \frac{ze^z}{\sin z} dz$
8. $f(t) = 3t^2 - e^{-2t} \cos 5t$
9. $F(p) = \frac{4p + 5}{(p - 2)(p^2 + 4p + 15)}$
11. $\begin{cases} x' = x + 3y + 2, \\ y' = x - y + 1, \end{cases}$
10. $x'' + x = 6e^{-t}, x(0) = 3, x'(0) = 1$
- $x(0) = -1, y(0) = 2$

Вариант 3.

1. $z = -4$
2. $z = -6\sqrt{3}i - 6$
3. $z = \frac{3i - 5}{2i + 4}$
4. $f(z) = \frac{1}{e^z + 1}$
5. $f(z) = z^2 e^{1/z}$
6. $\oint_{|z|=4} \operatorname{ctg} z dz$
7. $\oint_{|z+1|=3} \frac{z^2 + \cos z}{z^3} dz$
8. $f(t) = 3e^{2t} \sin t - 2e^{-t} \cos 5t$
9. $F(p) = \frac{p + 3}{p^3 + 2p^2 + 3p}$
11. $\begin{cases} x' = -x + 3y + 1, \\ y' = x + y, \end{cases}$
10. $x'' + x' = t^2 + 2t, x(0) = 0, x'(0) = -2$
- $x(0) = 1, y(0) = 2$

Вариант 4.

1. $z = 2i$
2. $z = 6 + 2\sqrt{3}i$
3. $z = \frac{5i + 1}{7 - 6i}$
4. $f(z) = \operatorname{ctg} \pi z$
5. $f(z) = \frac{z^2}{(z - 2)^3}$
6. $\oint_{|z|=2} \frac{e^z}{z^3(z + 1)} dz$
7. $\oint_{|z-1|=2} \frac{z - \sin z}{2z^4} dz$
8. $f(t) = (3t^2 - 8t)e^{-t} - 4e^{15t} \cos 8t$
11. $\begin{cases} x' = 3x + 5y + 2, \\ y' = 3x + y + 1, \end{cases}$
9. $F(p) = \frac{p}{(p + 1)(p^2 + 4p + 5)}$
10. $x'' - 3x' + 2x = 12e^{3t}, x(0) = 2, x'(0) = 6$
11. $x(0) = 0, y(0) = 2$

Вариант 5.

1. $z = -8i$
2. $z = 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i$
3. $z = \frac{3 - 5i}{4i + 1}$
4. $f(z) = \frac{\sin \pi z}{(z^2 - 1)^2}$
5. $f(z) = \frac{1}{z^2 - 2z + 5}$
6. $\oint_{|z-1|=1} \frac{e^{2z}}{z^3 - 1} dz$
7. $\oint_{|z-6|=1} \frac{\sin^3 z + 2}{z^2 - 4\pi^2} dz$
8. $f(t) = 2e^{-3t} \sin 4t - (4t^2 + 2t)e^{-t}$
11. $\begin{cases} x' = 2x - 2y, \\ y' = -4x, \end{cases}$
9. $F(p) = \frac{3p - 2}{(p - 1)(p^2 - 6p + 10)}$
10. $x'' + 4x = 8 \sin 2t, x(0) = 3, x'(0) = -1$
11. $x(0) = 3, y(0) = 1$

Вариант 6.

1. $z = 6i$
2. $z = -2\sqrt{3} - 2i$
3. $z = \frac{-3 - 7i}{2i - 1}$
4. $f(z) = \frac{\sin z}{z^3(1 - \cos z)}$
5. $f(z) = \frac{z + 1}{z^2}$
6. $\oint_{|z-i|=2} \frac{z^3}{z^4 + 1} dz$
7. $\oint_{|z+1|=1/2} \frac{\operatorname{tg} z + 2}{4z^2 + \pi z} dz$
8. $f(t) = 3t^2 + t - 2 + 3e^{-7t} \cos 2t$
11. $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 2x + y + 1, \end{cases}$
9. $F(p) = \frac{1}{p^5 + p^3}$
10. $2x'' + 5x' = 29 \cos t, x(0) = -1, x'(0) = 0$
11. $x(0) = 0, y(0) = 5$

Вариант 7.

1. $z = 3$
2. $z = 2\sqrt{3}i - 6$
3. $z = \frac{7 - 2i}{3i + 5}$
4. $f(z) = \frac{\sin \pi z}{(z - 1)^3}$
5. $f(z) = \frac{z^2}{(z^2 + 1)(z - 1)}$
6. $\oint_{|z|=4} \frac{1 - \cos z}{z^3 - \frac{\pi}{2}z^2} dz$
7. $\oint_{|z-1/2|=1} \frac{2 + \sin z}{z(z + 2i)} dz$
8. $f(t) = (t^2 + 2)e^{2t} - e^{-3t} \cos 2t$
9. $F(p) = \frac{p}{(p - 1)(p^2 - 4p + 4)}$
11. $\begin{cases} x' = 2x + 5y, \\ y' = x - 2y + 2, \end{cases}$
10. $x'' - 2x' - 3x = 2t, x(0) = 1, x'(0) = 1$
- $x(0) = 1, y(0) = 1$

Вариант 8.

1. $z = -4i$
2. $z = -3 + 3i$
3. $z = \frac{4i - 3}{6i - 5}$
4. $f(z) = z^2 \sin \frac{1}{z}$
5. $f(z) = \frac{z}{(z - 1)(z - 3)}$
6. $\oint_{|z-1-i|=\sqrt{2}} \frac{dz}{(z - 1)^2(z^2 + 1)}$
7. $\oint_{|z-2|=3} \frac{\cos^2 z + 1}{z^2 - \pi^2} dz$
8. $f(t) = 8e^{-2t} \sin 3t + e^{2t} \cos 8t$
9. $F(p) = \frac{1}{p^3 + p^2 + 2p + 2}$
11. $\begin{cases} x' = -4x + y, \\ y' = -2x - y, \end{cases}$
10. $x'' - x' = t^2, x(0) = 0, x'(0) = 1$
- $x(0) = 2, y(0) = 3$

Вариант 9.

1. $z = -7$
2. $z = -2i + 2\sqrt{3}$
3. $z = \frac{3 + 4i}{2i + 3}$
4. $f(z) = \frac{ze^z}{\sin z}$
5. $f(z) = \frac{z - 1}{z^2 + 4}$
6. $\oint_{|z|=10} \frac{\sin^3 z + 2}{z^2 + 4\pi^2} dz$
7. $\oint_{|z-1|=2} \frac{3z^4 - 2z^3 + 5}{z^4} dz$
8. $f(t) = e^{-4t} \sin 3t \cos 2t + t^2 \sin t$
9. $F(p) = \frac{p}{p^4 - 1}$
11. $\begin{cases} x' = -7x + y, \\ y' = -2x - 5y, \end{cases}$
10. $x'' + 2x' + x = \cos t, x(0) = 0, x'(0) = 0$
- $x(0) = 1, y(0) = 1$

Вариант 10.

1. $z = 3i$
2. $z = 12i - 4\sqrt{3}$
3. $z = \frac{5i - 1}{3i + 8}$
4. $f(z) = \operatorname{ctg}^2 z$
5. $f(z) = \frac{1}{z(z^2 + 1)}$
6. $\oint_{|z|=2} \frac{\sin^2 z}{z \cos z} dz$
7. $\oint_{|z+1/2|=3} \frac{z^3 - 3z^2 + 1}{2z^4} dz$
8. $f(t) = 5e^{3t} \cos 3t \cos 4t + 1 + t^2 e^{3t}$
11. $\begin{cases} x' = -x - 2y + 1, \\ y' = -3x + y, \end{cases}$
9. $F(p) = \frac{4p^2 + 16p - 8}{p^3 - 4p}$
10. $x'' + x' = t^2 + 2t, x(0) = 4, x'(0) = -2$
10. $x(0) = 2, y(0) = 0$

Вариант 11.

1. $z = 4$
2. $z = 3 - 3\sqrt{3}i$
3. $z = \frac{4 - 6i}{2i - 3}$
4. $f(z) = \frac{\sin 3z}{z(1 - \cos z)}$
5. $f(z) = \frac{z^2 + 4}{(z - 1)^3}$
6. $\oint_{|z-1|=1} \frac{dz}{z^4 + 1}$
7. $\oint_{|z-3|=1/2} \frac{e^z}{\sin z} dz$
8. $f(t) = t(e^t + \operatorname{sh} t) - 2 \sin^2 2t$
11. $\begin{cases} x' = -y, \\ y' = 2x + 2y, \end{cases}$
9. $F(p) = \frac{p + 3}{p^3 + p^2 - 2p}$
10. $x'' + 9x = \cos 3t, x(0) = 1, x'(0) = 0$
10. $x(0) = 1, y(0) = 1$

Вариант 12.

1. $z = -6i$
2. $z = -15i + 5\sqrt{3}$
3. $z = \frac{3i + 1}{4 - 2i}$
4. $f(z) = \frac{e^z - 1}{\sin \pi z}$
5. $f(z) = \frac{1}{z^3 - 1}$
6. $\oint_{|z|=2} \frac{z^2}{\sin^2 z \cos z} dz$
7. $\oint_{|z-i|=3/2} \frac{dz}{z(z^2 + 4)}$
8. $f(t) = \operatorname{sh} t \cos 2t \sin 3t + t^3 e^{-3t}$
11. $\begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = 2x - y + 9, \end{cases}$
9. $F(p) = \frac{1}{p^3 + 8}$
10. $x'' + 3x' + 2x = 1 + t + t^2, x(0) = 0, x'(0) = 1$
10. $x(0) = 1, y(0) = 0$

Вариант 13.

1. $z = 2$
2. $z = 5\sqrt{2}i - 5\sqrt{2}$
3. $z = \frac{4i - 6}{6i + 5}$
4. $f(z) = \frac{1}{\cos z}$
5. $f(z) = \frac{z^2}{(z^2 + 1)^2}$
6. $\oint_{|z|=2} \frac{dz}{z(z^2 + 1)}$
7. $\oint_{|z-1|=3} \frac{1 - \sin \frac{1}{z}}{z} dz$
8. $f(t) = -\frac{t}{2} \sin 2t - e^{-3t} \cos t$
11. $\begin{cases} x' = -2x + 5y + 1, \\ y' = x + 2y + 1, \end{cases}$
9. $F(p) = \frac{p^2 - 3}{p^4 + 5p^2 + 6}$
10. $x'' - x = \cos 3t, x(0) = 1, x'(0) = 1$
11. $x(0) = 0, y(0) = 2$

Вариант 14.

1. $z = -5i$
2. $z = 6i - 6\sqrt{3}$
3. $z = \frac{3 - 2i}{-6 - 5i}$
4. $f(z) = \frac{1}{\cos^2 z}$
5. $f(z) = \frac{e^z - 1}{z^2 + z}$
6. $\oint_{|z-1-i|=5/4} \frac{2}{z^2(z-1)} dz$
7. $\oint_{|z|=1} \frac{z^3 - i}{\sin 2z \cdot (z - \pi)} dz$
8. $f(t) = 3t^4 e^{2t} + e^{-t} \sin 8t$
11. $\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = -5x - 3y + 2, \end{cases}$
9. $F(p) = \frac{2p^2 - 3p + 1}{p^3 + 1}$
10. $x'' + x' + x = 7e^{2t}, x(0) = 1, x'(0) = 4$
11. $x(0) = 2, y(0) = 0$

Вариант 15.

1. $z = 7$
2. $z = 5i + 5\sqrt{3}$
3. $z = \frac{8i - 3}{4i + 2}$
4. $f(z) = \frac{z + \pi}{z \sin z}$
5. $f(z) = \frac{z}{z^2 + 4z + 5}$
6. $\oint_{|z|=1} \frac{2 + \sin z}{z(z + 2i)} dz$
7. $\oint_{|z+2|=4} \frac{e^{3z} - 1}{z^3} dz$
8. $f(t) = 2t \cos 3t - t^3 e^{4t} + 1 - t^2$
11. $\begin{cases} x' = -3x - 4y + 1, \\ y' = 2x + 3y, \end{cases}$
9. $F(p) = \frac{p^2}{p^4 - 81}$
10. $x'' - 9x = \sin t - \cos t, x(0) = -3, x'(0) = 2$
11. $x(0) = 0, y(0) = 2$

Вариант 16.

1. $z = -5$
2. $z = -4\sqrt{3}i - 12$
3. $z = \frac{7 - 4i}{6i + 1}$
4. $f(z) = \frac{1}{\sin^2 z}$
5. $f(z) = \frac{\sin 2z}{(z^2 + 1)^2}$
6. $\oint_{|z-3/2|=2} \frac{z(\sin z + 2)}{\sin z} dz$
7. $\oint_{|z|=1} \frac{\cos z^2 - 1}{z^3} dz$
8. $f(t) = \operatorname{ch} 3t \sin^2 t - t^{10} e^t$
9. $F(p) = \frac{2p + 3}{p^3 + 4p^2 + 5p}$
11. $\begin{cases} x' = 2x + 8y + 1, \\ y' = 3x + 4y, \end{cases}$
10. $x'' + x' - 2x = -2t - 2, x(0) = 1, x'(0) = 1$
- $x(0) = 2, y(0) = 1$

Вариант 17.

1. $z = -2i$
2. $z = 4 + 4\sqrt{3}i$
3. $z = \frac{5i + 1}{2 + 3i}$
4. $f(z) = \frac{1}{e^z - 1}$
5. $f(z) = \frac{e^{2z}}{z^2(z - 1)}$
6. $\oint_{|z-3|=1/2} \frac{e^z}{\sin z} dz$
7. $\oint_{|z|=1/3} \frac{z^4 + 2z^2 + 3}{2z^6} dz$
8. $f(t) = 2 - 3t^2 + t \cos 5t + e^{-t} \sin 3t$
9. $F(p) = \frac{p^2 - p + 1}{p^4 + 2p^2 - 3}$
11. $\begin{cases} x' = 2x + 2y + 2, \\ y' = 4y + 1, \end{cases}$
10. $x'' + 2x' = 2 + e^t, x(0) = 1, x'(0) = 2$
- $x(0) = 0, y(0) = 1$

Вариант 18.

1. $z = 6$
2. $z = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$
3. $z = \frac{6i - 8}{3 - 2i}$
4. $f(z) = \frac{\sin z^2}{z(z^2 + 1)}$
5. $f(z) = \frac{z + 1}{(z - 1)^2(z + 3)}$
6. $\oint_{|z-1/2|=1} \frac{e^z + 1}{z(z + 1)} dz$
7. $\oint_{|z|=1} \frac{z^2 e^{1/z^2} - 1}{z} dz$
8. $f(t) = \operatorname{sh} 4t \cos^2 3t - t \cos 5t$
9. $F(p) = \frac{p^3 - 6}{p^4 + 6p^2 + 8}$
11. $\begin{cases} x' = x + y, \\ y' = 4x + y + 1, \end{cases}$
10. $2x'' - x' = \sin 3t, x(0) = 2, x'(0) = 1$
- $x(0) = 1, y(0) = 0$

Вариант 19.

1. $z = -7i$
2. $z = -5 + 5\sqrt{3}i$
3. $z = \frac{6i - 1}{3 - 8i}$
4. $f(z) = \frac{z^2 + 1}{(z - i)^2(z^2 + 4)}$
5. $f(z) = \frac{z^4}{(z^2 + 1)^2}$
6. $\oint_{|z-1/2|=1} \frac{z(z-i)}{\sin \pi z} dz$
7. $\oint_{|z|=1/3} \frac{1 - 2z^4 + 3z^5}{z^4} dz$
8. $f(t) = t^2 e^t + 4e^{2t} \cos 5t$
9. $F(p) = \frac{p + 5}{(p - 1)(p^2 - 2p + 5)}$
11. $\begin{cases} x' = x + 4y + 1, \\ y' = 2x + 3y, \end{cases}$
 $x(0) = 0, y(0) = 1$
10. $x'' + 2x' = \sin \frac{t}{2}, x(0) = -2, x'(0) = 4$

Вариант 20.

1. $z = -2$
2. $z = -2\sqrt{3} - 6i$
3. $z = \frac{7i + 4}{2i + 5}$
4. $f(z) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2}z)}{z^2 - 1}$
5. $f(z) = \frac{z^6}{(z - 1)^4}$
6. $\oint_{|z-3|=10} \frac{\sin 3z + 2}{z^2(z - \pi)} dz$
7. $\oint_{|z|=1/2} \frac{z^5 - 3z^2 + 5z}{z^4} dz$
8. $f(t) = t^2 \cos t - \frac{1}{2}t^4 e^{-2t} + e^t \sin 3t$
9. $F(p) = \frac{3p + 2}{(p + 1)(p^2 + 4p + 5)}$
11. $\begin{cases} x' = x + 3y + 3, \\ y' = x - y + 1, \end{cases}$
 $x(0) = 0, y(0) = 1$
10. $x'' + x = \operatorname{sh} t, x(0) = 2, x'(0) = 1$

Вариант 21.

1. $z = 4i$
2. $z = -3\sqrt{3} + 3i$
3. $z = \frac{4 - 8i}{3i - 1}$
4. $f(z) = \frac{1}{z^2} + \sin \frac{1}{z^2}$
5. $f(z) = \frac{z^5}{z^2 - 1}$
6. $\oint_{|z|=3} \frac{\cos^2 z + 3}{2z^2 + \pi z} dz$
7. $\oint_{|z-1/5|=2} \frac{1 - z^2 + 3z^4}{2z^3} dz$
8. $f(t) = \operatorname{sh} 2t \sin^2 3t - 3 + t \sin t$
9. $F(p) = \frac{2p^2 - 4p + 8}{(p - 2)^2(p^2 + 4)}$
11. $\begin{cases} x' = -x + 3y + 2, \\ y' = x + y + 1, \end{cases}$
 $x(0) = 0, y(0) = 1$
10. $x'' + 4x' + 20x = e^{-2t}, x(0) = 0, x'(0) = 1$

Вариант 22.

1. $z = 5$
2. $z = -2i - 2$
3. $z = \frac{5i + 7}{6i - 2}$
4. $f(z) = \frac{\sin \pi z}{z(z-1)^2}$
5. $f(z) = \frac{e^z}{(z-3)^2(z+5)}$
6. $\oint_{|z|=3} \frac{dz}{z(z^2+1)}$
7. $\oint_{|z|=1} \frac{e^{zi} + 2}{\sin 3zi} dz$
8. $f(t) = 1 + 2t^5 - \operatorname{sh} t \cos 4t$
9. $F(p) = \frac{1}{p(p^3+1)}$
11. $\begin{cases} x' = x + 3y, \\ y' = x - y, \end{cases}$
10. $x'' - 3x' + 2x = e^t, x(0) = 1, x'(0) = 0$
- $x(0) = 1, y(0) = 0$

Вариант 23.

1. $z = -3$
2. $z = 6 - 2\sqrt{3}i$
3. $z = \frac{3i - 5}{4 + 3i}$
4. $f(z) = \frac{\cos \pi z}{(z-1)(z^2+1)}$
5. $f(z) = \frac{\cos 4z}{(z-i)^3}$
6. $\oint_{|z+1|=2} \frac{\sin^2 z - 3}{z^2 + 2\pi z} dz$
7. $\oint_{|z|=1/3} \frac{1 - 2z + 3z^2 + 4z^3}{2z^2} dz$
8. $f(t) = 2e^{-2t} \sin 5t - t + t^3 e^t$
9. $F(p) = \frac{5}{(p-1)(p^2+4p+5)}$
11. $\begin{cases} x' = 2x + 3y + 1, \\ y' = 4x - 2y, \end{cases}$
10. $2x'' + 3x' + x = 3e^t, x(0) = 0, x'(0) = 1$
- $x(0) = -1, y(0) = 0$

Вариант 24.

1. $z = 5i$
2. $z = 5 - 5i$
3. $z = \frac{2i + 8}{-3 - 8i}$
4. $f(z) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2}z)}{(z-1)^3}$
5. $f(z) = \frac{z}{(z-5)^3}$
6. $\oint_{|z|=\pi/2} \frac{z^2 + z + 3}{\sin z \cdot (\pi + z)} dz$
7. $\oint_{|z-i|=3} \frac{e^z - \sin z}{z^2} dz$
8. $f(t) = e^{3t} \cos t \cos 3t + \frac{t}{2} - 2 + te^{-t}$
9. $F(p) = \frac{1}{(p-2)(p^2+2p+3)}$
11. $\begin{cases} x' = 3y + 2, \\ y' = x + 2y, \end{cases}$
10. $x'' + 4x = \sin 2t, x(0) = 0, x'(0) = 1$
- $x(0) = -1, y(0) = 1$

Вариант 25.

1. $z = -6$

2. $z = 9i + 3\sqrt{3}$

3. $z = \frac{-4i - 1}{3i - 2}$

4. $f(z) = \frac{2z - \sin 2z}{z^2(z^2 + 1)}$

5. $f(z) = \frac{z^2 + z - 1}{z^2(z - 1)}$

6. $\oint_{|z-1|=3} \frac{z(z + \pi)}{\sin z} dz$

7. $\oint_{|z|=1/3} \frac{4z^5 - 3z^3 - 1}{z^6} dz$

8. $f(t) = 5t \cos 2t - e^{2t}t^3 + e^{-t} \sin t$

11. $\begin{cases} x' = -2x + y, \\ y' = 3x, \end{cases}$

9. $F(p) = \frac{2p + 1}{(p + 1)(p^2 + 2p + 3)}$

10. $x'' + x' - 2x = e^{-t}, x(0) = -1, x'(0) = 0$

$x(0) = 0, y(0) = 1$