

**Контрольное домашнее задание 2.
Ряды.**

Срок сдачи – до 10 июня включительно
Одна защищённая задача оценивается в 1 балл
Максимальное количество баллов за КДЗ-2 равно 9

Рекомендуемое методическое пособие с теорией и с образцами решения задач
контрольного домашнего задания:

Л. Д. Жулёва, В. Н. Шевелёва, Ю. И. Дементьев, Ю. А. Шуринов „Сборник задач по высшей математике. Часть 3. Ряды. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление“, 2000 г. Библиотечный номер 1461.

Данное пособие можно скачать в интернете по адресу
<http://vm.mstuca1.ru/posobia/posobia.htm>

Либо только часть, относящуюся к рядам, по адресу
<http://vm.mstuca1.ru/posobia/parts/riadi.pdf>

Задания 1 – 4. Исследовать сходимости знакоположительных рядов.

Задание 5. Исследовать сходимость знакопеременного ряда. Если он сходится, то указать, абсолютно или условно.

Задание 6. Найти область сходимости степенного ряда.

Задание 7. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x . Указать интервал, в котором это разложение имеет место.

Задание 8. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001.

Задание 9. Разложить функцию в ряд Фурье в заданном интервале. Построить график функции и график суммы ряда Фурье.

Вариант 1.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2 + 1}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$

7. $f(x) = \sqrt{1 + \frac{x}{5}}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^n}{(2n + 1)^n}$

8. $\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n}$

9. $f(x) = x + 5, x \in (-2; 2)$

Вариант 2.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 3}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$

7. $f(x) = \frac{4}{1 - x^2}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3}$

8. $\int_0^1 \cos x^2 dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n + 5} \right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x - 3)^n$

9. $f(x) = |x| + 1, x \in (-\pi; \pi)$

Вариант 3.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln n}}$

7. $f(x) = \frac{1}{4 - x}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n}{3n - 1}$

8. $\int_0^1 \frac{1 - \cos x}{x} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n + 1}{n} \right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x + 2)^n}{n}$

9. $f(x) = \frac{\pi - x}{2}, x \in (-\pi; \pi)$

Вариант 4.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n - 3}{n(n + 1)}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3n}$

7. $f(x) = \frac{6}{2x + 3}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n 2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$

8. $\int_0^{0,25} x \sin 2x dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n - 1} \right)^{2n}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x - 4)^n}{n^3}$

9. $f(x) = 2x + 1, x \in (-1; 1)$

Вариант 5.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$

7. $f(x) = \ln(3 - x)$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n}}$

8. $\int_0^{0,5} \frac{\sin 2x}{x} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n (x + 1)^n$

9. $f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\pi; 0] \\ 2, & x \in (0; \pi) \end{cases}$

Вариант 6.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n^2}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^3}$

7. $f(x) = \sqrt{1+5x}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n! 3^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2}}$

8. $\int_0^{0,5} e^{-\frac{x^2}{4}} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1} \right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{3^n}$

9. $f(x) = x+1, x \in (-\pi; \pi)$

Вариант 7.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n^2}$

7. $f(x) = 2 \cos^2 x$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

5. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$

8. $\int_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^3}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n} \right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3n^2}$

9. $f(x) = |x|, x \in (-3; 3)$

Вариант 8.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2n^2 + 1}{(1+n^2)}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[4]{n}}$

7. $f(x) = \ln(1+x^2)$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n+1}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$

8. $\int_0^{0,2} \cos \left(\frac{5x}{2} \right)^2 dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n e^{-n}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{\sqrt{n}}$

9. $f(x) = x-1, x \in (-1; 1)$

Вариант 9.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3+5n+1}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{\sqrt{n^3}}$

7. $f(x) = \frac{1}{1-x^4}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{8^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n 5^n}$

8. $\int_0^{0,4} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3} \right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n}(x-4)^n$

9. $f(x) = x, x \in (-5; 5)$

Вариант 10.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+2}}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9+n^2}$

7. $f(x) = \frac{x}{1+x^3}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n 3^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$

8. $\int_0^1 \sin x^3 dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$

9. $f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (-\pi; 0] \\ -1, & x \in (0; \pi) \end{cases}$

Вариант 11.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+2}}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{n\sqrt[3]{n}}$

7. $f(x) = x e^{3x}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{n}$

8. $\int_0^1 \frac{\sin x^2}{x} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{3n+2}{2n+1}\right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^n}{n+1}$

9. $f(x) = 1 - x, x \in (-\pi; \pi)$

Вариант 12.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+2}}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^5 n}$

7. $f(x) = \ln(1+2x)$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+2}$

8. $\int_0^{0,5} \sin 4x^2 dx$

3. $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\ln n}{n}\right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \sqrt{n}}$

9. $f(x) = 2|x|, x \in (-\pi; \pi)$

Вариант 13.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+3}}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^4}$

7. $f(x) = \frac{1}{1-x^3}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$

8. $\int_0^{0,4} e^{-\frac{3x^2}{4}} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^n}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} (x+2)^n$

9. $f(x) = \begin{cases} -x, & x \in (-\pi; 0] \\ 0, & x \in (0; \pi) \end{cases}$

Вариант 14.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^3+1}}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n+1}\right)^n$

7. $f(x) = \sin \frac{x^3}{2}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 2^n}{3^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n!}$

8. $\int_0^{0,2} \frac{1 - e^{-x}}{x} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{2n+1}\right)^{3n}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-2)^n}{n+1}$

9. $f(x) = 2x + 3, x \in (-\pi; \pi)$

Вариант 15.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^4 n}$

7. $f(x) = \sqrt[5]{1+x^2}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arcsin \frac{1}{n^2}$

8. $\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+2x)}{x} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{n+1}\right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{2^n}$

9. $f(x) = 3 - x, x \in (-3; 3)$

Вариант 16.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^3+n+7}}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^{3/2} n}$

7. $f(x) = \sqrt[4]{16-x}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^3}}$

8. $\int_0^{0,5} \cos \sqrt{x} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{n}}$

9. $f(x) = \begin{cases} 4, & x \in (-3; 0] \\ 2, & x \in (0; 3) \end{cases}$

Вариант 17.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[3]{\ln n}}$

7. $f(x) = x^2 \sin x$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n}$

8. $\int_0^{1/3} \sqrt{1+x^3} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{\sqrt{n+1}}$

9. $f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-\pi; 0] \\ 3, & x \in (0; \pi) \end{cases}$

Вариант 18.

$$\begin{array}{lll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)} & 4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[5]{\ln n}} & 7. f(x) = \frac{e^{3x} - 1}{x} \\
2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 3^n}{2^n} & 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2}} & 8. \int_0^{0,5} \cos 4x^2 dx \\
3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+2} \right)^{2n} & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n(n+1)} & 9. f(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-2; 0] \\ 3, & x \in (0; 2) \end{cases}
\end{array}$$

Вариант 19.

$$\begin{array}{lll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + n^2 + 1}} & 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{25}{n^2 \sqrt{n}} & 7. f(x) = \sqrt[3]{1 + 2x} \\
2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n!} & 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n 3^n} & 8. \int_0^{0,5} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx \\
3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-3}{3n+1} \right)^n & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n\sqrt{n}} & 9. f(x) = x + 2, x \in (-1; 1)
\end{array}$$

Вариант 20.

$$\begin{array}{lll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + n} & 4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^6 n} & 7. f(x) = \sqrt{9+x} \\
2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n} & 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}} & 8. \int_0^{0,2} \sin 5x^2 dx \\
3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n} & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{n}} & 9. f(x) = \begin{cases} 5, & x \in (-\pi; 0] \\ -1, & x \in (0; \pi) \end{cases}
\end{array}$$

Вариант 21.

$$\begin{array}{lll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}} & 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+3} & 7. f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} \\
2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{\sqrt{2^n}} & 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{3^n} & 8. \int_0^{0,5} \sqrt{1+x^4} dx \\
3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^3+1}{4n^3+2n} \right)^{2n} & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n} & 9. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-1; 0] \\ x, & x \in (0; 1) \end{cases}
\end{array}$$

Вариант 22.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 4n^2 + 1}}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n! 4^n}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-2}{3n-1} \right)^n$
4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+6}$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n}$
7. $f(x) = \ln(x^3 + 1)$
8. $\int_0^1 \frac{1 - e^{-x^2}}{x^2} dx$
9. $f(x) = |x|, x \in (-1; 1)$

Вариант 23.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{n^4 + 3}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (n+1)}{n!}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 1}$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+2}{n+1} \right)$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}$
7. $f(x) = 1 - \cos 2x$
8. $\int_0^1 \frac{1}{x} \sin \frac{x}{4} dx$
9. $f(x) = x - 2, x \in (-3; 3)$

Вариант 24.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+4)}}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{10^n}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3} \right)^{2n}$
4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln n}}{n}$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3 + 1}$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n!}$
7. $f(x) = \frac{1}{2+x}$
8. $\int_0^{0.2} e^{-3x^2} dx$
9. $f(x) = 3 - x, x \in (-2; 2)$

Вариант 25.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+2)}}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^2}{10^n}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2n} \right)^{3n}$
4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{5}{n\sqrt{n}}$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n!}$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n!}$
7. $f(x) = \frac{\ln(1+4x)}{x}$
8. $\int_0^{0.3} e^{-2x^2} dx$
9. $f(x) = 3x - 1, x \in (-4; 4)$