

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА**  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)**

---

Факультет Прикладной математики и вычислительной техники  
Кафедра Высшей математики

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по УМР  
А.С. Борзова  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по учебной дисциплине**  
**Б1.Б.23 - Математический анализ**

10.05.02 Информационная безопасность телекоммуникационных систем

Информационная безопасность мультисервисных телекоммуникационных  
сетей и систем на транспорте

специалист

Форма обучения: очная

Москва, 2017

1. Фонд оценочных средств по математическому анализу разработан в соответствии с ООП по направлению 10.05.02 Информационная безопасность телекоммуникационных систем

2. Разработчик: зав. кафедрой ВМ, к.ф.-м.н., \_\_\_\_\_ доцент Дементьев Ю.И.

3. ОДОБРЕН на заседании кафедры \_\_\_\_\_ Высшей математики

Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 201 г.

Срок действия ФОС: с «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_ г. по «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_ г.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ / Ю.И. Дементьев /  
(подпись) (инициалы, фамилия)

4. СОГЛАСОВАН Начальником Учебно-методического управления

\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_ 201\_ г.  
подпись                      расшифровка подписи                      дата

## **1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины (модуля)**

### **общефессиональные (ОПК):**

- способность применять соответствующий математический аппарат для решения профессиональных задач (ОПК-2).

В результате изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» студент должен:

- по компетенции ОПК-2:

#### **знать:**

- основные положения теории пределов и непрерывных функций; ОПК-2.1.1;
- основные положения дифференциального исчисления; ОПК-2.1.2;

#### **уметь:**

- решать основные задачи на вычисление пределов функций; ОПК-2.2.1;
- решать основные задачи на дифференцирование; ОПК-2.2.2;

#### **владеть:**

- основными методами исследования и построения графиков функций; ОПК-2.3.1.

## Этапы формирования компетенций

Разделы дисциплины, темы (наименования)	Количество часов	Компетенции (знания, умения, навыки)					
		ОПК 2.1.1	ОПК 2.1.2	ОПК 2.2.1	ОПК 2.2.2	ОПК 2.3.1	Форма текущего контроля
<b>1 семестр</b>							
<b>Раздел 1. Элементарные функции</b>	<b>18</b>						
Тема 1.1. Множества. Понятие функции.	6	+		+		+	
Тема 1.2. Графики элементарных функций.	6	+		+		+	
Тема 1.3. Элементарные преобразования графиков функций.	6	+		+		+	
<b>Раздел 2. Пределы последовательностей и пределы функций</b>	<b>24</b>						
Тема 2.1. Предел последовательности.	6	+		+		+	
Тема 2.2. Предел функции. Теоремы о пределах. Замечательные пределы.	6	+		+		+	
Тема 2.3. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентности.	6	+		+		+	
Тема 2.4. Непрерывность и точки разрыва.	6	+		+		+	Контрольная работа №1
<b>Раздел 3. Производная и ее приложения</b>	<b>30</b>						
Тема 3.1. Производная, её геометрический и физический смысл, правила вычислений. Таблица производных.	6	+	+	+	+	+	
Тема 3.2. Дифференцирование сложных и неявных и функций. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков.	6	+	+	+	+	+	
Тема 3.3. Дифференцирование сложных и неявных и функций. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков.	6	+	+	+	+	+	
Тема 3.4. Основные теоремы дифференциального	6	+	+	+	+	+	Защита КДЗ 1

исчисления. Правила Лопиталья. Экстремумы.							
Тема 3.5. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба.	6	+	+	+	+	+	Контрольная работа № 2
<b>Раздел 4. Построение графиков функций</b>	<b>18</b>						
Тема 4.1. Общие свойства функций.	6	+	+	+	+	+	
Тема 4.2. Асимптоты.	6	+	+	+	+	+	
Тема 4.3. Полное исследование функции и построение её графика.	6	+	+	+	+	+	
<b>Раздел 5. Функции нескольких переменных</b>	<b>18</b>						
Тема 5.1. Определение функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциал.	6	+	+	+	+	+	
Тема 5.2. Производная по направлению, градиент.	6	+	+	+	+	+	Защита КДЗ 2
Тема 5.3. Экстремум функции двух переменных.	6		+		+	+	Контрольная работа № 3
<b>2 семестр</b>							
<b>Раздел 6. Неопределенные и определенные интегралы</b>	<b>48</b>						
Тема 6.1. Неопределенный интеграл. Свойства, таблица интегралов. Методы интегрирования.	18	+	+	+	+		
Тема 6.2. Определенный интеграл. Методы вычисления. Несобственные интегралы.	12	+	+	+	+	+	
Тема 6.3. Геометрические и механические приложения определенного интеграла.	12	+	+	+	+	+	Контрольная работа № 1
Тема 6.4. Приближённое вычисление определённого интеграла.	6	+	+	+	+	+	
<b>Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы</b>	<b>18</b>						
Тема 7.1. Двойные интегралы.	12	+	+	+	+	+	
Тема 7.2. Криволинейные интегралы.	6	+	+	+	+	+	Защита КДЗ 1
<b>Раздел 8. Дифференциальные уравнения</b>	<b>42</b>						
Тема 8.1. Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка.	6		+		+	+	

Тема 8.2. Дифференциальные уравнения высших порядков.	6		+		+		
Тема 8.3. Комплексные числа.	6		+		+	+	
Тема 8.4. Линейные дифференциальные уравнения. Общая теория. Уравнения с постоянными коэффициентами и специальным видом правой части. Колебания. Резонанс.	18		+		+	+	Контрольная работа № 2
Тема 8.5. Система дифференциальных уравнений.	6		+		+		Защита КДЗ 2
<b>3 семестр</b>							
<b>Раздел 9. Ряды</b>	<b>90</b>						
Тема 9.1. Числовые ряды и признаки их сходимости.	30	+	+	+	+		
Тема 9.2. Функциональные ряды. Степенные ряды и их приложения.	30	+	+	+	+	+	
Тема 9.3. Ряды Фурье и интеграл Фурье.	30	+	+	+	+	+	Контрольная работа № 1
<b>Раздел 10. Основы теории функций комплексного переменного</b>	<b>60</b>						
Тема 10.1. Интегрирование ФКП. Определение, свойства и правила вычисления интеграла.	10	+	+	+	+	+	
Тема 10.2. Теорема Коши. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши.	10	+	+	+	+	+	
Тема 10.3. Числовые и степенные ряды в комплексной плоскости. Ряд Тейлора.	10	+	+	+	+	+	
Тема 10.4. Ряд Лорана. Классификация особых точек.	10	+	+	+	+	+	Защита КДЗ 1
Тема 10.5. Вычеты. Применение вычетов к вычислению интегралов.	20		+		+	+	Контрольная работа № 2
<b>Раздел 11. Операционное исчисление</b>	<b>30</b>						
Тема 11.1. Преобразование Лапласа. Оригиналы и изображения. Функция Хевисайда.	10		+		+		
Тема 11.2. Свойства преобразования Лапласа. Таблица оригиналов и изображений.	10		+		+		Контрольная работа № 3

Тема 11.3. Операционный метод решения линейных дифференциальных уравнений и систем.	10		+		+		Защита КДЗ 6
<b>Подготовка к экзамену</b>	<b>108</b>	+	+	+	+	+	
<b>Итого:</b>	<b>504</b>						

## 2. Текущий контроль

### 2.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

#### 2.1.1. Форма №1. Контрольная работа №1. «Пределы числовых последовательностей»

##### Первый семестр

1-2. Вычисление пределов числовых последовательностей. Использование общего члена последовательности и применение основных методов вычисления пределов.

3-5. Вычисление пределов функций. Разложение на множители, сопряженное, старшие степени, эквивалентности.

6. С помощью эквивалентных бесконечно малых величин приближенно вычислить значение выражения.

Задачи.

1. Найти предел числовой последовательности, общий член которой задан

$$\text{формулой: } x_n = \left(1 - \frac{7}{n}\right)^{5n}, \quad x_n = \left(1 + \frac{5}{n}\right)^{3n}$$

2. Найти предел числовой последовательности, общий член которой задан

$$\text{формулой: } x_n = \frac{6n^3 + 11n^2 - 1}{7n^3 - 4n + 5}, \quad x_n = \frac{3n^3 - 5n^2 + 2}{4n^3 - 6n - 5}$$

3-5. Вычислить пределы функции:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}; \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x^2 + 11} - 6}; \quad \lim_{x \rightarrow -5} \frac{4x^2 + 17x - 15}{x + 5};$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sec\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}; \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x^2 - 5} - 2}; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x + 2}.$$

6. С помощью эквивалентных бесконечно малых величин приближенно вычислить значение выражения:  $e^{0,011}$ ;  $1,004^7$ .

Критерии оценивания компетенций.

Оценка 5 – решено 6 или 5 задач.

Оценка 4 – решены 4 задачи.

Оценка 3 – решены 3 задачи.

Оценка 2 – решено менее 3 задач.



2.1.2. Форма №2. Защита контрольного домашнего задания №1. «Предел числовой последовательности. Предел функции. Непрерывность. Точки разрыва»

- 1.-4. Построить графики элементарных функций.
5. Найти предел числовой последовательности.
6. Найти предел числовой последовательности с помощью 2-ого замечательного предела.
7. Найти предел функции.
8. Найти предел функции с помощью 1-ого замечательного предела.
9. Найти предел функции, используя алгебраические методы.
10. Исследовать функцию на непрерывность. Определить точки разрыва.
11. Понятие числовой последовательности и ее предела.
12. Предел функции в точке. Понятие функции, ограниченной в окрестности точки.
13. Понятие непрерывности функции. Доказать непрерывность функции.
14. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Замена бесконечно малых функций эквивалентными.

Задачи.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 + 4x - 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x^{10} + 5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{\ln(1 + x^2)}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} (4 - x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 + 4x - 5}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x^{10} + 5}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{\ln(1 + x^2)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 3} (4 - x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x^3 - 3x^2 - 10x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x + 5}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \cdot \sin 5x}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)^{\frac{1}{\sqrt{x} - 1}}$$

Критерии оценивания компетенций.

Защита отчета по контрольному домашнему заданию принимается при выполнении следующих условий:

- отчет соответствует требованиям, изложенным в Пособии по выполнению контрольных домашних заданий;
- отчет выполнен аккуратно и без ошибок в решении задач;

- даны исчерпывающие ответы на контрольные вопросы;
- показано овладение основной и дополнительной литературой;
- ответы отличаются четкостью и в логической последовательности.

### 2.1.3. Форма №3. Контрольная работа № 2. «Производные функций»

1- 4. Найти производные функций, используя основные правила нахождения производных.

5. Найти значение производной функции, заданной неявно.

Задачи.

1– 4. Найти производные функций:  $y = e^{3x^2-5} \operatorname{arctg} x$ ;  $y = \frac{x - \cos 5x}{3 + \cos x}$ ;

$y = \ln(2 + \sqrt{x^2 + 3x + 2})$ ;  $y = e^{2x-5} \arcsin x$ ;  $y = \frac{1 + \sin 3x}{1 - \sin 3x}$ ;  $y = \ln(x - \sqrt{3x - 2})$ .

$y = 2^{\sin x} x$ ;  $y = \frac{\operatorname{tg} 3x + x}{2 \ln x - 3}$ .

5. Найти значение производной функции, заданной неявно:

$$y^3 + 3x^4 + 2xy + \sin x = 1, \quad y^2 + x^3 - 2xy + \cos y = 9.$$

Критерии оценивания компетенций.

Оценка 5 – решены 5 задач.

Оценка 4 – решены 4 задачи.

Оценка 3 – решены 3 задачи.

Оценка 2 – решено менее 3 задач.

### 2.1.4. Форма №4. Защита контрольного домашнего задания №2. «Производная и её применение»

1.-4. Найти производные элементарных функций, используя свойства производных функций.

5.-8. Найти производные произведения, частного функций, сложной функции.

9. Найти дифференциал функции.

10. Найти вторую производную.

11. Найти частные производные функции двух переменных.

12. Применение производных. Построить график целой рациональной функции с полным исследованием.

13. Применение производных. Построить график дробно-рациональной функции с полным исследованием.

Задачи.

1.  $y = 2\sqrt{x} + \ln x$                       2.  $y = \frac{3x^3 + 15x - 1}{x^2 - 1}$

3.  $y = e^x \cdot \arcsin x$ ; 4.  $y = 3^{-x^4}$ ; 5.  $y = \sqrt[5]{2 + x - x^2}$ ;  
 6.  $y = \sin^2 x$ ; 7.  $y = \frac{x^3+4}{x^2}$ ; 8.  $y = \cos^2 28x$ ; 9.  $y = e^{2x} \sqrt{1-x}$ ;  
 10.  $y = \arccos \frac{1}{x}$ ; 11.  $y = (2x + 1)^{15}$ ; 12.  $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$ ; 13.  $y = 2^{\sin x}$

Критерии оценивания компетенций.

Защита отчета по контрольному домашнему заданию принимается при выполнении следующих условий:

- отчет соответствует требованиям, изложенным в Пособии по выполнению контрольных домашних заданий;
- отчет выполнен аккуратно и без ошибок в решении задач;
- даны исчерпывающие ответы на контрольные вопросы;
- показано овладение основной и дополнительной литературой;
- ответы отличаются четкостью и в логической последовательности.

2.1.5. Форма №5. Контрольная работа № 3. «Полное исследование функции и построение её графика»

Провести полное исследование и построить график.

Задачи.

Провести полное исследование функции и построить её график.

$$y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x + 2}; \quad y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 3}.$$

Критерии оценивания компетенций.

Оценка 5 – задача решена полностью

Оценка 4 – проведено полное исследование, но не построен график, либо содержится небольшая ошибка.

Оценка 3 – не сделаны 2 пункта полного исследования

Оценка 2 – не сделаны более двух пунктов полного исследования.

Второй семестр

2.1.6. Форма №6. Контрольная работа № 1 «Неопределенные интегралы»

1. Задания на метод введения под знак дифференциала.
2. Простейшие интегралы, содержащие квадратный трехчлен.
3. Интеграл от рациональной дроби.
4. Интеграл от тригонометрической функции.
5. Интеграл от иррациональной функции.

Задачи.

1. Вычислить интегралы:

$$\int \frac{5x^3 - 2x^2 + \sqrt{x} - 4}{\sqrt{x}} dx; \int \cos(6x-1) dx.$$

2. Вычислить интеграл, используя метод подстановки  $\int \frac{\operatorname{arctg}^{10} x}{1+x^2} dx$ .

3. Вычислить интеграл, используя метод интегрирования по частям

$$\int (x-3)e^{2x+1} dx; \int (x+2)\sin(x-5) dx$$

4. Вычислить неопределённые интегралы:

$$\int_1^4 \frac{2x^2 - 8}{x+2} dx; \quad \int_1^4 \frac{2x^2 - 8}{x+2} dx.$$

5. Вычислить неопределённые интегралы:

$$\int \frac{dx}{x(\ln^2 x - 3)}; \int \frac{dx}{x(3\ln^2 x + 4)}.$$

Критерии оценивания компетенций.

Оценка 5 – решены все задачи.

Оценка 4 – решены четыре задачи.

Оценка 3 – решены три задачи.

Оценка 2 – решено менее трех задач.

2.1.7. Форма №7. Защита контрольного домашнего задания №1. «Определенный интеграл и его приложения»

1. Понятия первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.

2. Таблица неопределенных интегралов.

3. Понятие определенного интеграла, его геометрический смысл.

4. Основные свойства определенного интеграла.

5. Формула Ньютона-Лейбница.

6. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

7. Вычисление площадей плоских фигур.

8. Определение и вычисление длины кривой.

9. Объем тела вращения.

10. Несобственные интегралы.

11. Двойной интеграл

12. Криволинейный интеграл

Задачи.

$$1. \int \left(\frac{1-3x}{x}\right)^2 dx; \quad 2. \int \frac{5+2 \ln x}{3x} dx; \quad 3. \int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx; \quad 4. \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{3x^4+3x^2+1}{1+x^2} dx;$$

$$5. \int_0^1 \frac{\sqrt{e^x} dx}{\sqrt{e^x+e^{-x}}}, \quad e^x = t; \quad 6. \int_0^1 x e^{-2x} dx; \quad 7. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}; \quad 8. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{5+2x^2};$$

Критерии оценивания компетенций.

Защита отчета по контрольному домашнему заданию принимается при выполнении следующих условий:

- отчет соответствует требованиям, изложенным в Пособии по выполнению контрольных домашних заданий;
- отчет выполнен аккуратно и без ошибок в решении задач;
- даны исчерпывающие ответы на контрольные вопросы;
- показано овладение основной и дополнительной литературой;
- ответы отличаются четкостью и логической последовательностью.

#### 2.1.8. Форма №8. Контрольная работа № 2. «Решение дифференциальных уравнений»

Пять дифференциальных уравнений различного типа. Задача Коши для уравнений первого и второго порядка.

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Линейные уравнения.
3. Метод Бернулли.
4. Метода вариации постоянных.
5. Понижение порядка.
6. Однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
7. Уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

Задачи.

1) Решить уравнение  $x^3 y' = y(y^2 + x^2)$ .

2) Найти общее решение уравнения  $y' + \frac{1}{x}y = \frac{\sin x}{x}$ .

3) Найти общее решение уравнения:

а)  $y'' = (y')^2$ ;

б)  $y'' = 2yy'$

4) Найти общее решение уравнения (без нахождения неопределенных коэффициентов).

а)  $y''' - 5y' = 2e^{5x}$

б)  $y'' + 2y'' + 26y = x \sin 3x + (x^2 - x + 3) \cos 3x$

5) Решить задачу Коши.

$$y'' - 2y' = x^2 \quad y(0) = 0 ; \quad y'(0) = 0.$$

Критерии оценивания компетенций.

Оценка 5 – решены все задачи.

Оценка 4 – решены четыре задачи.

Оценка 3 – решены три задачи.

Оценка 2 – решено менее трех задач.

### 2.1.9. Форма №9. Защита контрольного домашнего задания № 2 «Дифференциальные уравнения»

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка.

2. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные и линейные.

3. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши.

Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.

4. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.

5. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение. Структура общего решения.

6. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

7. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод подбора.

Задачи.

1.  $\sqrt{3 + y^2} + \sqrt{1 - x^2} \cdot y \cdot y' = 0;$

2.  $y' - \frac{y}{x} = \ln x; y(1) = 0;$

3.  $x^5 \cdot y'' + x^4 \cdot y' = 1;$

4.  $y'' + y' = 4x - 1;$

5.  $y'' - 2y' = e^x(3x - 1), y(0) = 2, y'(0) = 0;$

6.  $y''' - 3y'' + 2y' = 0;$

Критерии оценивания компетенций.

Защита отчета по контрольному домашнему заданию принимается при выполнении следующих условий:

- отчет соответствует требованиям, изложенным в Пособии по выполнению контрольных домашних заданий;

- отчет выполнен аккуратно и без ошибок в решении задач;

- даны исчерпывающие ответы на контрольные вопросы;

- показано овладение основной и дополнительной литературой;

- ответы отличаются четкостью и логической последовательностью.

2.1.10. Форма №10. Контрольная работа № 1. «Числовые и степенные ряды. Ряды Фурье»

1-5. Пять задач на исследование сходимости знакоположительных и знакопеременных числовых рядов.

6. Нахождение интервала сходимости степенного ряда.

7. Задача на разложение функции в ряд Тейлора.

8. Указанную функцию разложить в ряд Фурье на заданном отрезке:

Изобразить график суммы ряда Фурье.

Задачи.

1. Исследовать числовой ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 2}$ .

2. Исследовать числовой ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n+5)!}$ .

3. Исследовать ряд на сходимость (условную или абсолютную):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + 2}}.$$

4. Найти область сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n x^n}{(n+2)}$ .

5. Вычислить интеграл:  $\int_0^{1/4} \sin \frac{x^2}{0,1} dx$  с точностью  $\varepsilon=0,001$ .

Критерии оценивания компетенций.

Оценка 5 – решены все задачи.

Оценка 4 – решены 6-7 задач.

Оценка 3 – решены 5 задач.

Оценка 2 – решено менее 5 задач.

2.1.11. Форма №11. Защита контрольного домашнего задания №1. «Основы теории функций комплексного переменного»

Основные элементарные функции комплексного переменного.

Производная ФКП. Условия Коши-Римана.

Определение интеграла от ФКП.

Теорема Коши для односвязной и многосвязной области.

Интегральная формула Коши.

Ряд Тейлора и ряд Лорана.

Найти особые точки функции и определить их вид.

Что такое вычет функции в особой точке?

Вычислить интеграл от ФКП (3 задачи).

Задачи.

- 1) Число  $z = \frac{2i}{1-i}$  представить в тригонометрической и показательной форме.
- 2) Вычислить  $(1-i)^5$ .
- 3) Решить уравнение. Все корни изобразить на комплексной плоскости.  

$$z^4 + 16i = 0.$$
- 4) Изобразить на комплексной плоскости множество точек  $z$ , удовлетворяющих неравенствам  $3 \leq |z - 3 + 4i| \leq 5$ .
- 5) Найти действительную и мнимую часть функции  $w = e^{2iz}$ . Проверить выполнение условий Коши-Римана. Вычислить  $w' \left( \frac{\pi}{2} - i \right)$ .
- 6) Найти вычеты функции в особых точках:  $f(z) = \frac{z}{(z+3)^2(z-1)}$ .

Критерии оценивания компетенций.

Защита отчета по контрольному домашнему заданию принимается при выполнении следующих условий:

- отчет соответствует требованиям, изложенным в Пособии по выполнению контрольных домашних заданий;
- отчет выполнен аккуратно и без ошибок в решении задач;
- даны исчерпывающие ответы на контрольные вопросы;
- показано овладение основной и дополнительной литературой;
- ответы отличаются четкостью и логической последовательностью.

#### 2.1.12. Форма №12. Контрольная работа № 2. «Основы теории функций комплексного переменного»

Построение кривых и областей на комплексной плоскости.

Действия с комплексными числами в разных формах.

Вычисление значений функций комплексного переменного.

Проверка выполнения условий Коши-Римана.

Вычисление производных.

Задачи.

- 1) Число  $z = \frac{4i}{\sqrt{3} - i}$  представить в тригонометрической и показательной форме.
- 2) Вычислить  $(1+i)^{10}$ .
- 3) Решить уравнение. Все корни изобразить на комплексной плоскости.  

$$z^6 - i = 0.$$
- 4) Изобразить на комплексной плоскости множество точек  $z$ , удовлетворяющих неравенствам  $1 \leq |z + 1 - 2i| \leq 2$ .



5) Найти действительную и мнимую часть функции  $w = e^{-iz}$ . Проверить выполнение условий Коши-Римана. Вычислить  $w' \left( \frac{\pi}{2} + i \right)$ .

Критерии оценивания компетенций.

Оценка 5 – решены все задачи.

Оценка 4 – решены 3 задачи.

Оценка 3 – решены 2 задачи.

Оценка 2 – решено менее 2 задач.

2.1.13. Форма №13. Контрольная работа №3. «Основы операционного исчисления»

Нахождение изображения по оригиналу.

Нахождение оригинала по изображению.

Решение дифференциального уравнения операционным методом.

Решение системы двух линейных дифференциальных уравнений операционным методом.

Задачи.

1. Найти изображение по оригиналу:  $f(t) = 3e^{2t} \sin t - 2e^{-t} \cos 5t + t^2$

2. Найти оригинал по изображению:  $F(p) = \frac{p + 29}{p^2 + 10p + 29}$

3. Решить задачу Коши операционным методом:  $x' - 3x = 0, \quad x(0) = 1.$

4. Решить систему дифференциальных уравнений операционным методом

$$\begin{cases} x' + 4y = 0 \\ y' + x = 0 \end{cases} \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 1.$$

Критерии оценивания компетенций.

Оценка 5 – решены все задачи.

Оценка 4 – решены 3 задачи.

Оценка 3 – решены 2 задачи.

Оценка 2 – решено менее 2 задач.

2.1.14. Форма №14. Защита контрольного домашнего задания №2. «Основы операционного исчисления»

Две задачи на нахождение изображения по оригиналу.

Две задачи на нахождение оригинала по изображению.

Решение дифференциального уравнения

операционным методом.

Решение системы двух линейных дифференциальных уравнений операционным методом.

Задачи.

1) Найти изображение по оригиналу:  $f(t) = 5e^{3t} \sin t + 4e^{-4t} \cos 2t + t^3$

2) Найти оригинал по изображению:  $F(p) = \frac{p+4}{p^2+6p+9}$

3) Решить задачу Коши операционным методом:  $x' + 2x = 0, \quad x(0) = -2.$

4) Решить систему дифференциальных уравнений операционным методом

$$\begin{cases} x' + 2y = 0 \\ y' - x = 0 \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = 2.$$

Критерии оценивания компетенций.

Защита отчета по контрольному домашнему заданию принимается при выполнении следующих условий:

- отчет соответствует требованиям, изложенным в Пособии по выполнению контрольных домашних заданий;
- отчет выполнен аккуратно и без ошибок в решении задач;
- даны исчерпывающие ответы на контрольные вопросы;
- показано овладение основной и дополнительной литературой;
- ответы отличаются четкостью и логической последовательностью.

## **2.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Текущий контроль успеваемости студентов осуществляется в форме защиты отчета по выполненному контрольному домашнему заданию (КДЗ); в форме выборочной проверки текущих домашних заданий по материалу, пройденному на практическом занятии; в форме контрольных или самостоятельных работ по отдельным темам; в форме ответа (решение задачи на доске или ответ на вопрос преподавателя) на практическом занятии. Процедуры оценивания знаний, умений и навыков при текущем контроле успеваемости осуществляются последовательно по мере прохождения лекционного курса в соответствии с матрицей соотнесения тем/разделов учебной дисциплины и формируемых в них профессиональных компетенций.

Защита отчета по контрольному домашнему заданию осуществляется после проверки этого задания преподавателем и в случае необходимости последующего исправления ошибок, допущенных студентом. Преподаватель оценивает знания обучаемого по ответам на контрольные вопросы и умению объяснить ход решения выборочных задач. Защита КДЗ проводится в конце занятий. Если студент не отчитался на занятии, то защита КДЗ осуществляется (как и повторная сдача текущего контроля) в дни и часы СРС по согласованию с ведущим преподавателем. Результаты текущего контроля учитываются преподавателем в журнале учета занятий (или личном журнале преподавателя).

Дополнительные требования для студентов, отсутствующих на занятиях по уважительной причине: устное собеседование с преподавателем по пропущенным темам; выполнение пропущенных КДЗ.

### **3. Промежуточная аттестация**

#### **3.1. Описание показателей и критериев оценивания сформированности компетенций по дисциплине**

##### **Контрольные вопросы и задания к экзамену**

##### **Первый семестр**

- 1) Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Число «е».
- 2) Общее понятие функции и способы ее задания. Сложная и обратная функция. Основные элементарные функции и их графики.
- 3) Предел функции в точке. Односторонние пределы, предел функции на бесконечности.
- 4) Основные теоремы о пределах функций. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Два замечательных предела. Сравнение порядков бесконечно малых функций и эквивалентные бесконечно малые функции.
- 5) Непрерывность функции в точке и на отрезке. Основные теоремы о непрерывных функциях. Точки разрыва функций и их классификация.
- 6) Понятие производной функции, ее физический и геометрический смысл. Производные суммы, разности, произведения и частного.
- 7) Производная сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Таблица производных.
- 8) Неявно и параметрически заданные функции и их дифференцирование.
- 9) Дифференциал функции и его геометрический смысл. Теоремы о дифференциалах и таблица дифференциалов. Использование дифференциала в приближенных вычислениях.
- 10) Производные и дифференциалы высших порядков.
- 11) Раскрытие неопределенностей вида  $0/0$  и  $\infty/\infty$ , теорема Лопиталя.
- 12) Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) функции на

интервале. Необходимые и достаточные условия экстремума (максимума или минимума) функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

13) Выпуклость (вверх или вниз) графика функции. Точки перегиба графика – необходимые и достаточные условия их существования. Асимптоты графика функции.

14) Общая схема исследования и построения графика функции:

15) Понятие функции нескольких независимых переменных. Геометрический смысл функции на примере двух переменных. Область определения функции. Пределы и непрерывность функции двух переменных.

16) Частные производные первого порядка и их геометрический смысл. ; полное приращение, частный и полный дифференциал функции двух переменных.

17) Частные производные высших порядков. Теорема о смешанных производных одного порядка. Дифференциалы высших порядков.

Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.

18) Понятие сложной функции нескольких переменных и ее производная. Дифференцирование неявной функции. Производная неявной функции одной переменной.

19) Определение экстремума. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.

20) Производная по направлению. Градиент.

21) Найти пределы функций:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3x^2}{4 - 2x^2} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 + 4x - 5} & \text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - x} \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\operatorname{tg}^2 6x} & \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 2}{2x + 1} \right)^x & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 1}{\arcsin x} \end{array}$$

22) Найти точку разрыва функции  $y = \arctg \frac{1}{x}$ , определить вид разрыва и изобразить график функции в окрестности этой точки.

23) Найти производную функции:

$$\text{а) } y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2+x^4}; \quad \text{б) } y = \frac{4}{x^3} + \sqrt[5]{x^4}; \quad \text{в) } y = \sin \sqrt{x}.$$

24) Провести полное исследование функции и построить график:

$$y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}.$$

25) Найти частные производные функции  $z = \frac{y}{x^2 - y^2}$ .

26) Найти  $grad z$  функции  $z = \frac{y}{x^2 - y^2}$  в точке  $A(2,1)$  и производную по направлению  $\bar{a} = 3\bar{i} - 4\bar{j}$ .

### Второй семестр

- 1) Определение первообразной и неопределённого интеграла. Свойства и правила нахождения неопределённого интеграла.
- 2) Таблица интегралов.
- 3) Замена переменной и интегрирование по частям. Какие интегралы берутся по частям?
- 4) Четыре типа простейших рациональных дробей, их интегрирование.
- 5) Что такое рациональная дробь, что такое правильная рациональная дробь? Правило разложения правильной рациональной дроби на сумму простейших.
- 6) Интегралы вида  $\int \sin^m x \cdot \cos^n x \cdot dx$ .
- 7) Универсальная тригонометрическая подстановка.
- 8) Интегрирование некоторых иррациональных функций.
- 9) Определённый интеграл: определение, геометрический смысл и свойства. Вывод формулы Ньютона-Лейбница.
- 10) Замена переменной и интегрирование по частям.
- 11) Площадь в прямоугольных и полярных координатах.
- 12) Длина дуги в прямоугольных, полярных координатах и при параметрическом задании функции.
- 13) Объём тела по площадям параллельных сечений.
- 14) Объём тела вращения.
- 15) Несобственные интегралы I и II рода.
- 16) Определение двойного интеграла, его геометрический смысл и свойства. Правило расстановки пределов.
- 17) Приложения двойного интеграла
- 18) Работа при движении точки в силовом поле. Определение криволинейного интеграла 2-ого рода, его свойства.
- 19) Вычисление криволинейного интеграла 2-ого рода.
- 20) Теорема Грина. Условие независимости криволинейного интеграла 2-ого рода от линии интегрирования.
- 21) Понятие дифференциального уравнения, порядок ДУ. Решение ДУ, общее решение, общий интеграл, интегральная кривая, задача Коши. ДУ 1-ого порядка.
- 22) ДУ с разделяющимися переменными. Метод решения.
- 23) Однородные ДУ 1-го порядка.. Метод их решения.
- 24) Линейные ДУ 1-ого порядка, методы их решения.
- 25) ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка.
- 26) Линейные дифференциальные уравнения (ЛДУ). Структура общего решения однородного и неоднородного ЛДУ.

27) ЛДУ с постоянными коэффициентами. Решение однородных ЛДУ с постоянными коэффициентами 2-ого порядка.

28) Метод неопределенных коэффициентов для определения частного решения неоднородного ЛДУ с постоянными коэффициентами и специальным видом правой части.

29) Вычислить определённые интегралы:

$$\int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} dx;$$

$$\int_0^{\pi/4} x \sin 2x dx$$

30) Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость:

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^3};$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}$$

31) Найти площадь области, ограниченной данными кривыми с помощью а) однократного, б) двойного интеграла.

$$y = (x-2)^2, \quad y = x;$$

32) Вычислить длину дуги данной кривой;

$$y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x \quad (0 \leq x \leq 1);$$

33) Вычислить криволинейный интеграл вдоль линии  $L$  от точки  $M$  до точки  $N$ :

$$\int_L (x+y)dx - (x-y)dy, \quad L : \text{отрезок } MN, \quad M(2, 0), \quad N(4, 2).$$

Задания 34-39: Решить дифференциальные уравнения:

$$34) \sqrt{5+y^2} \cdot dx + 4(x^2 \cdot y + y) \cdot dy = 0;$$

$$35) y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{3x^2}{1+x^2}; \quad y(0) = 0;$$

$$36) y'' = \frac{5}{x^2} - 2\sqrt{x+4} - 7;$$

$$37) y'' + y' - 2y = 9e^x;$$

$$38) y'' + y = 48 \cos 5x + 72 \sin 5x; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0;$$

$$39) y''' - 9y'' + 8y' = 0.$$

**Третий семестр**

- 1) Что называется числовым рядом? Определение сходящегося и расходящегося ряда. Исследование сходимости ряда, составленного из членов геометрической прогрессии. Привести примеры.
- 2) Необходимый признак сходимости ряда. Следствие из необходимого признака. Привести примеры, когда применяется необходимый признак.
- 3) Оценочный и предельный признаки сравнения. Привести примеры их применения.
- 4) Признаки Даламбера и Коши (радикальный). Привести примеры.
- 5) Интегральный признак сходимости. Геометрическое обоснование связи между рядом и интегралом. Применение этого признака к рядам Дирихле.
- 6) Что такое знакопеременные ряды? Теорема об абсолютной сходимости. Что такое условная сходимость? Привести примеры абсолютно и условно сходящихся рядов.
- 7) Теорема Лейбница. Геометрическое обоснование теоремы. Оценка остатка знакочередующегося ряда. Привести примеры условно и абсолютно сходящихся рядов. Применение теоремы Лейбница к приближенным вычислениям.
- 8) Понятие функционального ряда и его области сходимости.
- 9) Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал, радиус сходимости, область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
- 10) Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Маклорена.
- 11) Приложение степенных рядов к приближенным вычислениям (вычисление значений функции, вычисление определенных интегралов, приближенное решение дифференциальных уравнений).
- 12) Периодические функции, периодические процессы. Тригонометрический ряд Фурье.
- 13) Разложение в ряд Фурье  $2\pi$ -периодических функций. Теорема Дирихле. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
- 14) Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода. Представление непериодической функции рядом Фурье.
- 15) Комплексная форма ряда Фурье. Интеграл Фурье.
- 16) Действия над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной формах.
- 17) Понятие функции комплексной переменной. Действительная и мнимая части ФКП. Предел и непрерывность ФКП. Основные элементарные ФКП (определение и свойства).
- 18) Дифференцируемость ФКП. Условия Коши — Римана. Аналитические функции.
- 19) Интеграл от ФКП. вдоль кривой. Его свойства и вычисление. Теорема Коши для аналитической функции в односвязной области.
- 20) Первообразная аналитической функции в односвязной области. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление интегралов от функций вида  $(z - z_0)^n$  для целого  $n$  по окружности с центром в точке  $z_0$ .

- 21) Интегральная формула Коши. Интегральная формула Коши для производных.  
 22) Числовые и степенные ряды в комплексной плоскости. Ряд Тейлора.  
 23) Нули и особые точки. Ряд Лорана.  
 24) Понятие вычета и основная теорема о вычетах.  
 25) Преобразование Лапласа, его свойства.  
 26) Таблица оригиналов и изображений.  
 27) Операционный метод решения линейных дифференциальных уравнений и систем.

28) Дано комплексное число  $z = \frac{2\sqrt{2}}{1+i}$ . Требуется записать число  $z$  в алгебраической, тригонометрической и показательной формах;

29) Решить квадратное уравнение  $z^2 - 2z + 2 = 0$  и представить его решения в тригонометрической и показательной форме.

30)  $w = \frac{1}{z^2 + 3}$ ; Найти  $w'(2i + 1)$ .

31) Найти вычеты функции в её особых точках:  $w = \frac{z}{z^2 + 1}$ .

32) Вычислить интеграл  $\int_C \bar{z} dz$ , где  $C: y = x^2$  от  $z=0$  до  $z=1+i$ .

33) Вычислить интеграл  $\oint_{|z|=3} \frac{\cos \pi z}{z^2 + 2z} dz$ ;

34) Вычислить интеграл  $\oint_{|z|=5} \frac{z e^{iz}}{z - \pi} dz$  операционным методом.

### Критерии оценивания

Формирование знаний, умений и навыков, обучающихся на экзамене, определяется оценками:

**«отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».**

При выведении оценки экзаменатор руководствуется следующим общими критериями Оценка **«отлично»** выставляется при следующих условиях:

- даны исчерпывающие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные в экзаменационном билете;
- решены все предложенные практические задачи;
- показано глубокое и творческое овладение основной и дополнительной литературой;
- ответы отличаются четкостью, мысли излагаются в необходимой логической последовательности.

Оценка **«хорошо»** выставляется при следующих условиях:

- даны полные, достаточно глубокие и обоснованные ответы на вопросы,



поставленные в экзаменационном билете;

- решены почти все предложенные практические задачи;
- даны полные, но недостаточно обоснованные ответы на дополнительные вопросы;
- показаны глубокие знания основной и недостаточное знакомство с дополнительной литературой;
- ответы в основном были четкими, но в них не всегда выдерживалась логическая последовательность.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется при следующих условиях:

- даны в основном правильные ответы на все вопросы экзаменационного билета, но без должной глубины и обоснования;
- решены более половины предложенных практических задач;
- не даны положительные ответы на некоторые дополнительные вопросы;
- показаны недостаточные знания основной литературы;
- ответы были многословными, мысли излагались недостаточно четко и без должной логической последовательности.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется в случаях, когда не выполнены условия, позволяющие поставить оценку «удовлетворительно».

При выставлении экзаменационной оценки учитывается уровень методической подготовленности студента, а также аккуратность и логическая последовательность письменного изложения ответов на вопросы экзаменационного билета.

### **3.2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

На основании вопросов для подготовки к экзамену формируются билеты в количестве на 10-20% более списочного состава группы студентов. В каждом билете даются три теоретических вопроса и задачи из разных разделов дисциплины.

#### **Порядок подготовки и проведения промежуточной аттестации**

Подготовка к промежуточной аттестации осуществляется в соответствии с утвержденной рабочей программой по дисциплине, содержащей перечень вопросов, выносимых на экзамен.

Экзамен для студентов проводится по смешанной системе (письменно-устно). Для непосредственной подготовки студентов к промежуточной аттестации предусматривается время до 2-3 дней. Накануне экзамена проводится консультация, где обучаемый может задать проблемные вопросы. На подготовку к ответу обучаемому выделяется время до 90 минут. Студент должен дать полный письменный ответ на билет. Затем преподаватель беседует со студентом. Возможны дополнительные вопросы.

Неявка студента без уважительной причины на экзамен в день его проведения по расписанию приравнивается к академической задолженности.