

1а. Двойной интеграл. Сведение двойного интеграла к повторному.

1б. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy.$$

1в. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$$y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y^2 - 6y + x^2 = 0, \quad y = -x, \quad x = 0.$$

2а. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Метод Бернулли решения линейных уравнений.

2б. Решить уравнение

$$x\sqrt{1-y^2} dx + y\sqrt{1-x^2} dy = 0.$$

2в. Решить уравнение

$$xy'' + y' = 3x + 2.$$

3а. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма комплексных чисел.

3б. Вычислить интеграл с помощью вычетов

$$\oint_{|z|=2} \frac{e^z}{z^3(z+1)} dz.$$

3в. Найти изображение по оригиналу

$$f(t) = \operatorname{sh} 2t \cos^2 t - 2t^2 \cos t.$$

На выполнение экзаменационной работы отводится 90 минут.

Каждый из пунктов "а" оценивается от 0 до 2 баллов.

Каждый из пунктов "б" и "в" оценивается от 0 до 4 баллов.

Максимальный балл за экзаменационную работу равен 30.

1а. Переход к полярным координатам в двойном интеграле.

1б. Вычислить двойной интеграл по области D :

$$\iint_D x^2 \sin \frac{xy}{2} dx dy; \quad D: x = \sqrt{\pi}, y = 0, y = x.$$

1в. Пластинка D задана ограничивающими её кривыми:

$$x = 1, y = 0, y^2 = 4x (y \geq 0);$$

$$\mu = 5x + 2y^2 \text{ — поверхностная плотность.}$$

Найти массу m пластинки.

2а. Понятие о дифференциальном уравнении. Уравнение с разделяющимися переменными, метод его решения.

2б. Решить задачу Коши

$$y' - \frac{y}{x} = \ln x, \quad y(1) = 0.$$

2в. Решить уравнение

$$y'' + 6y' + 9y = 2xe^{-3x}.$$

3а. Свойства преобразования Лапласа: линейность, однородность, подобие, дифференцирование оригинала и изображения.

3б. Найти вычеты функции в особых точках

$$f(z) = \frac{z^2}{(z^2 + 1)^2}.$$

3в. Решить задачу Коши операционным методом

$$x'' - x = \cos 3t, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 1.$$

На выполнение экзаменационной работы отводится 90 минут.

Каждый из пунктов "а" оценивается от 0 до 2 баллов.

Каждый из пунктов "б" и "в" оценивается от 0 до 4 баллов.

Максимальный балл за экзаменационную работу равен 30.