

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

У Т В Е Р Ж Д А Ю

Проректор по УМР и К

Бамбаева Н.Я.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2011г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине	<b><i>С 2.2 - Алгебра и геометрия</i></b>	
	<i>шифр и название дисциплины</i>	
Направление подготовки	<i>090302 – Информационная безопасность телекоммуникационных систем</i>	
Квалификация (степень)	<b><i>СПЕЦИАЛИСТ</i></b>	
Специализация	<i>Информационная безопасность мультисервисных телекоммуникационных сетей и систем на транспорте</i>	
Факультет	<b><i>ФПМВТ</i></b>	
Кафедра	<b><i>Высшей математики</i></b>	
Курс обучения	<b><i>1</i></b>	
Форма обучения	<b><i>очная</i></b>	
Общий объем учебных часов на дисциплину	<u>180</u>	<i>час. 5 з.е.</i>
Семестр	<u>1,2</u>	<i>сем.</i>
Объем аудиторной нагрузки	<u>36/36</u>	<i>час.</i>
Лекции	<u>18/18</u>	<i>час.</i>
Практические занятия	<u>18/18</u>	<i>час.</i>
Лабораторные работы	<u>-</u>	<i>час.</i>
Курсовой проект	<u>-</u>	
Зачет	<u>1</u>	<i>сем.</i>
Экзамен	<u>2</u>	<i>сем</i>
Объем самостоятельной работы студента	<u>36/72</u>	<i>час.</i>

Москва – 2011г.

Рабочая программа составлена на основании Примерной учебной программы дисциплины **Алгебра и геометрия** и в соответствии с требованиями ФГОС ВПО, утвержденного приказом Министра образования и науки Российской Федерации от 17 января 2011г. № 50 по направлению подготовки *090302 Информационная безопасность телекоммуникационных систем*  
Квалификация (степень) - Специалист.

Рецензент:

Рабочую программу составили:

Доцент каф. Высшей математики,  
к.ф.м.н., доцент

Илларионова О.Г.

(должность, степень, звание)

подпись

(Фамилия, инициалы)

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры:

Протокол № 10 от « 20 » мая 2011 г.

Зав.каф., д.т.н., профессор

Самохин А.В.

(должность, степень, звание)

подпись

(Фамилия, инициалы)

Рабочая программа одобрена методическим советом специальности

*090302- Информационная безопасность телекоммуникационных систем*

(шифр, наименование)

Протокол № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2011 г.

Председатель

методического совета

Петров В.И.

Зав.каф., к.т.н, профессор

(должность, степень, звание)

подпись

(Фамилия, инициалы)

Рабочая программа согласована с Учебно-методическим управлением (УМУ)

Начальник УМУ, к.э.н., доц.

Борзова А.С.

(должность, степень, звание)

подпись

(Фамилия, инициалы)

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины **Алгебра и геометрия** является формирование личности студентов, развитие их интеллекта и способностей к логическому и алгоритмическому мышлению, обучение основным математическим понятиям и методам аналитической геометрии и линейной алгебры; показать единство аналитических и геометрических подходов в математике; дать базовые знания и практические навыки для успешного освоения фундаментальных, общетехнических и специальных дисциплин учебного плана.

Дисциплина является одной из важнейших теоретических и прикладных математических дисциплин, определяющих уровень профессиональной подготовки современного специалиста по информационной безопасности телекоммуникационных систем.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП специалитета

Дисциплина **Алгебра и геометрия** относится к учебным дисциплинам базовой части математического и естественнонаучного цикла основной образовательной программы (далее — ООП) направления подготовки 090302- *Информационная безопасность телекоммуникационных систем* квалификация (степень) – специалист.

Для успешного освоения данной дисциплины студент должен владеть знаниями, умениями и навыками, сформированными школьной программой по дисциплине *Математика*.

Приобретенные в результате изучения дисциплины знания, умения и навыки используются во всех без исключения естественнонаучных и инженерных дисциплинах, модулях и практиках ООП.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

### **Знать:**

- основные понятия и задачи векторной алгебры и аналитической геометрии;
- основные свойства алгебраических структур.

### **Уметь:**

- решать основные задачи векторной алгебры и аналитической геометрии;
- решать основные задачи линейной алгебры, системы линейных уравнений над полями;

- оперировать в числовых и конечных полях, с многочленами и матрицами.

#### **Владеть:**

- навыками использования методов аналитической геометрии и векторной алгебры в смежных дисциплинах и физике;
- методами линейной алгебры.

### **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины**

В процессе изучения дисциплины **Алгебра и геометрия** у студента формируются следующие компетенции:

а) общекультурные ( ОК ):

ОК-7 - способности логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь на русском языке, создавать и редактировать тексты профессионального назначения, публично представлять собственные и известные научные результаты, вести дискуссии;

ОК-9 - способности к логическому мышлению, обобщению, анализу, критическому осмыслению, систематизации, прогнозированию, постановке исследовательских задач и выбору путей их решения на основе принципов научного познания;

ОК-10 - способности самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой деятельности, развития социальных и профессиональных компетенций, изменения вида и характера своей профессиональной деятельности;

б) профессиональные ( ПК ):

ПК-1 - способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применять соответствующий физико-математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения;

ПК-2 - способность применять математический аппарат с использованием вычислительной техники;

ПК-8 - способности определять погрешности вычислений и применять стандартные пакеты численных методов.

#### 4. Структура и содержание дисциплины «Алгебра и геометрия»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины, тема	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Л	ПР	Лаб	СРС	
1	<b>РАЗДЕЛ 1. Матрицы, определители, системы линейных уравнений</b>	<b>1</b>	<b>1-5</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>10</b>	Зачет, защита КДЗ -1
2	Тема 1.1. Числовые матрицы и действия над ними.	1	1-2	2	2		2	
3	Тема 1.2. Определители с действительными коэффициентами. Метод Крамера решения линейных систем.	1	2-3	2	2		4	
4	Тема 1.3. Решение систем линейных уравнений методами Гаусса и средствами матричного исчисления.	1	3-5	2	2		4	
5	<b>РАЗДЕЛ 2. Векторная алгебра</b>	<b>1</b>	<b>6-10</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>10</b>	Зачет, защита КДЗ -2
6	Тема 2.1. Векторы. Линейные операции над векторами.	1	6-7	2	2		2	
7	Тема 2.2. Скалярное и векторное произведения векторов.	1	8-9	2	2		4	
8.	Тема 2.3. Смешанное произведение векторов.	1	9-10	2	2		4	
9	<b>РАЗДЕЛ 3. Аналитическая геометрия на плоскости.</b>	<b>1</b>	<b>11-17</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>10</b>	Зачет, защита КДЗ -3
10	Тема 3.1. Прямая на плоскости.	1	11-13	2	2		2	
11	Тема 3.2. Кривые второго порядка.	1	13-15	2	2		4	
12	Тема 3.3. Параметрическое задания кривой. Кривые в полярных координатах.	1	15-17	2	2		4	
13	<b>Подготовка к зачету</b>	<b>1</b>					<b>6</b>	Форма промежуточной аттестации - зачет
14	<b>ИТОГО за семестр</b>			<b>18</b>	<b>18</b>		<b>36</b>	

#### 4. Структура и содержание дисциплины «Алгебра и геометрия»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Л	ПР	Лаб	СРС	
1	<b>РАЗДЕЛ 4. Аналитическая геометрия в пространстве</b>	<b>2</b>	<b>1-6</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>10</b>	Блок №1, защита КДЗ-1
2	Тема 4.1. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.	2	1-2	2	2		3	
3	Тема 4.2. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	2	3-4	2	2		3	
4	Тема 4.3. Поверхности второго порядка, их классификация.	2	5-6	2	2		4	
6	<b>РАЗДЕЛ 5. Векторные пространства и линейные операторы</b>	<b>2</b>	<b>7-12</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>12</b>	Блок №2, защита КДЗ-2
7	Тема 5.1. Векторные пространства и подпространства. Базис пространства. Евклидовы пространства.	2	7-8	2	2		4	
8	Тема 5.2. Линейные операторы, их матрицы. Собственные вектора и собственные значения линейного оператора.	2	9-10	2	2		2	
9	Тема 5.3. Квадратичные формы.	2	11-12	2	2		6	
9	<b>РАЗДЕЛ 6. Кольца и поля.</b>	<b>2</b>	<b>13-17</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>14</b>	Экзамен, защита КДЗ-3
10	Тема 6.1. Группы, поля, кольца. Отношение делимости в кольце целых чисел. Кольца и поля вычетов.	2	13-14	2	2		4	
11	Тема 6.2. Поле комплексных чисел.	2	15-16	2	2		4	
12	Тема 6.3. Многочлены, матрицы, определители и системы линейных уравнений над полем.	2	16-17	2	2		6	

14	Подготовка к экзамену	2	17-18				36	Форма промежуточной аттестации-экзамен
15	<b>ИТОГО за семестр</b>			18	18		72	
16	<b>Всего</b>			36	36		108	

**Матрица соотнесения тем/разделов учебной дисциплины и формируемых в них профессиональных и общекультурных компетенций**

Разделы дисциплины, темы (наименования)	Количество часов	Компетенции						Общее количество компетенций
		ОК- 7	ОК-9	ОК-10	ПК- 1	ПК-2	ПК-8	
<b>РАЗДЕЛ 1. Матрицы, определители, системы линейных уравнений</b>	22							
Тема 1.1. Числовые матрицы и действия над ними.	6	+	+	+	+			4
Тема 1.2. Определители с действительными коэффициентами. Метод Крамера решения линейных систем.	8	+	+	+		+		4
Тема 1.3. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса и средствами матричного исчисления.	8	+	+	+			+	4
<b>РАЗДЕЛ 2. Векторная алгебра</b>	22							
Тема 2.1. Векторы. Линейные операции над векторами.	6	+	+	+				3
Тема 2.2. Скалярное и векторное произведения векторов.	8	+	+	+				3
Тема 2.3. Смешанное произведение векторов.	8	+	+	+				3
<b>РАЗДЕЛ 3. Аналитическая геометрия на плоскости.</b>	22							
Тема 3.1. Прямая на плоскости.	6	+	+	+				3
Тема 3.2. Кривые второго порядка.	8	+	+	+	+			4
Тема 3.3. Параметрическое задания кривой. Кривые в полярных координатах.	8	+	+	+		+		4

Подготовка к зачету	<b>6</b>							
<b>РАЗДЕЛ 4. Аналитическая геометрия в пространстве</b>	<b>22</b>							
Тема 4.1. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.	7	+	+	+				3
Тема 4.2. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	7	+	+	+				3
Тема 4.3. Поверхности второго порядка, их классификация.	8	+	+	+	+			4
<b>РАЗДЕЛ 5. Векторные пространства и линейные операторы</b>	<b>24</b>							
Тема 5.1. Векторные пространства и подпространства. Базис, размерность векторных пространств. Евклидовы пространства.	8	+	+	+				3
Тема 5.2. Линейные операторы, их матрицы. Собственные вектора и собственные значения линейного оператора.	6	+	+	+				3
Тема 5.3. Квадратичные формы.	10	+	+	+	+			4
<b>РАЗДЕЛ 6. Кольца и поля.</b>	<b>26</b>							
Тема 6.1. Группы, поля, кольца. Отношение делимости в кольце целых чисел. Кольца и поля вычетов.	8	+	+	+		+		4
Тема 6.2. Поле комплексных чисел.	8	+	+	+				3
Тема 6.3. Многочлены, матрицы, определители и системы линейных уравнений над полем.	10	+	+	+			+	4
Подготовка к экзамену	<b>36</b>							
<b>Итого</b>	<b>180</b>							

## Содержание дисциплины

В первом семестре читается 9 лекций по 2 часа каждая.

### Раздел 1. Матрицы, определители, системы уравнений. (6 часов)

([1], гл.1, §§ 1-4, [2], гл.1, §§ 1-4).

ЛК 1.1. Место линейной алгебры и аналитической геометрии в естествознании. Роль отечественных ученых в развитии этих наук. Понятие матрицы. Операции над матрицами и их свойства.

ЛК 1.2. Определители и их свойства. Методы вычисления определителей с действительными коэффициентами. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

ЛК 1.3. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Обратная матрица и матричный способ решения систем уравнений. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.

### Раздел 2. Векторная алгебра. (6 часов)

( [1], , гл.9, §§1-8; [2], гл.2, §§5-8).

ЛК 2.1. Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Базис и координаты вектора в базисе. Линейные операции над векторами в координатах.

ЛК 2.2. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение векторов и его свойства. Геометрические приложения скалярного и векторного произведения.

ЛК 2.3. Смешанное произведение векторов, его свойства и геометрические приложения.

### Раздел 3. Аналитическая геометрия на плоскости. (6 часов)

([1], гл.3, §§3-8, [2], гл. 3, §§10,11).

ЛК 3.1. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых. Угол между прямыми на плоскости. Расстояние от точки до прямой.

ЛК 3.2. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Оптические свойства линий 2-го порядка.

ЛК 3.3. Параметрическое задания кривой на плоскости. Кривые в полярных координатах.

Во втором семестре читается 9 лекций по 2 часа каждая.

### Раздел 4. Аналитическая геометрия в пространстве. (6 часов)

([1], гл. 9, §§ 9-14, [2], гл.4, §12).

ЛК 4.1. Различные виды уравнений плоскости. Угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости. Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве. Угол между прямыми.

ЛК 4.2. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.

ЛК 4.3. Поверхности второго порядка, их классификация, канонические уравнения. Понятия евклидовой и проективной классификации.

### Раздел 5. Векторные пространства и линейные операторы. (6 часов)

([1], гл.10, § 4, [2], гл.6, §§ 27, 28).

- ЛК 5.1. Понятия линейного векторного пространства и подпространства. Примеры. Базис и размерность пространства. Матрица перехода от базиса к базису. Подпространства, порожденные системами векторов. Евклидовы пространства.
- ЛК 5.2. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Ядро и образ линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
- ЛК 5.3. Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к главным осям. Критерий Сильвестра.

#### Раздел 6. Кольца и поля. (6 часов)

- ЛК 6.1. Понятие группы, кольца, поля. Примеры конечных и бесконечных полей. Кольца и поля вычетов. Отношения делимости на множестве целых чисел. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
- ЛК 6.2. Комплексные числа, алгебраическая и тригонометрическая форма. Комплексные корни многочленов. Основная теорема алгебры. Поле комплексных чисел.
- ЛК 6.3. Кольца многочленов над полем. Отношения делимости на множестве многочленов. Неприводимые многочлены. Использование простых чисел и неприводимых многочленов для построения конечных полей. Матрицы и определители над полем. Исследование систем линейных уравнений над полем.

### **Перечень тем практических занятий. Их объем в часах.**

В первом семестре проводятся 9 практических занятий по 2 часа каждое.

- ПР 1. Матрицы и действия над ними.
- ПР 2. Вычисление определителей различного порядка. Формулы Крамера решения систем линейных уравнений.
- ПР 3. Вычисление обратной матрицы. Матричный метод решения систем линейных уравнений. Вычисление ранга матрицы. Применение теоремы Кронекера-Капелли. Решение линейных систем алгебраических уравнений методом Гаусса.
- ПР 4. Действия над векторами. Линейная зависимость векторов. Вычисление скалярного произведения векторов. Применение критерия перпендикулярности двух векторов.
- ПР 5. Вычисление векторного и смешанного произведений векторов. Применение критериев коллинеарности и компланарности векторов.
- ПР 6. Решение задач на приложения скалярного, векторного и смешанного произведения для вычисления углов, площадей, объемов.
- ПР 7. Контрольная работа по теме: «Векторная алгебра» (1 час). Уравнения прямой на плоскости.
- ПР 8. Кривые второго порядка. Приведение уравнений кривых к каноническому виду в декартовых координатах.
- ПР 9. Полярные координаты. Построение кривых в полярной системе координат и кривых, заданных параметрически.

Во втором семестре проводятся 9 практических занятий по 2 часа каждое.

- ПР 10. Уравнения плоскости в пространстве. Неполные уравнения плоскостей. Уравнения прямой в пространстве. Пучок плоскостей.
- ПР 11. Решение задач на взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.
- ПР 12. Поверхности второго порядка. Метод сечений.
- ПР 13. Линейные векторные пространства и подпространства. Нахождение базиса и размерности пространства, матрицы перехода от базиса к базису.
- ПР 14. Линейные операторы. Нахождение ядра и образа линейного оператора. Вычисление собственных значений, собственных векторов и собственных подпространств линейного оператора.
- ПР 15. Комплексные числа и действия над ними.
- ПР 16. Отношения делимости на множестве целых чисел. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Кольца и поля вычетов.
- ПР 17. Бинарные операции на множествах. Группы, кольца, поля.
- ПР 18. Кольца многочленов над полем. Отношения делимости на множестве многочленов. Неприводимые многочлены. Использование простых чисел и неприводимых многочленов для построения конечных полей. Матрицы и определители над полем. Исследование систем линейных уравнений над полем.

## 5. Образовательные технологии

В процессе преподавания дисциплины **Алгебра и геометрия** используются как традиционные формы и методы обучения ( лекции , практические ( семинарские ) занятия ) , так и методы компьютерной математики при выполнении КДЗ с использованием современных математических пакетов типа **MATCAD** и **MAPLE** с целью самопроверки результатов, полученных в ручном режиме.

Проведение аудиторных занятий (лекций и практических занятий ) предполагает использование аудиовизуальных электронных и компьютерных средств мультимедиа, имеющихся в арсенале Университета.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

6.1. Каждый студент в течение 1 и 2 семестров выполняет по 3 контрольных домашних задания (КДЗ), содержание которых по индивидуальным вариантам представлены в методических пособиях, разработанных кафедрой Высшей математики МГТУ ГА (см. раздел 7- источники [7]) .

Данные материалы можно скачать с сайта кафедры высшей математики [vm.mstuca.ru](http://vm.mstuca.ru).

### *Темы контрольных домашних заданий.*

#### *Семестр 1.*

- КДЗ 1. Матрицы, определители, системы линейных уравнений. [7].
- КДЗ 2. Векторная алгебра. [7].

КДЗ 3. Аналитическая геометрия на плоскости. [7].

*Семестр 2.*

КДЗ 1. Аналитическая геометрия в пространстве. [7].

КДЗ 2. Линейные операторы .[7].

КДЗ 3. Алгебраические структуры. Комплексные числа. [7].

6.2. Правильность ответов задач КДЗ можно частично проверить с помощью компьютерных программ Maple или MatCad.

6.3. Контроль знаний текущего материала студенты могут осуществить с помощью тестовых заданий на компьютере.

6.4. Студенты могут использовать электронные учебные пособия, вопросы и образцы задач рубежного контроля, размещенные на сайте кафедры Высшей математики [vm.mstuca.ru](http://vm.mstuca.ru).

*Вопросы для самоконтроля и подготовки к зачету (семестр 1).*

1. Дать определения квадратной матрицы, ее определителя.
2. Для каких матриц существует обратная матрица?
3. Применим ли метод Гаусса для систем размерности  $5 \times 6$ ?
4. Как изменится определитель, если вторую строку заменить на сумму первого и второго столбцов?
5. Сформулировать условия параллельности двух прямых на плоскости и в пространстве.
6. Доказать теорему Кронекера-Капелли.
7. На какие типы делятся кривые второго порядка?
8. На какие типы делятся поверхности второго порядка?
9. Сформулировать и доказать критерий коллинеарности двух векторов.
10. Какие векторы называются компланарными?
11. Может ли система из пяти векторов являться базисом в трехмерном пространстве?
12. Дать определения ядра оператора. Привести примеры.
13. Дать определения собственных векторов линейного оператора.
14. В каком случае множество вычетов по модулю  $n$  является кольцом? Полем?
15. Чему равен аргумент произведения двух комплексных чисел?

*Задачи для самоконтроля и подготовки к зачету (семестр 1).*

1. Вычислить ранг матрицы путем приведения ее к треугольному виду

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 2 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 3 & 8 & 2 \\ 6 & 2 & -5 \\ 1 & 11 & 6 \end{vmatrix}$ .

3. Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$  вычислить  $A^{-1}$ .

4. Решить систему методом Гаусса 
$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 5 \\ 5x + y + 4z = 1 \\ x + 6y + 7z = 0 \end{cases}$$

5. Дана матрица  $A = (a_{ij})$  размера  $4 \times 4$ . Выпишите алгебраическое дополнение элемента  $a_{23}$ .

6. Решить систему методом Крамера 
$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 5 \\ 5x + y + 4z = 1 \\ x + 6y + 7z = 0 \end{cases}$$

7. Дана невырожденная матрица  $A = (a_{ij})$  размера  $3 \times 3$ . Выпишите элемент  $b_{12}$  матрицы  $B = A^{-1}$ .

8. Определить координаты точки  $A$ , если ее радиус-вектор составляет с координатными осями одинаковые углы и его модуль равен 3.

9. Доказать, что векторы  $a, b, c$ , удовлетворяющие условию  $[a, b] + [b, c] + [c, a] = 0$ , компланарны.

10. Вычислить скалярное произведение векторов  $(2a - b, 3b)$ , если  $a = (2, 3, -1)$ ,  $b = (4, -2, 5)$ .

11. Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-1, 4)$  перпендикулярно прямой  $2x - 7y - 1 = 0$ .

12. Составить каноническое уравнение параболы, если известны ее фокус  $F(4, 3)$  и уравнение директрисы  $y + 1 = 0$ .

13. Составить уравнение эллипса с центром в точке  $A(-1, 4)$ , фокусы которого лежат на прямой, параллельной оси  $OY$ , если известно, что расстояние между фокусами равно 6, а эксцентриситет равен  $3/5$ .

### Вопросы к зачету (семестр 1).

1. Понятия квадратной матрицы и определителя. Свойства 1) – 6) определителей.
2. Понятия минора и алгебраического дополнения. Свойства 7)-11) определителей.
3. Формулы Крамера решения системы линейных уравнений.

4. Элементарные преобразования системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
5. Понятие матрицы произвольной размерности. Действия над матрицами и их свойства.
6. Понятие ранга матрицы. Теорема Кронеккера –Капелли (без док-ва).
7. Понятие вектора и его модуля. Линейные операции над векторами и их свойства.
8. Векторное пространство. Понятия линейной зависимости и независимости векторов, базиса в пространстве.
9. Скалярное произведение и его свойства. Вычисление скалярного произведения через координаты.
10. Векторное произведение и его свойства. Вычисление векторного произведения через координаты.
11. Смешанное произведение и его свойства. Вычисление смешанного произведения через координаты.
12. Виды уравнений прямой на плоскости: с угловым коэффициентом, общее, каноническое, в отрезках.
13. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
14. Общее уравнение кривой второго порядка на плоскости.
15. Определение эллипса, вывод его канонического уравнения. Эксцентриситет, директриса и ее свойство.
16. Определение гиперболы, вывод ее канонического уравнения. Эксцентриситет, директриса и ее свойство.
17. Определение параболы, вывод ее канонического уравнения. Эксцентриситет, директриса и ее свойство.

#### *Вопросы к блоку 1 (семестр 2).*

1. Виды уравнений плоскости в пространстве: в векторной форме, общее, проходящей через заданную точку, в отрезках.
2. Нормальное уравнение плоскости в пространстве. Отклонение и расстояние от точки до плоскости.
3. Виды уравнений прямой в пространстве: канонические уравнения, параметрические, прямая как пересечение плоскостей.
4. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей, двух прямых, прямой и плоскости в пространстве.
5. Угол между прямой и плоскостью, между двумя плоскостями, между двумя прямыми.
6. Поверхности второго порядка. Их исследование методом сечений.
7. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

#### *Вопросы к блоку 2 (семестр 2).*

1. Понятия линейного векторное пространства и подпространства. Примеры. Базис и размерность пространства. Подпространства, порожденные системами векторов.
2. Замена базиса в линейном пространстве. Матрица перехода от базиса к базису.

3. Евклидовы пространства. Матрица Грама скалярного произведения.
4. Инвариантность скалярного произведения при замене базиса пространства.
5. Понятия линейного оператора и преобразования пространства, его ядра и образа. Способ нахождения ядра и образа.
6. Понятия инвариантного подпространства, собственного значения и собственного вектора. Теорема о нахождении собственных значений и собственных векторов.
7. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного преобразования.
8. Приведение квадратичной формы к главным осям.

### *Вопросы к экзамену*

1. Понятие бинарной операции на множестве. Примеры. Определения полугруппы, моноида, группы. Примеры. Доказательство, что данное множество является данной алгебраической структурой.
2. Определения кольца и поля. Свойства операций в данных алгебраических структурах. Примеры.
3. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Комплексное сопряжение.
4. Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрическом виде. Формула Муавра-Лапласа.
5. Сравнимость целых чисел по модулю  $n$ . Кольцо и поле вычетов по модулю  $n$ .
6. Кольца многочленов над полем. Отношения делимости на множестве многочленов. Неприводимые многочлены.
7. Использование простых чисел и неприводимых многочленов для построения конечных полей.
8. Отношения делимости на множестве целых чисел. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Кольца и поля вычетов.
9. Матрицы и определители над полем. Исследование систем линейных уравнений над полем.

### *Задачи для самоконтроля и подготовки к экзамену (семестр 2).*

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1, 0, 3)$ ,  $B(0, 1, -5)$  и отсекающей на оси ординат отрезок длины 3.
2. Составить канонические уравнения прямой  $L$ , заданной в виде  

$$L: \quad 3x - 5y + z + 7 = 0; \quad 2x - y + 4z + 9 = 0$$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-3, 2, 5)$  и  $B(4, 1, 2)$  параллельно вектору  $a = \{2, -1, 0\}$ .
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-3, 2, 5)$  и  $B(4, 1, 2)$ .
5. При каких значениях  $A$  и  $B$  плоскость  $Ax + 2y + Bz - 10 = 0$  параллельна прямой  $x = 2 - t$ ,  $y = 7 + 5t$ ,  $z = -3 + 2t$ ?

6. Найти угол между векторами  $AB$  и  $BC$ , если даны координаты точек  $A(5, -1, -2)$ ,  $B(0, 2, -1)$ ,  $C(-1, 4, -3)$ .
7. Вычислить  $\sqrt[5]{-1}$  и представить результат в показательной форме.
8. Изобразить число  $z = 2 - 5i$  на плоскости, вычислить  $z^2$ .
9. Изобразить множество на плоскости, заданное условием  $|z| = 3$ .
10. Найти собственные значения и собственные вектора матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ .
11. Определить является ли множество вырожденных матриц размерности  $3 \times 3$  полугруппой? группой?
12. Решить в  $Z_7$  уравнение  $2x + 3 = 0$ .
13. Разложить вектор  $a = (2, 3, -1)$  по данному базису.
14. Даны комплексные числа  $z_1$  и  $z_2$ . Вычислить  $z_1 \pm z_2$ ,  $z_1 z_2$ ,  $z_1 \bar{z}_2$ ,  $\bar{z}_1$  и  $\bar{z}_2$ . Указать расположение чисел  $z_1$  и  $z_2$  на комплексной плоскости.
15. Решить квадратное уравнение  $z^2 + pz + q = 0$  и представить его решения в тригонометрической и показательной форме.
16. Разложить числа  $n$  и  $m$  на простые множители и найти для них НОК и НОД.
17. Выписать таблицы сложения и умножения для кольца вычетов  $Z_k$ . Перечислить пары делителей нуля.
18. Указать элементы, обратные к ненулевым в поле  $Z_p$ .
19. Разделить с остатком многочлен  $P(x)$  на  $Q(x)$ .
20. Перемножить  $5x + 6$  и  $7x + 1$  в факторкольце  $R[x]/(\alpha x^2 + \beta x + \gamma)$ .

*Перечень тем научно-исследовательской работы студентов (НИРС) по дисциплине «Алгебра и геометрия».*

1. Ортогональные матрицы.
2. Нильпотентные матрицы.
3. Занимательные кривые.
4. Матричные уравнения.
5. Двойное векторное произведение.
6. Исследование систем линейных уравнений с помощью определителей.
7. Самосопряженные операторы.
8. Аффинные пространства.
9. Свойства многочленов над полями действительных и комплексных чисел.
10. Рефераты по теме «Жизнь и деятельность великих математиков»:
  - 1) Рене Декарт
  - 2) Леонард Эйлер
  - 3) Эварист Галуа и его теория групп.
11. Абелевы группы.
12. Группы подстановок.

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### *Основная литература.*

1. Шипачев В.С. Высшая математика. - М.: «Высшая школа», 2005.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. М.: Айрис-пресс, 2007.
3. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Наука, 2007.
4. Сборник задач по алгебре. Под редакцией А.И. Кострикина. М.: Физико-математическая литература, 2006.

### *Дополнительная литература.*

5. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры. - М.: Наука, 2004.
6. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения. - М.: Наука, 2004.

### *Учебно-методическая литература.*

7. Илларионова О.Г., Солодов В.В. Высшая математика. Пособие по изучению разделов алгебры и варианты домашних контрольных заданий. - М.: РИО МГТУ ГА, 2005. (библ. № 1382).

### *Программное обеспечение и Интернет-ресурсы*

Лицензированные ОС Windows 7 , Internet Explorer.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

1. Лекционные аудитории с компьютером и комнатной видеоустановкой.