

Выполнить указанные действия:

а)

$$\frac{3 + i}{6 - 5i}$$

б)

$$\frac{(1 + 2i)^2 - (1 - i)^3}{(3 + 2i)^3 - (2 + i)^2}$$

Найти действительную и мнимую части следующих комплексных чисел:

а)

$$\left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^3$$

б)

$$\left(\frac{i^5 + 2}{i^{19} + 1}\right)^2$$

Найти модуль и аргумент следующих комплексных чисел и записать их в показательной форме (через мнимую экспоненту):

а)

$$1 - i\sqrt{3}$$

б)

$$\frac{1 - i}{1 + i}$$

Изобразить на комплексной плоскости области, заданные неравенствами:

а)

$$0 < |z + i| < 2$$

б)

$$|\pi - \arg z| < \frac{\pi}{4}$$

Найти все значения корней:

а)

$$\sqrt[4]{-4}$$

б)

$$\sqrt{1 + i}$$

Вычислить:

а)

$$(1 + i)^8 (1 - i\sqrt{3})^6$$

б)

$$\left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^8$$

Вычислить значения функции  $e^z$  при:

а)

$$z = 2\pi i$$

б)

$$z = \frac{\pi i}{2}$$

Вычислить следующие значения:

а)

$$z = \cos(2 + i)$$

б)

$$z = \sin 2i$$

Вычислить следующие значения:

а)  $\operatorname{Ln}(-1),$  б)  $\operatorname{Ln} i,$

Вычислить следующие значения:

а)  $i^{\sqrt{2}},$  б)  $i^i,$

Решить уравнение:

а)  $e^z + i = 0.$  б)  $\ln(i - z) = 1.$

Записать в показательной форме числа:

а)  $z = i,$  б)  $z = 1 - i,$

Пусть  $z=x+iy$ . Найти точки на комплексной плоскости, где дифференцируемы следующие функции (использовать условие Коши-Римана):

а)  $x^2 + iy^2$  б)  $z \operatorname{Re} z,$

Вычислить производную следующих функций:

а)  $\sin(2e^z).$  б)  $ze^{-z}.$

Вычислить производную следующих функций:

а)  $\frac{e^z}{z}.$  б)  $\frac{e^z + 1}{e^z - 1}.$

Проверить выполнение условий Коши-Римана для функций:

а)  $z^n$  б)  $\cos z,$

Проверить выполнение условий Коши-Римана для функций:

а)  $e^z,$  б)  $\operatorname{Ln} z.$

Найти аналитическую функцию  $f=u(x,y)+iv(x,y)$ , если известны ее действительная часть и значение в точке (использовать условие Коши-Римана):

$$u = \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad f(\pi) = \frac{1}{\pi}.$$

Найти аналитическую функцию  $f=u(x,y)+iv(x,y)$ , если известны ее мнимая часть и значение в точке (использовать условие Коши-Римана):

$$v = 2y(5x - 3), \quad f\left(\frac{1}{5}\right) = -1.$$

Найти аналитическую функцию  $f=u(x,y)+iv(x,y)$ , если известны ее действительная часть и значение в точке (использовать условие Коши-Римана):

$$u = 3x^2 - 4xy - 3y^2, \quad f(i) = -3 - 2i.$$

Найти первообразные функций:

а)

$$e^{az},$$

б)

$$ze^{az},$$

Найти первообразные функций:

а)

$$\cos az,$$

б)

$$z \cos az.$$

Вычислить (использовать формулу Ньютона-Лейбница):

$$\int_{1+i}^{-1-i} (z^2 - z + 1) dz.$$

Вычислить (использовать формулу Ньютона-Лейбница):

$$\int_0^{1+i} \sin z \cos z dz.$$

Вычислить интеграл по контуру (обход положительный), используя интегральную формулу Коши:

$$\int_{|z|=1} \frac{\sin z}{z} dz.$$

Вычислить интеграл по контуру (обход положительный), используя интегральную формулу Коши:

$$\int_{|z|=2} \frac{\sin^2 z}{z - \frac{\pi}{4}} dz.$$

Разложить в ряд Тейлора функцию (использовать сумму бесконечной геометрической прогрессии и дифференцирование ряда):

$$f(z) = \frac{1}{(1-z)^2}.$$

Разложить в ряд Тейлора функцию (использовать сумму бесконечной геометрической прогрессии):

$$f(z) = \frac{1}{(z+1)(z-2)}.$$

Разложить в ряд Лорана в окрестности точки  $z=z_0$  функцию

$$\frac{1}{(z+2)z}, \quad z_0 = -2.$$

Найти вычет функции во всех ее конечных особых точках:

$$\frac{1}{(z^2+1)(z-1)^2}.$$

Найти вычет функции во всех ее конечных особых точках:

$$\frac{e^z}{(z-1)^2}.$$