

Федеральное агентство воздушного транспорта
Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

Кафедра высшей математики
К.К.Кислов

Математика (Статистика)

Пособие
по выполнению контрольных
домашних заданий по математической статистике (часть 1)
для студентов II курса
всех специальностей
дневного обучения

Москва-2009

ББК 517

П 44

Рецензент: канд. физ.-мат. наук А.А.Савченко.

Кислов К.К.

К93 Данное пособие издаётся в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины “Высшая математика” по учебному плану для студентов II курса всех специальностей дневного обучения, утверждённому в 2008 г.

Пособие содержит методику обработки статистических данных выборки, проверку гипотезы о законе распределения одномерных и двумерных случайных величин, 28 вариантов выборок объёма 100 одномерных случайной величины и 28 вариантов выборок объёма 50 двумерных случайной величины.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры. Протокол № 11 от 12.05.2009 и методического совета протокол № 5 от 22.05.2009.

Содержание

Введение.....
.....4	
1. Задание 1. Статистическая обработка результатов опыта.....	5
1.1. Статистические оценки неизвестных параметров распределения.....	5
1.2. Проверка гипотезы о законе распределения.....	9
1.3. Пример статистической обработки данных выборки.....	12
1.4. Выборки из одномерных генеральных совокупностей.....	17
2. Задание 2. Статистическая обработка результатов опыта	
для двумерных случайных величин.....	24
2.1. Статистические оценки параметров распределения.....	24
2.2. Проверка гипотезы о нормальном распределении двумерной	
случайной величины.....	27
2.3. Пример статистической обработки данных выборки.....	29
2.4. Выборки из двумерной генеральной совокупности.....	35
Приложение.....	44
Литература.....	64

Введение

Математические законы теории вероятностей не являются беспредметными абстракциями, лишёнными физического содержания. Они представляют собой математическое выражение реальных закономерностей, существующих в массовых случайных явлениях. Исходные данные для вероятностных расчётов получают из опытов.

Методы регистрации, описания, анализа результатов опыта - статистических экспериментальных данных, на основе которых решаются такие задачи, как определение закона распределения случайной величины, проверка правдоподобности гипотез, нахождения параметров распределения, составляет предмет математической статистики.

В математической статистике используется следующая схема исследований и связанных с ней понятий. Имеется некоторая совокупность предметов или явлений, называемая генеральной совокупностью. Для изучения генеральной совокупности выбирается случайным образом выборка – часть элементов генеральной совокупности, обладающих некоторым признаком (характерным свойством). Эти признаки в теории вероятностей именуется случайными величинами и обозначаются заглавными буквами X, Y и т.д.

Число элементов выборки называется объёмом выборки. Наблюдавшиеся значения X_i признака X называются вариантами. Результатом опыта является выборка в виде прямоугольной таблицы вариантов.

В зависимости от поставленной задачи производится статистическая обработка результатов эксперимента.

В работе представлены два варианта домашних заданий. В первом варианте - выборки одномерных случайных величин, во втором - двумерных. Количество выборок в каждом из домашних заданий – 28.

В задании 1 выборки произведены из генеральных совокупностей, в которых случайные величины распределены предположительно либо по нормальному, либо по показательным законам распределения. Объём выборок равен 100.

В задании 2 гипотетический закон распределения системы случайных величин является нормальным с коэффициентом корреляции близким к нулю. Объём выборок равен 50.

Для более глубокого освоения материала статистическая обработка выборки должна производиться студентом в ручном режиме с привлечением калькулятора и таблиц приложения, без применения компьютерных программ.

Выбор задания производится преподавателем.

1. Задание 1. Статистическая обработка результатов опыта

На заводе, выпускающем некоторые изделия, исследованы по некоторому признаку партии из 100 изделий (выборки 1.1÷1.28). Провести статистическую оценку параметров распределения, выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить эту гипотезу по критерию Пирсона.

1.1. Статистические оценки неизвестных параметров распределения

Основными параметрами законов распределения случайных величин являются математическое ожидание и дисперсия.

Оценками (приблизёнными значениями) этих параметров являются соответственно среднее арифметическое значение выборки

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \quad (1.1)$$

и дисперсия выборки

$$Дв = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{X})^2. \quad (1.2)$$

При большом объёме выборки для вычисления \bar{X} и Дв варианты выборки представляются в виде статистического распределения выборки (табл. 1.1). С этой целью по данным выборки определяются минимальное значение X_{\min} варианты и максимальное значение X_{\max} . Длина каждого интервала вычисляется по формуле:

$$\Delta x_E = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{k},$$

где k - число интервалов.

Число интервалов при объёме выборки n определяется из соотношения: $k \leq 5 \cdot \lg n$.

Номер интервала	1	2	...	k
Интервалы (x_{j-1}, x_j)	(x_0, x_1)	(x_1, x_2)	...	(x_{k-1}, x_k)
Среднее значение x_j^* 1-го интервала	x_1^*	x_2^*	...	x_k^*
Частоты n_j - число вариант в j-м интервале	n_1	n_2	...	n_k
Относительные частоты $W_j = \frac{n_j}{n}$	w_1	w_2	...	w_k

Среднее значение выборки \bar{x}^* и дисперсия выборки Dv^* определяются по формулам:

$$\bar{x}^* = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j x_j^* ; \quad (1.3)$$

$$Dv^* = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^k n_j (x_j^* - \bar{x}^*)^2 . \quad (1.4)$$

Очевидно, что значения оценок параметров, определённых по формулам (1.1) и (1.2) с одной стороны, и по формулам (1.3) и (1.4) с другой стороны, отличаются друг от друга вследствие случайных причин выбора числа интервалов, осреднения вариант x_j^* в пределах интервала и т. д.

Для вычисления оценок параметров по формулам (1.1) и (1.2) составляется вспомогательная табл. 1.2, где x_j - варианты выборки.

Таблица 1.2

x_1	x_2	x_3	...	x_{10}	$\sum_1^{10} x_j$
$(x_1 - \bar{x})^2$	$(x_2 - \bar{x})^2$	$(x_3 - \bar{x})^2$...	$(x_{10} - \bar{x})^2$	$\sum_1^{10} (x_j - \bar{x})^2$
1	2	3	4	5	6

Продолжение табл. 1.2

x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{20}	$\sum_{11}^{20} x_j$
$(x_{11} - \bar{x})^2$	$(x_{12} - \bar{x})^2$	$(x_{13} - \bar{x})^2$...	$(x_{20} - \bar{x})^2$	$\sum_{11}^{20} (x_j - \bar{x})^2$
7	8	9	10	11	12

Продолжение табл. 1.2

x_{91}	...	x_{100}	$\sum_{90}^{100} x_j^{x_j}$
$(x_{91} - \bar{x})^2$...	$(x_{100} - \bar{x})^2$	$\sum_{90}^{100} (x_{100} - \bar{x})^2$
13	14	15	16

По данным табл. 1.2, суммируя 1 строку, вычисляют $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_1^n x_j$.

Заполняют вторую строку, содержащую $(x_j - \bar{x})^2$, и вычисляют

$$Дв = \frac{1}{n-1} \sum_1^n (x_j - \bar{x})^2.$$

Во всех промежуточных вычислениях в результате следует брать на одну цифру больше числа верных цифр, а в конечном результате эта запасная цифра отбрасывается.

Представляет интерес вычислить \bar{x}^* и $Дв^*$ по формулам (1.3) и (1.4) и сравнить их соответственно с \bar{x} и $Дв$ (формулы (1.1) и (1.2)). Для этого используются данные табл. 1.1.

Для составления табл. 1.1 используется вспомогательная табл. 1.3.

Таблица 1.3

№ № п/п	Интервал	Штриховые отметки вариант	Частоты n_j	Относительные частоты $\frac{n_j}{n}$
1	$(x_{\min}, x_{\min} + \Delta x)$		2	W_1
2	$x_{\min} + \Delta x, x_{\min} + 2\Delta x)$		8	W_2
3	$(x_{\min} + 2\Delta x, x_{\min} + 3\Delta x)$		14	W_3
...
k	$(x_{\min} + (k-1)\Delta x, x_{\max})$		3	W_k

Табл. 1.3 составляется следующим образом.

В выборке определяется наименьшее x_{\min} и наибольшее x_{\max} значения вариант.

По формуле
$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k},$$

где $k \approx 5 \lg n$, вычисляется длина каждого из k интервалов.

Количество штриховых линий в каждом из интервалов определяется путём перебора всех элементов выборки по порядку их следования и занесения каждого элемента выборки в соответствующий интервал в виде штриха при условии, что значение варианты принадлежит этому интервалу. Таким образом, все n вариант выборки распределятся по интервалам в виде штрихов. Количество штрихов в интервале - это абсолютная частота или число вариант, принадлежащих интервалу.

По данным табл. 1.1 составляется табл. 1.4 для вычисления \bar{x}^* и $Dв^*$.

Таблица 1.4

Номера интервалов	Интервалы	x_j^*	n_j	$n_j \cdot x_j^*$	$x_j^* - \bar{x}^*$	$(x_j^* - \bar{x}^*)^2$	$n_j(x_j^* - \bar{x}^*)^2$
1	$(x_{\min} - x_2)$	x_1^*	n_1	$n_1 \cdot x_1^*$	$x_1^* - \bar{x}^*$	$(x_1^* - \bar{x}^*)^2$	$n_1(x_1^* - \bar{x}^*)^2$
2	$(x_2 - x_3)$	x_2^*	n_2	$n_2 \cdot x_2^*$	$x_2^* - \bar{x}^*$	$(x_2^* - \bar{x}^*)^2$	$n_2(x_2^* - \bar{x}^*)^2$
...
k	$(x_{k-1} - x_k)$	x_k^*	n_k	$n_k \cdot x_k^*$	$x_k^* - \bar{x}^*$	$(x_k^* - \bar{x}^*)^2$	$n_k(x_k^* - \bar{x}^*)^2$
		$\bar{x}^* = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j x_j^*$		$Dв^* = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^k n_j (x_j^* - \bar{x}^*)^2$			

Здесь x_j^* - середина j -го интервала.

Проводится сравнение значений \bar{x} с \bar{x}^* и $Dв$ и $Dв^*$ и определяются случайные ошибки их расхождений.

Оценки \bar{x}, \bar{x}^* и $Dв, Dв^*$ являются случайными величинами и, следовательно, с некоторой погрешностью приближаются к неизвестным параметрам распределения генеральной совокупности - математическому ожиданию $M[x]$ и дисперсии $D[x]$, соответственно.

Точность и надёжность оценки характеризуются соответственно доверительным интервалом и доверительной вероятностью, которая выбирается достаточно близко к единице, например: $\gamma = 0,9; 0,95$ или $0,99$.

Доверительный интервал для математического ожидания вычисляется из соотношения:

$$P\left(\bar{x} - t_{\gamma} \sqrt{\frac{D_{\sigma}}{n}} < M[x] < \bar{x} + t_{\gamma} \sqrt{\frac{D_{\sigma}}{n}}\right) \leq \gamma,$$

где t_{γ} - параметр распределения Стьюдента определяется из таблицы 2 Приложения;

$\left(\bar{x} - t_{\gamma} \sqrt{\frac{D_{\sigma}}{n}}, \bar{x} + t_{\gamma} \sqrt{\frac{D_{\sigma}}{n}}\right)$ - доверительный интервал для математического ожидания.

Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения определяется из соотношения [1]:

$$P\left((1 - \varepsilon_{\gamma})_{+} \sqrt{D_{\sigma}} < \sqrt{D} < (1 + \varepsilon_{\gamma}) \sqrt{D_{\sigma}}\right) = \int_{\frac{n-1}{(1+\varepsilon_{\gamma})^2}}^{\frac{n-1}{(1-\varepsilon_{\gamma})^2}} f_{n-1}(t) dt = \gamma,$$

где $f_{n-1}(t)$ - распределение Пирсона;

$(1 - \varepsilon_{\gamma})_{+} = \max\{1 - \varepsilon_{\gamma}, 0\}$, т.е. если $1 - \varepsilon_{\gamma} < 0$, тогда $(1 - \varepsilon_{\gamma})_{+} = 0$; если $1 - \varepsilon_{\gamma} > 0$, то

$$(1 - \varepsilon_{\gamma})_{+} = 1 - \varepsilon_{\gamma}.$$

Это распределение представлено в виде табл. 3 Приложения значений ε_{γ} в зависимости от числа испытаний n и доверительной вероятности γ .

Таким образом, доверительный интервал для среднего квадратического отклонения \sqrt{D} будет определяться в виде:

$$(1 - \varepsilon_{\gamma}) \sqrt{D_{\sigma}} < \sqrt{D} < (1 + \varepsilon_{\gamma}) \sqrt{D_{\sigma}}, \text{ если } \varepsilon_{\gamma} < 1;$$

$$0 < \sqrt{D} < (1 - \varepsilon_{\gamma}) \sqrt{D_{\sigma}}, \text{ если } \varepsilon_{\gamma} > 1.$$

1.2. Проверка гипотезы о законе распределения

Проверка гипотезы о законе распределения включает в себя определение типа закона распределения по виду гистограммы и проверку гипотезы о законе распределения по критерию согласия “хи- квадрат” Пирсона.

Гистограммой относительных частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат интервалы

(x_{j-1}, x_j) длины Δx_j , а высотами являются отношения $\frac{w_j}{\Delta x_j} = \frac{n_j}{n \cdot \Delta x_j}$.

Гистограмма относительных частот для нормального распределения имеет вид рис.1, а для показательного распределения - рис.2.

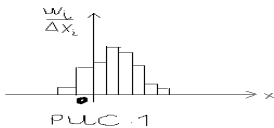


Рис. 1

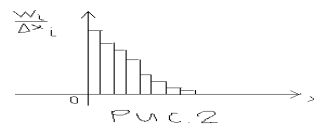


Рис. 2

Для проверки гипотезы в выбранном законе распределения применяется критерий согласия “хи - квадрат” Пирсона, который не зависит от распределения.

Критерий Пирсона имеет вид:

$$\chi^2_{\text{с}} = \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - n_j^T)^2}{n_j^T},$$

где n_j - абсолютная частота j -го интервала;

n_j^T - теоретическая абсолютная частота j -го интервала.

Для достаточно малой вероятности α , называемой уровнем значимости, определяется χ^2_{α} и критическая область $(\chi^2_{\alpha}, \infty)$ по табл. 4 Приложения.

Если выборочное значение критерия $\chi^2_{\text{выб}}$ попадает в критическую область,

т. е $\chi^2_{\text{выб}} \geq \chi^2_{\alpha}$ - гипотеза о выбранном законе распределения отвергается, если

$\chi^2_{\text{выб}} < \chi^2_{\alpha}$ - нет оснований отвергнуть гипотезу, т. е эта гипотеза не противоречит результатам опытов, вследствие чего её можно принять.

Выборочное значение критерия $\chi^2_{\text{выб}}$ вычисляется следующим образом.

Для каждого интервала (x_{j-1}, x_j) табл. 1.1 определяется теоретическая

вероятность $P(x_{j-1} < X < x_j) = P_j$ и $n_j^T = n \cdot P_j$.

Если в табл. 1.1 в каком-либо интервале число вариант меньше пяти, то этот интервал объединяется с соседним интервалом, а частоты складывают.

В случае гипотезы о нормальном распределении левый конец первого интервала принимается равным $-\infty$, а правый конец последнего интервала равным $+\infty$.

Для j -го интервала (x_{j-1}, x_j) вероятность P_j вычисляется по формуле:

$$P_j = \Phi \left(\frac{x_{j-1} - \bar{x}}{\sqrt{D_e}} \right) - \Phi \left(\frac{x_j - \bar{x}}{\sqrt{D_e}} \right).$$

В случае гипотезы о показательном распределении левый конец первого интервала принимается равным нулю, а правый конец последнего интервала равным $+\infty$.

Для j -го интервала (x_{j-1}, x_j) вероятность P_j вычисляется по формуле

$$P_j = e^{-\lambda x_{j-1}} - e^{-\lambda x_j},$$

где параметр распределения $\lambda = \frac{1}{x}$.

Значения e^{-y} вычисляются по табл. 5 Приложения.

При этих вычислениях целесообразно составить расчётную таблицу, например, для проверки гипотезы о нормальном распределении она будет иметь вид табл. 1.5.

Таблица 1.5

NN интер- валов	x_{j-1}	x_j	$\frac{x_{j-1} - \bar{x}}{\sqrt{D}}$	$\frac{x_j - \bar{x}}{\sqrt{D}}$	$\Phi \left(\frac{x_{j-1} - \bar{x}}{\sqrt{D}} \right)$	$\Phi \left(\frac{x_j - \bar{x}}{\sqrt{D}} \right)$	P_j	n_j^T	n_j
1	∞	x_1					P_1	$nP_1 = n_1^T$	n_1
2	x_1	x_2					P_2	$nP_2 = n_2^T$	n_2
...						

k	x_{k-1}	$+\infty$					P_k	$nP_k = n_k^T$	n_k
---	-----------	-----------	--	--	--	--	-------	----------------	-------

По данным табл. 1.5 для каждого j -го интервала вычисляются $\frac{(n_j - n_j^T)^2}{n_j^T}$ и, суммируя результаты расчётов для k интервалов, получают выборочное значение критерия Пирсона χ^2 .

По таблице критических точек распределения Пирсона (табл. 4 Приложения) по выбранному уровню значимости α и числу степеней свободы находится критерий Пирсона χ^2 .

Число степеней свободы S равно $k-3$ для нормального распределения и $k-2$ для показательного распределения.

1.3. Пример статической обработки данных выборки

У 50 изготовленных на токарном станке осей изделия контролировался диаметр. В результате были получены значения отклонений в микронах от номинального значения диаметра, приведённые в табл. 1.6. Провести статистическую обработку результатов измерений и проверить гипотезу о законе распределения.

Таблица 1.6

-1.8	8.2	4.2	5.2	4.2	1.2	12.2	9.2	-3.8	5.2
2.2	0.3	-1.1	4.2	4.2	2.2	-1.6	6.2	16.2	6.2
8.2	10.2	1.2	7.2	-0.8	-5.8	4.2	8.2	-0.8	8.2
2.1	4.1	11.1	3.1	3.1	0.3	3.2	2.2	1.2	2.1
5.0	6.2	3.2	3.2	1.2	5.2	-1.8	6.2	5.2	-0.8

По данным табл. 1.6 находится наименьшее и наибольшее значение вариант: $x_0 = -5.8$, $x_k = 16.2$.

Число интервалов $k \approx 5 \lg 50 \approx 8$.

Длина каждого интервала $\Delta x_j = \frac{16.2 + 5.8}{8} = 2.75$.

Данные выборки заносятся в вспомогательную табл. 1.7.

Таблица 1.7

n/n	Интервалы	Штриховые отметки вариант	Абсолютные частоты n_j
1	(-5.8, -3.05)		2
2	(-3.05, -0.30)		8
3	(-0.30, 2.45)		9
4	(2.45, 5.20)		13
5	(5.20, 7.95)		9
6	(7.95, 10,70)		6
7	(10.70, 13.45)		2
8	(13.45, 16.20)		1

По данным табл. 1.7 составляется статистическое распределение выборки (табл. 1.8).

Таблица 1.8

Номер интервала	1	2	3	4	5	6	7	8
Интервалы	(-5,81;-3,05)	(-3,05;-0,3)	(-0,3;2,45)	(2,45;5,2)	(5,2;7,95)	(7,95;10,7)	(10,7;13,45)	(13,45;16,2)
Средины интервалов	-4,43	-1,68	1,07	3,83	6,58	9,33	12,08	14,83
Абсолютные частоты	2	8	9	13	9	6	2	1
Относитель- ные частоты W	0,04	0,16	0,18	0,26	0,18	0,12	0,04	0,02
W/ ΔX	0,014	0,056	0,065	0,094	0,065	0,042	0,014	0,007

Составляется табл. 1.9 для вычисления $\bar{x} = \sum x_i / 50$ и $D_s = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{49}$.

Таблица 1.9

i	1	2	3	4	5	6	7	Сумма
x_i	-1,8	8,2	4,2	5,2	4,2	1,2	12,2	33,4
$(x_i - \bar{x})^2$	31,02	19,62	0,18	2,04	0,18	6,60	71,06	130,7
i	8	9	10	11	12	13	14	Сумма
x_i	9,2	-3,8	5,2	2,2	0,3	-1,1	4,2	16,2

$(x_i - \bar{x})^2$	29,48	57,3	2,04	2,46	12,04	23,72	0,18	127,22	
i	15	16	17	18	19	20	21	Сумма	
x_i	4,2	2,2	-1,6	6,2	16,2	6,2	8,2	41,6	
$(x_i - \bar{x})^2$	0,18	2,46	28,83	5,9	154,5	5,9	19,62	191,96	
i	22	23	24	25	26	27	28	Сумма	
x_i	10,2	1,2	7,2	-0,8	-5,8	4,2	8,2	24,4	
$(x_i - \bar{x})^2$	41,34	6,6	11,76	20,88	91,58	0,18	19,62	191,96	
i	29	30	31	32	33	34	35	Сумма	
x_i	-0,8	8,2	2,1	4,1	11,1	3,1	3,1	30,9	
$(x_i - \bar{x})^2$	20,88	19,62	2,79	0,11	53,73	0,45	0,45	98,03	
i	36	37	38	39	40	41	42	Сумма	
x_i	0,3	3,2	2,2	1,2	2,1	5	6,2	20,2	
$(x_i - \bar{x})^2$	12,04	0,32	2,46	6,6	2,79	1,51	5,9	31,62	
	43	44	45	46	47	48	49	50	Сумма
	3,2	3,2	1,2	5,2	-1,8	6,2	5,2	-0,8	21,6
	0,32	0,32	6,60	2,04	31,02	5,90	2,04	20,88	69,12

По суммам первой строки вычисляем \bar{x}

$$=1/50(33,4+16,2+41,6+24,4+30,9+20,2+21,6)=3,77.$$

По суммам 2-ой строки вычисляем

$$Dв=1/49(130,7+127,22+217,3+191,96+98,03+31,62+69,12)=17,67.$$

Таким образом, $\bar{x}=3,77$ и $Dв=17,67$. По данным табл. 1.7 составляется

табл. 1.10 для вычисления \bar{x}^* и $Dв^*$.

Таблица 1.10

№	Интервалы	Средины интервалов x_i^*	Частоты n_i	n_i, x_i^*	$(x_i^* - 3,86)^2$	$n_i (x_i^* - 3,86)^2$
1	(-5,8;-3,05)	-4,425	2	-9,825	68,5	137
2	(-3,05;-0,3)	-1,625	8	-13,4	30,58	244,6
3	(-0,3;2,45)	1,375	9	12,375	6,17	55,59

4	(2,45;5,2)	3,825	13	49,725	0	0
5	(5,2;7,95)	6,575	9	52,211	7,37	66,33
6	(7,95;10,7)	9,325	6	55,95	29,87	179,22
7	(10,7;13,45)	12,075	2	24,15	67,49	134,98
8	(13,45;16,2)	14,825	1	14,825	120,23	120,23
9	суммы	-----	50	193	-----	937,95

Ошибка между \bar{x} и \bar{x}^* составляет: $\Delta \bar{x} = (|3,77 - 3,86| / 3,77) 100\% = 2,4\%$.

Ошибка между Дв и Дв* составляет: $\Delta \text{Дв} = (|17,67 - 19,14| / 17,67) 100\% = 8,3\%$.

Отсюда следует, что группировка выборки на интервалы с целью вычисления \bar{X}^* и Дв* приводят к ошибкам, которые при увеличении объема выборки до $n > 150 - 200$ будут уменьшаться.

Поэтому основные параметры распределения – среднее значение и дисперсию выборки необходимо вычислять по формулам:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad \text{Дв} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1},$$

где n – объем выборки.

Для исследуемой выборки эти значения соответственно равны: $\bar{x} = 3,77$;

Дв=17,67.

По данным табл. 1.8 строится гистограмма частот (рис.3).

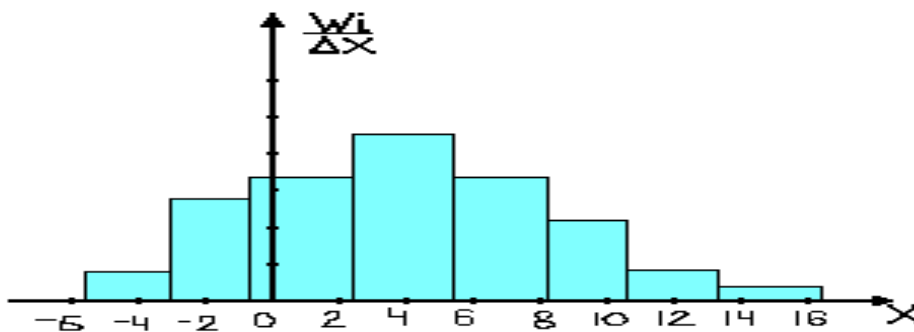


Рис.3. Гистограмма частот

По виду гистограммы можно судить, что гипотетическое распределение – нормальный закон:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

где a и σ соответственно математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

Подставляя вместо a и σ их оценки X и $Dв$, получим закон распределения выборки:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 4,08} \cdot e^{-\frac{(x-3,77)^2}{35,34}},$$

который является приближенным законом распределения генеральной совокупности в случае, если гипотеза о нормальном распределении верна.

Для проверки гипотезы составляется табл. 1.11.

Таблица 1.11

№	интервалы	z_{i-1}	z_i	Φ_{i-1}	Φ_i	P_i	$n_i^t = 50P_i$	n_i	$\frac{(n_i - n_i^t)^2}{n_i^t}$
1	$(-\infty; -3,05)$	$-\infty$	-1,62	-0,5	-0,477	0,053	2,6	2	0,16
2	$(-3,05; -0,3)$	-1,62	-0,877	-0,447	-0,310	0,138	6,9	8	0,18
3	$(-0,3; 2,45)$	-0,874	-0,274	-0,31	-0,108	0,202	10,1	9	0,12
4	$(2,45; 5,2)$	-0,274	0,4	-0,108	0,155	0,263	13,2	13	0
5	$(5,2; 7,95)$	0,4	1,073	0,155	0,358	0,203	10,2	9	0,13
6	$(7,95; 10,7)$	1,073	1,740	0,358	0,459	0,101	5	6	0,21
7	$(10,7; 13,45)$	1,740	2,420	0,459	0,492	0,033	1,7	2	0,07
8	$(13,45; +\infty)$	2,420	$+\infty$	0,492	0,5	0,008	0,4	1	0,9
9	суммы	---	---	---	---	1,001	50,9	50	1,77

Здесь $z_i = \frac{x_i - 3,77}{\sqrt{17,67}}$.

Для числа степени свободы $S=8-3=5$ и $\alpha=0,05$ граница критической области определяется по табл. 4 Приложения и $\chi^2(0,05) = 11,05$. Так как $\chi^2 = 1,77 < 11,05$, то гипотеза о нормальном распределении не противоречит результатам опытов.

Таким образом, в результате статистической обработки данных выборки из генеральной совокупности получены оценки параметров распределения: $\bar{x} = 3,77$; $Dв = 17,67$.

По виду гистограммы выдвинута нулевая гипотеза о нормальном законе распределения случайной величина X генеральной совокупности. По критерию

Пирсона была проверена выдвинутая гипотеза, показано, что она не противоречит опытным данным – выборке.

1.4. Выборки из одномерных генеральных совокупностей

Выборка 1.1

3,51	11,07	21,64	0,57	44,32	10,37	16,78	20,35	1,27	4,61
-2,23	8,49	14,68	7,63	4,08	10,06	8,14	5,03	3,90	12,28
11,18	5,21	7,29	11,82	0,82	13,56	19,42	10,95	17,42	7,41
1,92	10,59	17,04	4,91	14,08	18,02	7,84	5,42	3,01	8,33
15,02	18,41	8,04	13,90	4,24	6,46	11,93	11,39	18,89	16,12
5,59	6,26	10,17	17,83	16,51	-1,86	1,56	2,31	8,68	12,07
13,11	24,82	2,62	-1,25	3,12	5,89	-0,43	9,14	9,92	6,70
6,92	8,89	15,91	15,73	23,02	15,62	12,58	15,34	-4,72	14,89
20,72	13,32	10,72	7,96	13,78	6,08	9,37	12,41	19,84	9,51
12,72	8,97	11,57	12,89	9,78	11,68	14,27	7,08	9,66	14,43

Выборка 1.2

7,81	3,15	2,27	32,64	4,72	5,33	8,51	7,72	30,23	20,12
9,83	8,33	9,61	31,83	8,52	27,22	27,22	8,43	15,91	25,46
24,82	26,54	46,73	17,31	13,05	53,24	5,23	18,28	40,93	17,44
32,34	28,26	9,75	3,72	8,16	22,91	0,74	12,97	12,05	1,53
43,15	45,57	2,02	32,23	8,67	4,83	9,12	6,77	6,48	19,22
36,42	47,81	40,64	5,45	0,21	26,51	17,36	3,62	15,57	23,21
58,73	62,52	10,15	38,36	35,55	6,10	3,04	4,54	1,95	5,24
64,71	67,63	1,21	0,81	2,03	10,17	5,51	8,35	43,76	8,74
4,72	17,54	17,32	29,43	5,91	6,92	4,72	16,04	57,54	15,46
13,31	36,45	3,45	16,15	15,77	2,43	14,24	2,25	15,63	23,72

Выборка 1.3

13,72	21,24	31,85	10,78	14,53	20,58	26,99	30,55	11,48	14,82
7,98	18,70	24,89	17,84	14,29	20,27	18,35	15,24	14,11	22,49
21,39	15,72	17,50	22,03	11,03	23,77	29,63	21,16	28,63	17,62
12,13	20,80	27,25	15,12	24,29	28,23	18,05	15,63	13,22	18,54
25,23	28,62	18,25	24,11	14,45	16,67	22,14	21,60	29,10	26,32
15,8	16,47	20,38	28,04	26,72	8,35	11,77	12,52	18,89	22,28
23,32	35,03	12,83	8,96	13,33	16,10	9,78	19,35	20,13	16,91
17,13	19,10	27,13	25,94	33,23	25,83	22,79	25,55	5,39	25,10
30,93	23,53	20,93	18,18	23,99	16,29	19,58	22,62	30,05	19,72
22,93	19,18	21,78	23,1	19,99	21,89	24,48	19,29	19,87	24,64

Выборка 1.4

3,95	1,58	1,10	16,3	2,35	2,65	4,25	3,35	15,12	10,05
4,9	4,15	4,80	15,9	9,10	13,62	13,61	4,20	7,95	12,73
12,4	13,25	23,35	8,65	6,50	26,61	2,62	9,10	20,45	8,72
16,15	14,1	4,85	1,85	4,05	11,45	0,35	6,45	6,02	0,76
21,55	22,75	1,00	16,11	4,30	2,40	4,55	43,35	3,24	9,61
18,2	23,90	20,30	2,70	0,10	13,25	8,65	1,81	7,75	11,61
29,35	31,25	5,05	19,15	17,75	3,05	1,5	2,25	0,95	2,62
32,35	33,8	0,60	0,40	1,02	5,05	2,75	4,15	21,88	4,35
2,35	8,75	8,65	14,70	2,95	3,45	2,35	8,02	28,75	7,73
6,65	18,2	1,70	8,05	7,85	1,20	7,10	1,13	7,81	11,85

Выборка 1.5

24,63	32,15	42,76	21,69	25,44	31,49	37,90	41,47	22,38	25,73
18,89	29,61	35,8	28,75	25,2	31,18	29,26	26,15	25,02	33,40
32,3	26,33	28,41	32,94	21,94	34,68	40,54	32,07	38,54	28,53
23,04	31,71	38,16	26,03	35,2	39,14	28,96	26,54	24,13	29,45
36,14	39,53	29,16	35,02	25,36	27,58	33,05	32,51	40,01	37,24
26,71	27,38	31,29	38,95	37,63	19,26	22,68	23,43	29,80	33,19
34,23	45,94	23,74	19,87	24,24	27,01	20,69	30,26	31,04	27,82
28,04	30,01	37,03	36,85	44,14	36,74	33,70	36,46	16,40	36,01
41,84	34,44	31,84	29,08	34,90	27,2	30,49	33,53	40,96	30,63
33,84	30,09	32,69	34,01	30,90	32,80	35,39	28,2	30,78	35,55

Выборка 1.6

2,60	1,03	0,73	10,86	1,56	1,76	2,86	2,56	10,06	6,69
3,26	2,76	3,33	10,59	2,76	9,06	9,06	2,80	5,29	8,46
8,26	8,82	15,55	5,76	4,33	17,71	1,73	6,06	13,62	5,79
10,76	9,39	3,23	1,23	2,73	7,63	0,23	4,30	4,00	0,50
14,35	15,15	0,67	10,72	2,86	1,60	3,03	2,00	2,13	6,39
12,12	15,91	13,52	1,80	0,10	8,82	5,76	1,20	5,16	7,72
19,55	20,81	3,33	12,75	11,82	2,03	1,00	1,50	0,63	1,73
21,54	22,51	0,40	0,27	0,67	3,36	1,65	2,76	14,55	2,59
1,56	5,82	5,76	9,79	1,96	2,30	1,56	5,33	19,15	5,13
4,43	12,12	1,13	5,36	5,23	0,86	4,73	0,73	5,2	7,89

Выборка 1.7

18,83	26,35	36,96	15,89	19,64	25,69	32,10	35,67	16,59	19,93
13,09	23,81	30,00	22,95	19,40	25,38	23,46	20,35	19,22	27,60
26,50	20,53	22,61	27,14	16,14	28,88	34,74	26,27	32,74	22,73
17,24	25,91	32,68	20,23	29,40	33,34	23,16	20,74	18,33	23,65
30,34	33,73	23,68	29,22	19,56	21,78	27,25	26,71	34,21	31,44
20,91	21,58	25,49	33,15	31,83	13,46	16,88	17,63	24,00	27,39
28,43	40,14	17,94	14,07	18,44	21,21	14,89	24,46	25,24	22,02
22,24	24,21	31,23	30,98	38,34	30,94	27,90	30,66	10,60	30,21
36,04	28,64	26,04	23,28	29,10	21,40	24,69	27,73	35,16	24,86
28,04	24,29	26,88	28,21	25,10	27,00	29,59	22,40	24,96	29,75

Выборка 1.8

19,5	7,78	5,60	81,58	11,78	13,22	21,30	19,28	75,62	50,28
24,58	20,82	24,02	79,58	20,96	68,05	68,09	21,08	39,81	63,62
62,05	66,34	116,82	43,28	32,62	133,09	13,08	45,68	102,29	43,56
80,84	70,64	24,29	9,32	20,41	57,26	1,85	32,42	30,12	3,82
107,88	113,88	5,05	80,57	21,58	12,07	22,82	16,89	16,21	48,05
91,05	119,52	101,58	13,52	0,52	66,28	43,42	9,05	38,92	58,02
146,78	156,30	25,30	95,80	88,80	15,20	7,50	11,20	4,75	13,00
161,80	169,08	3,02	2,02	5,08	25,42	13,76	20,87	109,28	
11,81	43,84	43,28	73,58	14,81	17,31	11,82	40,09	143,85	38,64
33,30	91,09	8,62	40,29	39,42	6,08	35,58	5,62	39,08	59,29

Выборка 1.9

21,55	29,07	39,68	18,68	22,36	28,41	34,82	38,39	19,31	22,65
15,81	26,53	32,72	25,72	22,12	28,10	26,18	23,07	21,94	30,32
29,22	23,25	25,33	19,83	18,86	31,60	37,46	28,99	35,46	25,45
19,96	28,63	35,08	22,98	32,12	36,06	25,88	23,46	21,05	26,37
33,06	36,45	26,08	31,94	22,28	24,50	29,97	29,43	36,93	34,16
23,63	24,30	28,21	35,87	34,55	16,18	19,60	20,35	26,72	30,11
31,15	42,86	20,70	16,79	21,16	23,94	17,71	27,18	27,96	24,74
24,96	26,93	33,95	33,77	41,06	33,66	30,62	33,38	13,32	32,93
38,76	31,36	28,76	26,00	31,82	24,12	27,41	30,45	37,88	27,55
30,76	27,01	29,61	30,93	27,82	29,72	32,31	25,12	27,70	32,47

Выборка 1.10

15,62	6,28	4,49	65,21	9,44	10,66	17,08	15,44	60,46	40,24
19,66	16,66	19,28	63,66	16,48	54,44	54,48	16,84	31,82	50,88
49,60	53,08	93,46	34,62	26,08	106,48	10,46	36,49	81,86	34,88
64,64	56,48	19,48	7,44	16,28	45,82	1,48	25,84	24,01	3,06
86,28	91,04	4,05	64,42	17,23	9,66	18,24	13,42	12,88	38,44
72,84	95,62	81,28	10,82	0,42	53,02	34,64	7,25	31,04	46,42
117,46	125,01	20,28	76,61	71,02	12,24	6,05	9,08	3,81	10,44
129,42	135,21	2,42	1,63	4,06	20,24	11,02	16,65	87,42	17,45
9,44	35,08	34,61	58,86	11,82	13,84	9,41	32,08	115,08	30,88
26,62	72,88	6,89	32,29	31,47	4,86	28,43	4,49	31,26	47,44

Выборка 1.11

11,72	19,24	29,85	8,78	12,54	18,58	24,99	28,56	9,48	12,82
5,98	16,70	22,89	15,84	12,29	18,27	16,35	13,24	12,11	20,49
19,39	13,42	15,50	20,03	9,03	21,77	27,63	19,16	25,63	15,62
10,12	18,80	25,25	13,12	22,29	26,23	16,05	13,63	11,22	16,54
23,23	26,62	16,25	22,11	12,45	14,67	20,14	16,60	27,10	24,33
13,80	14,47	18,38	26,04	24,72	6,35	9,77	10,52	16,89	20,28
21,32	33,04	10,83	6,95	11,33	14,10	7,78	17,35	18,13	14,91
15,13	17,10	24,12	23,94	31,23	23,83	20,29	23,55	3,49	23,08
28,93	21,53	18,93	16,17	21,99	14,29	17,58	20,62	28,05	17,72
20,93	17,18	19,78	21,10	17,99	19,89	22,48	15,29	17,87	22,64

Выборка 1.12

12,98	5,25	3,78	54,41	7,86	8,88	14,20	12,86	50,40	33,54
16,39	13,88	16,02	53,06	14,21	45,29	45,41	13,99	26,48	42,42
41,28	44,22	77,9	28,86	21,69	88,58	8,71	30,46	68,23	28,98
53,91	47,11	16,25	6,20	13,60	38,20	1,23	21,62	20,08	2,55
71,53	75,56	3,37	53,72	14,45	8,05	15,18	11,28	10,80	31,98
60,71	79,70	67,74	9,08	0,35	44,20	28,94	6,03	25,95	38,69
97,90	104,22	16,92	63,93	59,26	10,23	5,07	7,56	3,25	8,73
107,97	112,74	2,02	1,35	3,38	16,95	9,18	13,91	72,94	14,57
7,87	29,24	28,87	49,05	9,85	11,53	7,87	26,73	95,92	25,77
22,19	60,76	5,75	26,92	26,29	4,05	23,69	3,75	26,05	39,54

Выборка 1.13

7,83	15,35	25,96	4,87	8,64	14,69	21,10	24,67	5,59	8,93
2,09	12,81	19,00	11,95	8,40	14,38	12,46	9,35	8,22	16,60
15,50	9,53	11,61	16,14	5,12	17,88	23,74	15,27	21,74	11,73
6,24	14,91	21,36	9,23	18,40	22,34	12,16	9,74	7,33	12,65
19,34	22,73	12,36	18,22	8,56	10,78	16,25	15,71	23,21	20,44
9,91	10,58	14,49	22,15	20,83	2,46	5,88	6,63	13,00	16,39
17,43	27,14	16,94	3,07	7,44	10,21	3,89	13,46	14,24	11,02
11,24	13,21	20,23	20,05	27,34	19,94	16,90	19,66	-0,40	19,21
25,04	17,64	15,04	12,28	18,10	10,40	13,69	16,73	24,16	13,83
17,04	13,29	15,89	17,21	14,10	16,00	17,59	11,40	13,98	18,75

Выборка 1.14

11,16	4,50	3,24	46,61	6,71	7,61	12,15	10,97	43,15	28,73
14,04	12,00	13,72	45,45	11,95	38,87	38,90	12,04	22,72	36,36
35,74	38,12	66,73	24,72	18,70	76,03	7,45	26,12	58,48	24,90
46,18	40,35	14,01	5,38	11,65	32,72	1,06	18,60	17,21	2,18
61,62	65,07	2,88	46,02	12,40	6,90	13,02	9,66	9,25	27,44
52,91	68,27	58,03	7,78	0,30	37,85	24,79	5,20	22,23	33,14
83,87	89,27	14,50	54,78	50,76	8,80	4,34	6,50	2,78	7,50
92,40	96,57	1,73	1,16	2,90	14,52	7,87	12,00	62,49	12,48
6,74	25,05	24,73	42,03	8,43	9,88	6,74	22,90	82,18	22,08
19,00	52,05	4,90	23,06	22,52	3,47	20,40	3,21	22,32	33,87

Выборка 1.15

15,74	23,26	33,87	12,80	16,55	22,60	29,02	32,60	13,50	16,84
10,00	20,72	26,91	19,85	16,31	22,29	20,37	17,26	16,13	24,51
23,41	17,44	19,52	24,05	13,05	25,79	31,65	23,18	29,65	19,64
14,15	22,82	29,27	17,14	26,31	30,25	20,07	17,65	15,24	20,56
37,25	30,64	20,27	26,13	16,47	18,69	24,30	23,62	31,12	28,35
17,82	18,49	22,40	30,06	28,74	10,37	13,79	14,54	20,91	24,30
25,34	37,05	14,85	10,98	15,35	18,12	11,80	21,37	22,15	18,93
19,15	21,12	28,14	27,96	35,25	27,85	24,81	27,67	7,51	27,12
32,95	25,55	22,95	20,19	26,01	18,31	21,60	24,64	32,07	21,74
24,95	21,20	23,80	25,12	22,02	23,92	26,51	19,31	21,89	26,66

Выборка 1.16

5,60	2,25	1,62	23,30	3,37	3,81	6,08	5,51	21,60	14,36
7,02	5,95	6,86	22,72	5,08	19,43	19,45	6,02	11,40	18,18
17,72	18,95	33,36	12,40	9,32	38,01	3,73	13,05	29,22	12,45
23,49	20,18	6,96	2,66	5,83	16,40	0,53	9,26	8,60	1,10
30,81	32,53	1,44	23,01	6,19	3,45	6,51	4,83	4,63	13,72
26,00	34,14	29,02	3,89	0,15	18,92	12,39	2,60	11,12	16,60
41,93	44,63	7,25	27,39	25,38	4,40	2,17	3,24	1,40	3,74
46,20	48,30	0,86	0,60	1,45	7,26	3,93	5,96	31,24	6,24
3,37	12,52	12,37	21,01	4,22	4,94	3,37	11,49	41,10	11,04
9,50	26,02	2,46	11,53	11,26	1,74	10,17	1,61	11,16	16,94

Выборка 1.17

12,65	20,17	30,78	9,71	13,46	19,51	25,92	29,49	10,41	13,75
6,91	17,63	23,82	16,77	13,22	19,20	17,28	14,28	13,04	21,42
20,32	14,35	16,43	20,96	9,96	22,70	28,56	20,09	26,56	16,55
11,06	19,73	26,18	14,05	23,22	27,16	16,98	14,56	12,15	17,47
24,16	27,55	17,18	23,04	13,38	15,60	21,07	20,53	28,03	25,26
14,73	15,40	19,34	27,01	25,65	7,28	10,70	11,45	17,82	21,21
22,25	33,96	11,76	7,89	12,26	15,04	8,71	18,28	19,06	15,84
16,06	18,03	25,05	24,87	32,16	24,76	21,72	24,48	4,32	24,03
29,86	22,46	19,86	17,10	22,92	15,22	18,51	21,55	28,98	18,65
21,86	18,02	20,71	22,03	18,92	20,82	23,41	16,22	18,80	23,57

Выборка 1.18

3,28	1,32	0,95	13,69	1,97	2,23	3,57	3,23	12,70	8,44
4,12	3,49	4,04	13,36	3,58	11,42	11,42	3,53	6,68	10,69
10,42	11,15	19,61	7,27	5,48	22,34	2,20	7,68	17,18	7,31
13,57	11,84	4,09	1,56	3,43	9,62	0,31	5,42	5,04	0,63
18,10	20,08	0,84	13,52	3,61	2,02	3,82	2,79	2,69	8,06
15,29	20,08	17,05	2,28	0,09	11,13	7,27	1,51	6,54	9,74
24,65	26,25	4,24	16,11	14,91	2,58	1,28	1,91	0,82	2,21
27,17	28,39	0,50	0,34	0,84	4,27	2,31	3,49	18,35	3,67
1,97	7,35	7,27	12,35	2,48	2,90	1,97	6,74	24,15	6,49
5,59	15,29	1,45	6,79	6,52	1,02	5,98	0,94	6,56	9,96

Выборка 1.19

8,72	16,24	26,85	5,78	9,53	15,57	22,00	25,56	6,48	9,82
1,98	13,70	19,89	12,84	9,29	15,28	13,35	10,24	9,11	17,49
16,31	10,42	12,80	17,03	6,03	18,77	24,63	16,16	22,63	12,62
7,13	15,80	22,25	10,12	19,29	23,23	13,05	10,63	8,22	13,54
20,23	23,62	13,25	19,11	9,45	11,67	17,14	16,60	24,10	21,33
10,80	11,47	15,38	23,04	21,76	3,35	6,77	7,52	13,89	17,28
18,32	30,03	7,83	3,96	8,33	11,10	4,78	14,35	15,13	11,91
12,12	14,10	21,12	20,94	28,23	20,83	27,79	20,55	0,49	20,10
25,93	18,53	15,93	13,17	19,00	11,29	14,58	17,63	25,05	14,72
17,93	14,18	16,78	18,10	15,01	16,89	19,48	12,29	14,87	19,64

Выборка 1.20

2,35	0,94	0,68	9,78	1,41	1,59	2,55	2,31	9,07	6,03
2,94	2,49	2,88	9,54	2,55	8,16	8,17	2,52	4,77	7,62
7,44	7,95	2,84	5,19	3,94	15,96	1,56	5,48	12,27	5,22
9,69	8,48	2,91	1,11	2,45	6,87	0,22	3,89	3,60	0,46
12,93	13,66	0,60	9,67	2,60	1,44	2,73	2,03	1,94	5,76
10,92	14,34	12,18	1,64	0,06	7,95	5,21	1,08	4,65	6,96
17,61	18,75	3,03	11,49	10,66	1,83	0,90	1,36	0,58	1,56
19,41	20,28	0,36	0,24	0,60	3,05	1,65	2,49	13,12	2,61
1,41	5,25	5,19	8,82	1,77	2,07	1,42	4,80	17,26	4,64
3,99	10,92	1,02	4,84	4,73	0,72	4,27	0,67	4,68	7,11

Выборка 1.21

14,64	22,16	32,77	11,70	15,45	21,50	27,91	31,48	12,40	15,74
8,90	19,62	25,81	18,76	15,21	21,19	19,27	16,16	15,03	23,41
22,31	16,34	18,42	22,95	11,95	24,69	30,52	22,08	28,55	18,54
13,05	21,72	28,17	16,04	25,21	29,15	18,97	16,55	14,14	19,46
26,15	29,54	19,17	25,03	15,37	17,59	23,06	22,52	30,02	27,25
16,72	17,39	21,81	28,96	27,64	9,27	12,69	13,44	19,81	23,20
24,24	35,95	13,76	9,88	14,25	17,02	10,60	20,27	21,05	17,83
18,05	20,02	27,65	26,86	34,15	26,75	23,71	26,47	6,41	26,02
31,85	24,43	21,85	19,09	24,91	17,21	20,50	23,54	30,97	20,64
23,86	20,10	22,70	24,02	20,91	22,81	25,40	18,21	20,79	25,56

Выборка 1.22

17,73	7,15	5,15	74,09	10,71	12,09	19,32	17,52	68,62	45,67
22,31	18,89	21,81	72,25	19,34	61,78	61,83	19,14	36,12	57,79
56,34	60,24	106,08	32,30	29,62	120,85	11,87	41,50	92,89	39,59
73,41	64,16	22,13	8,44	18,52	52,01	1,68	29,44	27,35	3,47
97,95	103,39	4,99	73,16	19,68	10,96	20,70	15,37	14,71	43,62
82,67	108,53	92,25	12,37	0,48	60,20	39,39	8,21	35,34	52,70
133,29	141,92	22,99	86,99	80,69	13,89	6,89	10,29	4,42	11,89
195,89	153,60	2,75	1,84	4,61	22,98	12,51	18,95	99,34	19,84
10,71	39,79	39,32	66,79	13,41	15,71	10,71	36,39	130,52	35,09
30,21	82,69	7,83	36,67	35,79	5,51	32,25	5,09	35,48	53,84

Выборка 1.23

10,76	18,28	28,89	7,82	11,57	17,62	24,04	27,60	8,52	11,86
5,02	15,74	21,93	14,88	11,33	17,31	15,39	12,28	11,15	19,53
18,43	12,36	14,54	19,07	8,07	20,81	26,67	18,20	24,67	14,66
9,17	17,84	24,29	12,16	21,33	25,27	15,09	12,67	10,26	15,58
22,27	25,66	15,29	21,15	11,49	13,71	19,18	18,64	26,14	23,37
12,84	13,51	17,42	25,08	23,76	5,39	8,81	9,56	15,93	19,32
20,36	32,07	9,87	6,00	10,37	13,14	6,82	16,39	17,17	13,95
14,17	16,14	23,16	22,98	30,27	22,87	19,83	22,59	2,53	22,14
27,97	20,57	17,97	15,21	21,03	13,33	16,62	19,66	27,09	16,76
18,98	16,22	18,82	20,14	17,02	18,93	21,52	14,33	16,91	21,68

Выборка 1.24

14,43	5,82	4,19	60,38	8,73	9,86	15,74	14,28	55,92	37,22
18,18	15,41	17,80	58,88	15,76	50,36	50,35	15,59	29,43	47,09
45,92	49,09	86,45	32,02	24,14	98,49	9,67	33,82	75,72	32,26
59,83	52,28	18,04	6,88	15,09	42,40	1,37	23,99	22,29	2,83
79,79	84,29	3,74	59,62	16,04	8,93	16,87	12,55	11,89	35,56
67,38	88,45	75,18	10,08	0,40	49,04	32,09	6,70	28,80	42,94
108,65	115,66	18,77	70,89	65,77	11,36	5,62	8,39	3,61	9,69
119,71	125,11	2,24	1,57	3,75	18,81	10,19	15,44	80,96	16,17
8,73	32,45	32,04	54,44	10,93	12,88	8,73	29,77	106,45	28,59
24,6	67,43	6,38	29,88	29,17	4,49	26,34	4,16	28,91	43,88

Выборка 1.25

9,82	17,34	27,95	6,88	10,63	16,68	23,09	26,66	7,58	10,92
4,08	14,80	21,00	13,94	10,39	16,37	14,45	11,34	10,21	18,59
17,49	11,52	13,60	18,13	7,13	19,87	25,73	17,26	23,71	13,72
8,23	16,90	23,35	11,22	20,39	24,33	14,15	11,73	9,32	14,64
21,33	24,72	14,35	20,21	10,55	12,77	18,24	17,70	25,20	22,43
11,90	12,57	16,48	24,14	22,82	4,35	7,87	8,62	15,00	18,38
19,42	31,13	8,93	5,06	9,43	12,20	5,88	15,45	16,23	13,01
13,23	15,30	22,22	22,04	29,33	21,93	18,89	21,65	1,59	21,20
27,03	19,63	17,03	14,27	20,09	12,39	15,68	18,72	26,15	15,82
19,03	15,28	17,88	19,20	16,09	18,00	20,58	13,39	15,97	20,74

Выборка 1.26

12,18	4,89	3,54	50,92	7,36	8,31	13,27	11,99	47,16	31,39
15,29	12,99	15,00	49,65	13,29	42,46	42,49	13,15	24,82	39,72
38,71	41,40	72,90	26,99	20,36	83,05	8,16	28,51	63,85	27,21
50,45	44,08	15,21	5,80	12,73	35,74	1,15	20,23	18,80	2,39
67,31	71,08	3,15	50,28	13,52	7,53	14,22	10,56	10,11	29,98
56,81	74,58	63,40	8,49	0,32	41,35	27,08	5,64	24,29	36,21
91,62	97,53	15,83	59,84	55,46	9,58	4,74	7,08	3,04	8,17
100,95	105,50	1,90	1,26	3,17	15,86	8,59	13,03	68,76	13,63
7,36	27,36	27,02	45,92	9,22	10,79	7,36	25,10	89,76	24,11
20,75	56,86	5,38	25,19	24,59	3,79	22,21	3,49	24,38	37,00

Выборка 1.27

6,74	14,26	24,87	3,80	7,57	13,60	20,00	23,58	4,50	7,84
1,00	11,72	17,91	10,86	7,31	13,29	11,37	8,26	7,13	15,51
14,31	8,34	10,52	15,05	4,05	16,79	22,65	14,18	20,65	10,64
5,15	13,82	20,27	8,14	17,31	21,25	11,07	8,65	6,24	11,56
18,25	21,64	11,27	17,13	7,47	9,69	15,16	14,62	22,12	19,35
8,82	9,49	13,40	21,06	19,74	1,37	4,79	5,54	11,91	15,30
16,34	28,05	5,85	2,00	6,35	9,12	2,80	12,37	13,15	9,93
10,15	12,12	19,14	18,96	26,25	18,85	15,81	18,57	-1,49	18,12
23,95	16,55	13,95	11,19	17,00	9,21	12,60	15,64	23,07	12,74
15,95	12,20	14,80	16,12	13,00	14,91	17,40	10,31	12,89	17,66

Выборка 1.28

10,54	4,25	3,06	44,06	6,37	7,20	11,50	10,42	40,81	27,16
13,27	11,24	12,97	42,97	11,50	36,74	36,77	11,38	21,50	34,37
33,51	35,83	63,08	23,36	17,62	71,87	7,06	24,68	55,25	23,54
43,66	38,15	13,16	5,02	10,99	30,92	0,99	17,49	16,26	2,06
58,25	61,49	2,73	43,51	11,69	6,52	12,31	9,14	8,69	25,95
49,17	64,54	54,86	7,36	0,60	35,80	23,44	4,90	21,02	31,33
79,28	84,40	13,69	51,79	47,99	8,29	4,10	6,13	2,63	7,07
87,35	91,29	1,63	1,10	2,74	13,69	7,44	11,24	59,08	11,80
6,37	23,68	23,40	39,73	8,00	9,34	6,37	21,69	77,68	20,87
18,00	49,21	4,66	21,79	21,29	3,28	19,22	3,04	21,10	32,02

2. Задание 2. Статистическая обработка результатов опытов для двумерных случайных величин

На токарном станке изготовлено 50 гильз, у которых в двух взаимно – перпендикулярных плоскостях контролировались отклонения оси от номинального размера - выборки (2.1-2.28).

Предполагается, что система из двух измеряемых признаков подчинена нормальному закону распределения. Цель задания: Провести статистическую оценку параметров распределения и проверить гипотезу о нормальном законе распределения по критерию «хи-квадрат» Пирсона.

2.1. Статистические оценки параметров распределения

Наибольшее распространение на практике имеет нормальный закон распределения двух случайных величин, плотность распределения которого выражается формулой:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi \sigma_x \sigma_y \sqrt{1-r^2}} \cdot e^{-\frac{Q(x,y)}{2(1-r^2)}},$$

$$\text{где } Q(x, y) = \frac{(x - m_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2r(x - m_x)(y - m_y)}{\sigma_x \sigma_y} + \frac{(y - m_y)^2}{\sigma_y^2},$$

где r - коэффициент корреляции.

Наиболее простой вид закона распределения будет в случае некоррелированности ($r = 0$) случайных величин:

$$f(x, y) = f_1(x) \cdot f_2(y).$$

Здесь $f_1(x)$ и $f_2(y)$ – плотности нормального распределения случайных величин X и Y соответственно. В случае $r \neq 0$ плотность распределения $f(x,y) = \text{const}$, если

$$\frac{(x - m_x)^2}{\sigma_x^2} - 2r \frac{(x - m_x)(y - m_y)}{\sigma_x \sigma_y} + \frac{(y - m_y)^2}{\sigma_y^2} = \text{const}.$$

Последнее уравнение – это уравнение эллипса, называемого эллипсом рассеивания, центр которого имеет координаты (m_x, m_y) , а оси симметрии составляют с осью Ox углы, определяемые уравнением [2]:

$$\text{tg}2\alpha = \frac{2r\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2}.$$

Уравнение эллипса принимает наиболее простой, канонический вид, если координатные оси совпадают с осями симметрии эллипса. Уравнение эллипса рассеивания приводится к каноническому виду путем переноса начала координат в точку (m_x, m_y) и поворотом координатных осей на угол α . При этом координатные оси совпадают с главными осями рассеивания и нормальным законом преобразуется к коническому виду:

$$f(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v} \cdot e^{-\frac{u^2}{2\sigma_u^2} - \frac{v^2}{2\sigma_v^2}}.$$

Уравнения преобразования координат имеют вид:

$$\begin{cases} U = (x - m_x)\cos\alpha + (y - m_y)\sin\alpha, \\ V = -(x - m_x)\sin\alpha + (y - m_y)\cos\alpha, \end{cases}$$

где $m_x = M[X]$, $m_y = M[Y]$.

Дисперсии случайных величин U и V будут иметь вид:

$$D_u = D[X]\cos^2\alpha + D[Y]\sin^2\alpha + r\sigma_x\sigma_y\sin 2\alpha;$$

$$D_v = D[X]\sin^2\alpha + D[Y]\cos^2\alpha - r\sigma_x\sigma_y\sin 2\alpha;$$

$$r_{u,v} = 0.$$

Выборки 2.1-2.28 представляют случай, когда главные оси рассеивания и координатные оси параллельны, т.е. $r = 0$.

Оценки параметров будут определяться по формулам:

$$\bar{x} = \frac{\sum_i^n x_i}{n}; \quad \bar{y} = \frac{\sum_i^n y_i}{n}; \quad S_x = \sqrt{\frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}; \quad S_y = \sqrt{\frac{\sum_i^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}; \quad \bar{r} = \frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1) \cdot S_x \cdot S_y}.$$

Значение r предполагается отличным от нуля. Поэтому следует проверить гипотезу о равенстве нулю коэффициента корреляции r . Табл. 2.1 служит для вычисления параметров выборки.

Таблица 2.1

i	1	2	...	n
x_i	x_1	x_2	...	x_n
y_i	y_1	y_2	...	y_n
$x_i - \bar{x}$	$x_1 - \bar{x}$	$x_2 - \bar{x}$...	$x_n - \bar{x}$
$y_i - \bar{y}$	$y_1 - \bar{y}$	$y_2 - \bar{y}$...	$y_n - \bar{y}$
$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_1 - \bar{x})^2$	$(x_2 - \bar{x})^2$...	$(x_n - \bar{x})^2$
$(y_i - \bar{y})^2$	$(y_1 - \bar{y})^2$	$(y_2 - \bar{y})^2$...	$(y_n - \bar{y})^2$
$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y})$	$(x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y})$...	$(x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})$

По данным табл. 2.1. вычисляют:

$$\bar{x} = \frac{\sum_i^n x_i}{n}; \quad \bar{y} = \frac{\sum_i^n y_i}{n}; \quad S_x = \sqrt{\frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}; \quad S_y = \sqrt{\frac{\sum_i^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}; \quad \bar{r} = \frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1) \cdot S_x \cdot S_y}.$$

Вычисляются доверительные интервалы для параметров распределения по зависимостям:

$$\bar{x} - t_\gamma \frac{S_x}{\sqrt{n}} < M[x] < \bar{x} + t_\gamma \frac{S_x}{\sqrt{n}};$$

$$\bar{y} - t_\gamma \frac{S_y}{\sqrt{n}} < M[y] < \bar{y} \pm t_\gamma \frac{S_y}{\sqrt{n}};$$

$$\bar{r} - t_\gamma \frac{1-r^2}{\sqrt{n}} < r < \bar{r} \pm t_\gamma \frac{1-r^2}{\sqrt{n}};$$

$$(1 - \varepsilon_\gamma) S_x < \sigma_x < (1 + \varepsilon_\gamma) S_x;$$

$$(1 - \varepsilon_\gamma) S_y < \sigma_y < (1 + \varepsilon_\gamma) S_y.$$

2.2. Проверка гипотезы о нормальном распределении двумерной случайной величины

Для проверки гипотезы о виде закона распределения составляется корреляционная таблица, которая является статистическим законом распределения системы двух случайных величин. Из выборки объема n находятся минимальные и максимальные значения X_{\min} , Y_{\min} , X_{\max} , Y_{\max} и интервалы (X_{\min}, X_{\max}) и (Y_{\min}, Y_{\max}) разбиваются на $k = 5 \lg n$ частичных интервалов.

Каждую пару вариант (X_i, Y_i) выборки заносят в виде штриха в прямоугольник с соответствующей комбинацией интервалов. Сумма штрихов в каждом прямоугольнике являются частотами этих прямоугольников.

Таблица 2.2

интервалы	$(x_{\min}, x_{\min} + \Delta x)$	$(x_{\min} + \Delta x, x_{\min} + 2\Delta x)$...	$(x_{\min} + (k-1)\Delta x, x_{\min} + k\Delta x)$	СУММЫ
$(y_{\min}, y_{\min} + \Delta y)$...		n_{y1}
$(y_{\min} + \Delta y, y_{\min} + 2\Delta y)$...		n_{y2}
...
$(y_{\min} + (k-1)\Delta y, y_{\min} + k\Delta y)$...		n_{yk}
СУММЫ	n_{x1}	n_{x2}	...	n_{xk}	n

Законы распределения случайных величин X и Y , входящих в систему, представляют в виде табл. 2.3 и табл. 2.4. По данным этих таблиц строятся гистограммы. По виду гистограммы делается вывод о виде закона распределения. В табл. 2.3 и 2.4 входят теоретические частоты, определяемые по формулам:

$$n_x^i = nP_i^x(x); \quad n_y^i = nP_i^y(y).$$

Вероятности попадания случайной точки (X, Y) в i -й интервал определяются по формулам:

$$P_i^x(x) = \Phi\left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x}\right) - \Phi\left(\frac{x_{i-1} - \bar{x}}{s_x}\right);$$

$$P_y^r(y) = \Phi\left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y}\right) - \Phi\left(\frac{y_{i-1} - \bar{y}}{s_y}\right).$$

Таблица 2.3

Номер интервала	1	2	...	К
Интервалы	$(x_0; x_1)$	$(x_1; x_2)$...	$(x_{k-1}; x_k)$
n_{x_i}	n_{x1}	n_{x2}	...	n_{xk}
$n_{x_i}^r$	n_{x1}^T	n_{x2}^T	...	$n_{y k}^T$

Таблица 2.4

Номер интервала	1	2	...	К
Интервалы	$(y_0; y_1)$	$(y_1; y_2)$...	$(y_{k-1}; y_k)$
n_{y_i}	n_{y1}	n_{y2}	...	n_{yk}
$n_{y_i}^T$	n_{y1}^T	n_{y2}^T	...	$n_{y k}^T$

Случайные величины X и Y некоррелированы ($r=0$), поэтому закон распределения системы (X, Y) имеет вид:

$$f(x, y) = f_1(x)f_2(y).$$

Проверка гипотезы о нормальном распределении системы случайных величин (X, Y) сводится к проверке распределения каждой из случайных величин X и Y , входящих в систему.

По данным табл. 2.3 и 2.4 определяются выборочные значения критерия Пирсона:

$$\chi_{\alpha}^2(x) = \sum_1^k \frac{(n_{xi} - n_{xi}^T)^2}{n_{xi}^T}, \chi_{\alpha}^2(y) = \sum_1^k \frac{(n_{yi} - n_{yi}^T)^2}{n_{yi}^T}.$$

По таблице критических точек распределения Пирсона по выбранному уровню значимости α , числу степеней свободы $S = K - 3$, K - числу интервалов находятся критические значения критерия χ_{kp}^2 для случайных величин X и Y .

Если $\chi_{\alpha}^2 < \chi_{kp}^2$ - нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.

Если $\chi_{\alpha}^2 > \chi_{kp}^2$ - гипотезу отвергают.

2.3. Пример статистической обработки данных выборки

В результате исследований элементов генеральной совокупности по некоторым характерным признакам, которые характеризуются системой двух случайных величин, получена выборка (табл. 2.5).

Следует провести статистическую обработку элементов выборки – найти оценки основных параметров двумерного закона распределения и проверить гипотезу о законе двумерного распределения системы величин X и Y.

Таблица 2.5

x	-0,01	-3,32	-3,92	-4,02	-2,90	0,91	-1,70	-1,53	0,62	-0,13
y	14,20	-8,74	-1,59	2,20	5,81	-6,87	-2,39	3,20	6,13	-12,87
x	-5,36	-0,73	0,33	3,06	-0,83	1,37	3,65	1,01	1,02	3,40
y	-5,14	0,01	1,72	6,51	-5,23	0,35	3,61	8,37	-5,27	-0,24
x	3,06	-1,22	-0,43	1,47	-2,85	0,40	1,15	5,23	0,95	1,70
y	-7,79	-1,27	4,05	7,01	-5,83	-2,29	3,07	5,13	-1,40	4,10
x	-7,36	-5,13	-6,32	-2,05	-2,89	-1,80	-0,28	-2,41	-1,39	-1,52
y	-0,60	4,62	6,51	-7,85	-0,60	2,01	6,37	3,13	5,01	-4,02
x	-2,95	2,50	-1,19	5,60	3,07	2,70	0,51	2,82	7,71	5,12
y	9,10	1,71	10,31	2,12	9,65	-1,79	-4,04	-4,97	-0,83	-4,25

Суммируя варианты признаков X и Y по соответствующим строкам

таблицы 2.5 определяются: $\sum_1^{50} x_i = -4,87$, $\sum_1^{50} y_i = 41,14$. Средние значения вариант

выборки равны: $\bar{x} = -\frac{4,87}{50} = -0,10$; $\bar{y} = \frac{41,14}{50} = 0,82$.

Для вычисления параметров выборки s_x, s_y, r, s_r составляется табл. 2.6.

Таблица 2.6

$x_i + 0,10$	0,09	-3,22	-3,82	-3,92	-2,80	1,01	1,60	-1,43	0,72	-0,03	Суммы
$y_i - 0,82$	13,38	-9,56	-2,41	1,38	4,99	-7,69	-3,21	2,38	3,31	-13,69	
$(x_i + 0,1)(y_i - 0,82)$	1,204	30,783	9,206	-5,410	13,972	-7,767	-5,135	-3,403	2,383	0,411	8,298
$(x_i + 0,1)^2$	0,0081	10,368	14,592	15,366	7,840	1,020	2,56	2,045	0,518	0,001	54,318
$(y_i - 0,82)^2$	179,02	91,394	5,808	1,904	24,900	59,136	10,304	5,664	10,956	187,42	576,51

$x_i + 0,10$	-5.26	0.27	0.43	3.16	0.17	1.47	3.75	1.11	1.12	3.51	Суммы
$y_i - 0,82$	-5.96	-0.81	0.90	5.69	-6.05	-0.47	2.79	7.55	-0.69	-1.06	
$(x_i + 0,1)(y_i - 0,82)$	31.35	-0.219	0.387	17.980	-1.028	-0.691	10.462	8.380	-6.821	-3.721	56.079
$(x_i + 0,1)^2$	27.668	0,073	0.185	9.986	0.029	2.161	14.063	1.232	1.254	12.320	68.971
$(y_i - 0,82)^2$	35.522	0,656	0.810	32.376	36.602	0.221	7.784	57.003	37.088	13.846	221.908
$x_i + 0,10$	3.16	-1.12	-0.33	1.57	-2.75	0.50	1.25	5.33	1.05	1.80	Суммы
$y_i - 0,82$	-8.61	-2.09	3,23	6.19	-6.65	-3.11	4.25	4.31	-2.22	3.28	
$(x_i + 0,1)(y_i - 0,82)$	-27.608	2.341	-1,066	9.178	18.288	-1.555	5.312	22.972	-2.331	5.904	32.375
$(x_i + 0,1)^2$	9.986	1.254	0.109	2.465	7.562	0.250	1.562	28.409	1.102	3.240	55.939
$(y_i - 0,82)^2$	74,132	4.368	10.433	38.316	44.222	9.672	18.063	18.576	4.928	34.857	257.563
$x_i + 0,10$	-7.26	-5.03	-6.22	-1.95	-2.79	-1.70	-1.70	-2.31	-2.31	-1.42	Суммы
$y_i - 0,82$	-1.42	2.80	5.69	-8.67	-1.42	1.19	1.19	2.31	2.31	-4.84	
$(x_i + 0,1)(y_i - 0,82)$	10.309	14.084	35.392	16.906	3.962	-2.033	-2.033	-5.336	-5.336	6.873	-25.190
$(x_i + 0,1)^2$	52.708	25.301	38.688	3.802	7.784	2.890	2.890	5.336	5.336	2.016	140.22
$(y_i - 0,82)^2$	2.016	7.840	32.376	75.169	2.016	1.416	1.416	5.336	5.336	23.426	257.563
$x_i + 0,10$	-2.85	2.6	-1.09	5.70	3.17	2.80	0.61	2.92	7.81	5.22	Суммы
$y_i - 0,82$	8.28	0.89	9.490	1.30	8.83	-2.61	-9.86	-5.79	-1.65	5.07	
$(x_i + 0,1)(y_i - 0,82)$	-23.598	2.314	10.344	7.410	27.991	-7.308	-6.015	16.907	12.886	26.465	-65.808
$(x_i + 0,1)^2$	8.122	6.760	1.188	32.490	10.049	7.840	0.372	8.526	60.996	27.248	163.591
$(y_i - 0,82)^2$	68.558	0.792	90.060	1.690	77.969	6.812	97.220	33.524	2.722	25.705	405.052

Первая и вторая строки табл. 2.6 - это значения $x_i - \bar{x}$ и $y_i - \bar{y}$.

Дисперсии величин X и Y вычисляются по четвертой и пятой строкам.

Среднее значение коэффициенты корреляции \bar{r} вычисляется по третьей строке:

$$\bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^{50} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{49 \cdot s_x \cdot s_y}.$$

В результате вычислений получены оценки для дисперсий, средних квадратических отклонений и коэффициента корреляции:

$$\overline{s_x^2} = \frac{483.04}{49} = 9.858; \quad \overline{s_y^2} = \frac{1658.98}{49} = 33.86; \quad s_x = 3.14, \quad s_y = 5.83; \quad \bar{r} = \frac{5.754}{49 \cdot 3.14 \cdot 5.82} = 0.00644.$$

Доверительные интервалы для m_x, m_y, r , двумерной случайной величины (X, Y) вычисляются по зависимостям, аналогичным зависимостям для одномерной случайной величины:

$$\left(\bar{x} - t_\gamma \frac{s_x}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_\gamma \frac{s_x}{\sqrt{n}} \right); \quad \left(\bar{y} - t_\gamma \frac{s_y}{\sqrt{n}}, \bar{y} + t_\gamma \frac{s_y}{\sqrt{n}} \right); \quad \bar{r} - t_\gamma \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}} < r < \bar{r} + t_\gamma \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}},$$

где t_γ определяется из табл. 2 Приложения при $\gamma = 0.95$, $t_{0.95} = 2.01$.

Следовательно:

$$-0.10 - 2.01 \cdot \frac{3.14}{\sqrt{50}} < M[X] < -0.10 + \frac{2.01 \cdot 3.14}{\sqrt{50}},$$

$$0.82 - 2.01 \cdot \frac{5.82}{\sqrt{50}} < M[Y] < 0.82 + \frac{2.01 \cdot 5.82}{\sqrt{50}},$$

$$0.064 - \frac{2.01}{\sqrt{50}} < r < 0.064 + \frac{2.01}{\sqrt{50}}.$$

Или $-0.992 < M[X] < 0.792$; $-0.834 < M[Y] < 2.474$; $-0.22 < r < 0.348$.

Доверительные интервалы для σ_x, σ_y вычисляются по зависимостям:

$$(1 - \varepsilon_\gamma) \cdot s_x < \sigma_x < (1 + \varepsilon_\gamma) s_x; \quad (1 - \varepsilon_\gamma) \cdot s_y < \sigma_y < (1 + \varepsilon_\gamma) s_y.$$

Из табл. 3 Приложения для $\gamma = 0.95$ и $n=50$, определяют $\varepsilon_{0.95} = 2.01$.

Следовательно:

$$(1 - 0.21) \cdot 3.14 < \sigma_x < (1 + 0.21) 3.14; \quad (1 - 0.21) \cdot 5.82 < \sigma_y < (1 + 0.21) 5.82,$$

или

$$2,54 < \sigma_x < 3,79; \quad 4,60 < \sigma_y < 7,05.$$

В случае нормального закона распределения генеральной совокупности проверяется гипотеза о равенстве нулю коэффициента корреляции генеральной совокупности [3].

Для этого вычисляется наблюдаемое значение критерия Стьюдента:

$$T_B = \frac{\bar{r} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\bar{r}^2}}$$

И по табл. 2 Приложения по заданному уровню значимости α , объёму выборки и по числу степеней свободы $n-2$ определяется критическая точка $t_{кр}(\alpha, n-2)$. Если $|T_{\epsilon}| < t_{кр}$ -нет основания отвергнуть гипотезу о равенстве нулю коэффициента корреляции ($r=0$).

Если $|T_{\epsilon}| > t_{кр}$ - гипотеза отвергается.

В рассматриваемом примере

$$T_{\epsilon} = \frac{0,00644 \cdot \sqrt{48}}{\sqrt{1 - (0,00644)^2}} = 0,0445$$

При $\alpha = 0,01$ и $n-2=48$ определяют $t_{кр} = 2,68$ и так как $T_{\epsilon} = 0,0445 < 2,68$ принимается $r = 0$.

В результате статистический закон распределения, в случае нормально распределённой генеральной совокупности, принимает вид:

$$f(x, y) \doteq \frac{1}{2\pi S_x S_y} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2S_x^2} - \frac{(y-\bar{y})^2}{2S_y^2}}$$

Для проверки гипотезы о нормальном распределении составляется корреляционная табл. 2.7. Из данных таблицы 2.5 выборки находятся: $x_{\min} = -7,36$; $x_{\max} = 7,71$; $y_{\min} = -12,87$; $y_{\max} = 14,2$. Число интервалов выборки равно восьми. Длины интервалов будут равны:

$$\Delta X = \frac{7,71 + 7,36}{8} = 1,884; \quad \Delta Y = \frac{14,2 + 12,87}{8} = 3,384.$$

Каждая пара (x, y) выборки заносится в соответствующий прямоугольник в виде штриха и сумма штрихов в прямоугольнике равна абсолютной частоте.

Таблица 2.7

y x	(-7,36; -5,476)	(-5,446; -3,592)	(-3,592; -1,708)	(-1,708; 0,176)	(0,176; 2,060)	(2,060; 3,944)	(3,944; 5,828)	(5,828; 7,712)	n_{y_i}
(-12,87; 9,486)									1

(-9,486; -6,102)									4
(-6,102; -2,718)									8
(-2,718; 0,666)									12
(0,666; 4,05)									11
(4,05; 7,434)									9
(7,434; 10,818)									4
(10,818; 14,202)									1
n_{x_i}	1	4	9	12	12	8	3	1	N=50

Составляется теоретическая корреляционная табл. 2.8, в основу которой берутся интервалы табл. 2.7 и вычисляются вероятности попадания случайной точки (X,Y) в эти интервалы.

Таблица 2.8

y \ x	$-\infty;$ -5,476	-5,476; -3,592	-3,592; -1,708	-1,708; 0,1760	0,1760; 2,060	2,060; 3,944	3,944; 5,828	5,828; + ∞	Z_{xi}	$P_i(x)$	n_{xi}^T
($-\infty;$ -9,486)	0,084	0,173	0,328	0,444	0,420	0,282	0,133	0,057	$-\infty;$ -1,771	0,0383	1,91
-9,486; -6,102	0,171	0,353	0,672	0,909	0,860	0,577	0,272	0,116	-1,771; -1,189	0,0790	3,95
-6,102; -2,718	0,334	0,692	1,316	1,779	1,684	1,130	0,533	0,227	-1,189; -0,608	0,1543	7,71
-2,718; 0,666	0,475	0,984	1,872	2,532	2,396	1,609	0,759	0,323	-0,608; -0,026	0,2184	10,92
0,666; 4,050	0,478	0,991	1,884	2,548	2,411	1,619	0,764	0,325	-0,026; 0,555	0,2209	11,03
4,050; 7,434	0,351	0,727	1,383	1,870	1,770	1,188	0,561	0,239	0,555; 1,136	0,1615	8,08
7,434; 10,818	0,185	0,384	0,731	0,988	0,935	0,625	0,296	0,126	1,136; 1,718	0,0851	4,26
10,818; 14,202	0,093	0,192	0,365	0,494	0,467	0,314	0,148	0,063	1,718; + ∞	0,0429	2,14
Z_{xi}	$-\infty;$ -1,712	1,712; -1,112	-1,112; -0,512	-0,512; 0,088	0,088; 0,688	0,688; 1,288	1,288; 1,888	1,888; + ∞	---	---	---
$P_i(x)$	0,0434	0,0899	0,1710	2,312	0,2188	0,1469	0,0693	0,0295	---	1,0	---
n_{xi}^T	2,17	4,49	8,55	11,56	10,94	7,35	3,46	1,48	---	---	50

В табл. 2.8 обозначены: $z_{xi} = \frac{x_i + 0,1}{3,14}$; $z_{yi} = \frac{y_i - 0,82}{5,82}$. Случайные величины X и

Y системы (X,Y) некоррелированы, поэтому проверку гипотезы о нормальном

законе $F(x,y)$ сводится к проверке закона распределения одномерных случайных величин X и Y (табл. 2.9).

Таблица 2.9

k	n_{xi}	n_{xi}^T	$\frac{(n_{xi} - n_{xi}^T)^2}{n_{xi}^T}$	n_{yi}	n_{yi}^T	$\frac{(n_{yi} - n_{yi}^T)^2}{n_{yi}^T}$
1	1	2,17	0,63	1	1,91	0,83
2	4	4,49	0,06	4	3,95	0
3	9	8,55	0,02	8	7,71	0,01
4	12	11,56	0,02	12	10,92	0,1
5	12	10,94	0,09	11	11,03	0
6	8	7,35	0,05	9	8,08	0,09
7	3	3,46	0,07	4	4,26	0,02
8	1	1,48	0,023	1	2,14	1,3
Σ	50	50	1,23	50	50	2,35

По таблице критических точек распределения Пирсона (табл. 3 Приложения) по уровню значимости $\alpha=0,01$ и числу степеней свободы, равному $8-3=5$, вычисляется $\chi_{кр}^2 = 13,4$.

Так как $\chi_{\epsilon}^2(x) < 13,4$ и $\chi_{\epsilon}^2(y) < 13,4$, то делается вывод - нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальном распределении случайных величин X и Y и, следовательно, системы (X,Y) .

Выводы: В результате статистической обработки данных выборки из двумерной генеральной совокупности получены оценки параметров закона двумерного распределения:

$$\bar{x} = -0,1; \bar{y} = 0,82; \bar{r} = 0,00644; S_x = 3,14; S_y = 5,82.$$

Проведена и подтверждена гипотеза о равенстве нулю коэффициента корреляции r .

Проведена и подтверждена гипотеза о нормальном законе распределения системы случайных величин (X,Y) .

2.4. Выборки из двумерной генеральной совокупности (X,Y)

Выборка 2.1

x	-2,25	2,38	3,44	6,17	2,28	0,58	6,76	4,12	4,13	6,52
y	-2,03	3,12	4,83	9,62	-2,12	4,47	6,72	11,48	-2,16	2,87
x	3,12	-0,2	0,21	-0,91	0,21	4,02	1,41	1,58	3,73	2,98

y	17,31	-5,67	1,52	5,31	2,89	-3,76	0,72	6,31	9,24	-9,76
x	-4,25	-2,02	-0,21	2,08	0,22	1,31	2,83	0,7	1,72	1,59
y	2,51	7,73	9,82	-4,74	2,51	5,12	9,48	6,24	8,12	-0,91
x	6,17	1,89	2,68	4,58	0,26	3,51	4,26	8,34	4,06	4,81
y	-4,68	1,84	7,01	10,12	-1,72	0,82	6,18	8,24	1,71	3,21
x	0,16	5,61	1,92	8,71	6,18	5,81	3,62	5,93	10,82	8,23
y	12,21	4,82	13,42	5,23	12,76	1,32	-0,93	-1,86	2,28	-1,14

Выборка 2.2

x	1,86	6,49	7,55	10,29	6,39	4,59	10,88	8,24	8,25	10,63
y	2,08	7,23	8,95	13,73	1,99	8,58	10,83	15,59	1,95	6,98
x	7,24	3,91	4,31	3,19	4,32	8,13	5,53	5,69	7,84	7,09
y	21,42	-1,52	5,63	9,42	7,00	0,36	4,83	10,43	13,35	-5,64
x	-0,14	2,09	3,92	6,18	4,33	5,43	6,95	4,82	5,84	5,7
y	6,63	11,84	13,94	-0,63	6,63	9,23	13,59	10,35	12,23	3,21
x	10,28	5,98	6,79	8,69	4,37	7,62	8,37	12,46	8,18	8,92
y	-0,57	5,96	11,08	14,23	2,39	4,94	10,29	12,35	5,82	7,33
x	4,28	9,72	6,04	12,82	10,29	9,92	7,73	9,98	14,94	12,35
y	16,32	8,93	17,53	9,34	16,87	5,43	3,18	2,25	6,39	2,97

Выборка 2.3

x	-0,14	4,49	5,49	8,28	4,39	2,69	8,87	6,23	6,24	8,64
y	0,08	5,24	6,94	11,74	-0,02	6,58	8,84	13,59	-0,05	4,98
x	5,18	1,91	2,25	1,15	2,32	6,08	3,47	3,59	5,79	5,04
y	19,37	-3,52	3,58	7,37	4,98	-1,71	2,78	8,47	11,31	-7,71
x	-2,19	0,04	1,85	4,12	2,28	3,37	4,99	2,76	2,78	3,65
y	4,57	9,79	11,88	-2,68	4,57	7,18	11,54	8,31	10,18	1,15
x	8,23	3,95	4,74	6,64	2,32	5,57	6,32	10,4	6,12	6,86
y	-2,53	3,9	9,02	12,18	0,34	2,88	8,24	10,31	3,77	5,27
x	2,22	7,67	3,98	10,77	8,24	7,87	5,68	7,99	12,88	10,3
y	14,27	6,88	15,48	7,29	14,82	3,38	1,03	0,21	4,34	0,92

Выборка 2.4

x	2,81	7,43	8,49	11,22	7,33	5,63	11,81	9,17	9,18	11,57
y	3,03	8,17	9,88	14,67	2,93	9,52	11,76	16,53	2,89	7,92
x	8,17	4,84	5,24	4,14	5,26	9,07	6,46	6,63	8,78	8,03
y	22,37	-0,58	6,57	10,36	7,94	1,29	5,77	11,36	14,29	-4,71
x	0,8	3,03	4,84	7,12	5,27	6,36	7,88	5,75	6,77	6,64
y	7,56	12,76	14,87	0,31	7,56	10,17	14,53	11,29	13,17	4,14
x	11,22	6,94	7,73	9,63	5,31	8,56	9,31	13,39	9,12	9,86
y	0,37	6,89	12,01	15,17	3,34	5,87	11,23	13,29	6,26	8,26
x	5,21	10,66	6,97	13,76	11,23	10,86	8,67	10,98	15,87	13,28
y	17,26	9,87	18,47	10,28	17,82	6,37	4,12	3,19	7,33	3,91

Выборка 2.5

x	5,79	10,42	11,48	14,22	10,32	8,62	14,8	12,16	12,17	14,56
y	6,02	11,16	12,87	17,64	5,92	12,51	14,76	19,52	5,88	10,91
x	11,16	7,83	8,23	7,13	8,25	12,06	9,45	9,64	11,77	11,02

y	25,35	2,41	9,56	13,35	10,97	4,28	8,76	14,35	17,28	-1,72
x	3,79	6,02	7,83	10,1	8,26	9,35	10,87	8,74	9,76	9,63
y	10,55	15,77	17,86	3,31	10,55	13,16	17,52	14,28	16,16	7,13
x	14,21	9,93	10,72	12,62	8,3	11,55	12,3	16,38	12,1	12,85
y	3,36	9,88	15,01	18,16	6,32	8,86	14,22	16,29	9,75	11,26
x	8,2	13,66	9,96	16,75	14,22	13,85	11,66	13,97	18,86	16,27
y	20,25	12,86	21,46	13,27	20,8	9,36	7,12	6,18	10,32	6,92

Выборка 2.6

x	12,85	17,48	18,54	21,28	17,38	15,58	21,86	19,22	19,23	21,62
y	13,07	18,22	19,93	24,72	13,1	19,56	21,82	26,58	12,94	17,97
x	18,22	14,88	15,3	14,21	15,31	19,12	16,51	16,68	18,83	17,98
y	32,41	9,44	16,62	20,41	18,01	11,34	15,82	21,41	24,34	5,34
x	10,85	13,08	14,89	17,16	15,32	16,42	17,93	15,8	16,82	16,69
y	17,61	22,83	24,92	10,36	17,61	20,22	24,58	21,34	23,22	14,08
x	21,27	16,99	17,78	19,68	15,36	18,61	19,36	23,44	19,16	19,91
y	10,42	16,94	22,06	25,22	13,38	15,92	21,28	23,34	16,81	18,32
x	15,26	20,71	17,02	23,82	21,28	20,91	18,72	20,98	25,92	23,33
y	27,31	19,92	28,52	20,33	27,86	16,42	14,16	13,24	17,38	13,96

Выборка 2.7

x	3,79	8,42	9,48	12,21	8,32	6,62	12,8	10,16	10,17	12,56
y	4,01	9,16	10,87	15,66	3,92	10,51	12,76	17,52	3,88	8,91
x	9,16	5,83	6,23	5,13	6,85	10,06	7,45	7,62	9,77	8,99
y	23,35	0,41	7,56	11,35	8,96	2,28	6,76	12,35	15,28	-3,72

x	1,79	4,02	5,83	8,12	6,26	7,35	8,87	6,74	7,76	7,63
y	8,55	13,77	15,86	1,31	8,55	11,16	15,52	12,28	14,16	5,13
x	12,21	7,93	8,72	10,62	6,3	9,55	10,3	14,38	10,1	10,85
y	1,36	7,88	13,01	16,16	4,32	6,92	12,22	14,28	7,75	9,25
x	6,2	11,65	7,96	14,75	12,22	11,85	9,66	11,97	16,86	14,27
y	18,24	10,86	19,46	11,27	18,8	7,36	5,11	4,18	8,32	4,91

Выборка 2.8

x	6,8	11,43	12,49	15,22	11,33	9,53	15,81	13,17	13,17	15,57
y	7,02	12,17	13,88	18,67	6,93	13,51	15,78	20,53	6,89	11,92
x	12,17	8,84	9,24	8,14	9,25	13,07	10,46	10,62	12,78	12,04
y	26,34	3,42	10,57	14,36	11,98	5,29	9,77	15,36	18,29	-0,71
x	4,81	7,03	8,84	11,11	9,27	10,36	11,88	9,75	10,77	10,64
y	11,56	16,78	18,87	4,31	11,56	14,17	18,53	15,29	17,17	8,14
x	15,22	10,94	11,73	13,63	9,31	12,56	13,31	17,39	13,11	13,86
y	4,39	10,89	16,01	19,17	7,33	9,87	15,23	17,29	10,76	12,26
x	9,21	14,66	10,97	17,75	15,23	14,86	12,67	14,98	19,87	17,28
y	21,26	13,87	22,47	14,28	21,85	10,37	8,12	7,19	11,33	7,91

Выборка 2.9

x	0,81	5,44	6,5	9,23	5,34	3,64	9,82	7,18	7,19	9,58
y	1,03	6,18	7,89	12,68	0,94	7,52	9,78	14,4	0,91	5,93

x	6,18	2,85	3,25	2,15	3,27	7,07	4,47	4,61	6,79	6,04
y	20,37	-2,57	4,58	8,37	5,98	-0,73	3,78	9,37	12,3	-6,7
x	-1,19	1,04	2,85	5,12	3,28	4,37	5,89	3,76	4,78	4,65
y	5,57	10,79	12,88	-1,68	5,57	8,18	12,54	9,3	11,18	2,15
x	9,23	4,95	5,74	7,64	3,32	6,57	7,32	11,4	7,12	7,87
y	-1,62	4,9	10,02	13,18	1,34	3,88	9,24	11,31	4,77	6,27
x	3,22	8,67	4,98	11,77	9,24	8,87	6,68	8,99	13,88	11,29
y	15,27	7,88	16,48	8,29	15,82	4,38	2,13	1,21	5,34	1,92

Выборка 2.10

x	4,79	9,42	10,48	13,21	9,32	7,62	13,8	11,16	11,17	13,56
y	5,01	10,16	11,87	16,66	4,92	11,51	13,76	18,52	4,88	9,91
x	10,16	6,83	7,23	6,13	7,25	11,06	8,45	8,62	10,77	10,02
y	24,35	1,41	8,56	12,35	9,96	3,28	7,76	13,35	16,28	-2,72
x	2,79	5,02	6,83	9,12	7,26	8,35	9,87	7,74	8,76	8,63
y	9,55	14,77	16,86	2,31	9,55	12,16	16,52	13,28	15,16	6,13
x	13,21	8,93	9,72	11,62	7,3	10,55	11,3	15,38	11,1	11,85
y	2,4	8,88	14,01	17,16	5,32	7,86	13,22	15,28	8,75	10,25
x	7,2	12,65	8,96	15,74	13,22	12,85	10,66	12,97	17,8	15,27
y	19,25	11,86	20,46	12,3	19,8	8,36	6,11	5,18	9,32	5,9

Выборка 2.11

x	10,78	15,41	16,47	19,2	15,31	13,61	19,79	17,12	17,16	19,55
y	11	16,15	17,86	22,65	10,91	17,49	19,75	24,51	10,87	15,9
x	16,15	12,83	13,22	12,12	13,24	17,05	14,44	14,68	16,76	16,02
y	30,34	7,41	14,58	18,34	15,95	9,27	13,75	19,34	22,27	3,27
x	8,78	11,01	12,82	15,11	13,25	14,34	15,86	13,73	14,75	14,62
y	15,54	20,76	22,85	8,29	13,54	18,15	22,51	19,27	21,15	12,12
x	19,2	14,92	15,71	17,61	13,28	16,54	17,29	21,37	17,09	17,84
y	8,35	14,87	20,02	23,16	11,31	13,85	19,21	21,27	14,74	16,24
x	13,19	18,64	14,95	21,74	19,21	18,84	16,65	18,96	23,85	21,26
y	25,24	17,85	26,45	18,26	25,79	14,35	12,1	11,17	15,31	11,89

Выборка 2.12

x	8,85	13,42	14,54	17,27	13,38	11,68	17,86	15,22	15,23	17,62
y	9,07	14,22	15,93	20,72	8,98	15,56	17,82	22,58	8,94	13,97

x	14,22	10,89	11,29	10,19	11,31	15,12	12,51	12,68	14,83	14,08
y	28,41	5,47	12,62	16,41	13,95	7,34	11,82	17,41	20,34	1,34

x	6,85	9,08	10,89	13,16	11,32	12,41	13,93	11,8	12,82	12,69
y	13,61	18,83	20,92	6,36	13,61	16,22	20,58	17,34	19,22	10,19

x	17,27	12,99	13,78	15,68	11,26	14,61	15,36	19,44	15,16	15,91
y	6,42	12,94	18,06	21,22	9,38	11,92	17,28	19,34	12,81	14,31

x	11,26	16,71	12,98	19,81	17,28	16,91	14,72	17,03	21,92	19,33
y	23,31	15,92	24,52	16,33	23,86	12,42	10,17	9,24	13,38	9,96

Выборка 2.13

x	14,8	16,43	20,49	23,22	19,33	17,63	23,81	21,17	21,18	23,57
y	15,02	20,17	21,88	26,67	14,93	21,51	23,77	28,53	14,89	19,92

x	20,07	16,84	17,24	16,14	17,26	21,07	18,46	18,63	20,78	20,03
y	34,36	11,42	18,57	22,36	19,94	13,29	17,77	23,36	26,29	7,29

x	12,81	15,03	16,84	19,11	17,27	18,36	19,88	17,75	18,77	18,64
y	19,56	24,78	26,87	12,31	19,56	22,17	26,53	23,29	25,17	16,14

x	23,22	18,94	19,73	21,63	17,31	20,56	21,31	25,39	21,11	21,86
y	12,37	18,89	24,01	27,17	15,33	17,87	23,23	25,29	18,76	20,26

x	17,21	22,66	18,97	25,76	23,23	22,86	20,67	22,98	27,87	25,28
y	29,26	21,87	30,47	22,28	29,81	18,37	16,12	15,19	19,33	15,91

Выборка 2.14

x	17,85	22,48	23,54	26,27	22,38	20,68	26,86	24,22	24,23	26,62
y	18,07	23,22	24,93	29,72	17,98	24,56	26,82	31,58	17,94	22,97

x	23,22	19,89	20,29	19,19	20,31	24,12	21,51	21,68	23,83	23,08
y	37,41	14,47	21,62	25,41	22,99	16,34	20,82	26,41	29,34	10,34

x	15,85	18,08	19,89	22,18	20,32	21,41	22,93	20,8	21,82	21,69
y	22,61	27,83	29,92	15,36	22,61	25,22	29,58	26,34	28,22	19,19

x	26,28	21,99	22,78	24,68	20,26	23,61	24,36	28,44	24,16	24,91
y	15,42	21,94	27,06	30,22	18,38	20,92	26,28	28,34	21,81	23,31

x	20,26	25,71	22,02	28,81	26,28	25,91	23,72	26,03	30,92	28,33
y	32,31	24,92	33,52	25,33	32,86	21,42	19,17	18,24	22,38	18,96

Выборка 2.15

x	19,86	24,49	25,55	28,28	24,38	22,69	28,87	26,22	26,24	28,63
y	20,08	25,23	26,94	31,73	20	26,57	28,83	33,59	19,95	24,98

x	25,3	21,91	22,31	21,21	22,32	26,13	23,52	2369	25,84	25,09
y	39,42	16,48	23,63	27,42	24,98	18,35	22,83	28,42	31,35	12,35

x	17,76	20,09	21,91	24,17	22,33	23,42	24,94	22,81	23,83	23,7
y	24,62	27,84	31,93	17,37	24,62	27,23	31,59	28,35	30,23	21,2

x	28,28	23,9	24,79	26,69	22,36	25,62	26,37	30,45	26,17	26,92
y	17,43	23,95	29,17	32,23	20,39	22,93	28,29	30,35	23,82	25,32

x	22,27	27,72	24,03	30,82	28,29	27,92	25,73	28,04	32,92	30,34
y	34,32	26,93	35,53	27,34	34,87	23,43	21,18	20,25	24,39	20,97

Выборка 2.16

x	22,85	27,48	28,54	31,27	27,38	25,58	31,86	29,22	29,23	31,62
y	23,07	28,22	29,93	34,72	22,98	29,56	31,82	36,58	22,94	27,97

x	28,22	24,89	25,29	24,19	25,31	29,12	26,52	26,69	28,83	28,08
y	42,41	19,47	26,62	30,41	27,99	21,34	25,83	31,41	34,34	15,34

x	20,85	23,08	24,89	27,18	25,32	26,41	27,93	25,8	26,82	26,69
y	27,61	32,84	34,92	20,36	27,61	30,22	34,58	31,34	33,22	24,19

x	31,27	26,99	27,78	29,68	25,36	28,61	29,36	33,44	29,16	29,91
y	20,42	26,95	32,06	35,22	23,38	25,92	31,28	23,34	26,81	28,31

x	25,26	30,71	27,02	33,81	31,28	30,91	28,72	31,03	35,92	33,33
y	37,31	29,92	38,52	30,33	37,86	26,42	24,17	23,24	27,38	23,96

Выборка 2.17

x	22	26,58	27,6	30,37	26,48	24,68	30,96	28,32	28,33	30,72
y	22,17	27,32	29,03	33,82	22,08	28,68	30,92	35,68	22,04	26,98

x	27,32	24,02	22,39	23,29	24,42	28,22	25,61	25,78	27,93	27,18
y	41,51	18,57	25,72	29,51	27,09	20,44	24,92	30,51	33,44	14,44

x	20	22,18	24	26,26	24,42	25,51	27,03	24,9	25,92	25,79
y	26,71	31,93	34,02	19,46	26,71	29,32	33,68	30,44	32,32	23,29

x	30,37	26,09	26,88	28,78	24,46	27,71	28,46	32,54	28,26	29,02
y	19,52	26,04	31,06	34,32	22,48	25,02	30,38	32,44	25,91	27,41

x	24,36	22,81	26,12	32,91	30,38	30,01	27,82	30,13	35,02	32,43
y	36,41	29,02	37,62	29,43	36,96	25,52	23,27	22,34	26,48	23,06

Выборка 2.18

x	13,88	18,5	19,56	22,29	18,4	16,58	22,88	20,24	20,25	22,64
y	14,09	19,24	20,95	25,74	14	20,44	22,84	27,24	13,96	19,03

x	19,24	15,77	15,31	15,21	16,19	20,14	17,53	17,7	19,85	19,1
y	33,43	10,37	17,64	21,43	18,81	12,36	16,88	22,43	25,36	6,36

x	11,87	14,1	16,91	18,03	16,34	17,43	18,95	16,82	17,84	17,71
y	18,63	23,85	25,94	11,27	18,63	21,24	25,6	22,36	24,24	15,21

x	22,29	18,01	18,8	20,7	16,38	19,63	20,38	24,46	20,18	20,93
y	11,44	17,96	23,08	26,24	14,4	16,94	22,3	24,36	17,83	19,33

x	16,28	21,73	18,04	24,83	22,3	21,93	19,74	22,05	26,94	24,35
y	28,33	20,94	29,54	21,35	28,88	17,44	15,19	14,26	18,4	15

Выборка 2.19

x	24,78	29,71	30,47	33,2	29,31	27,51	33,76	31,15	31,16	33,55
y	25	30,15	31,86	36,65	24,91	31,49	33,75	38,51	24,87	29,9

x	30,15	26,82	27,22	26,12	27,24	31,05	28,44	28,61	30,76	30,01
y	44,34	21,42	28,55	32,34	29,95	23,27	27,75	33,34	36,27	17,27

x	22,78	25,01	26,82	29,11	27,25	28,34	29,86	27,73	28,75	28,62
y	29,54	34,76	36,85	22,29	29,54	32,27	36,51	33,27	35,15	26,12

x	33,2	28,92	29,71	31,61	27,29	30,54	31,29	35,37	31,09	31,84
y	22,35	28,87	34,01	37,21	25,31	27,85	33,21	35,27	28,74	30,24

x	27,19	32,64	28,95	35,74	33,21	32,84	30,65	32,96	37,85	35,62
y	39,24	31,85	40,45	32,26	39,79	28,35	26,1	25,17	29,31	25,9

Выборка 2.20

x	18,89	23,52	24,58	27,31	23,42	21,65	27,9	25,26	25,27	27,66
y	19,11	24,26	25,97	30,76	19,02	25,64	27,86	32,62	18,98	24,01

x	24,26	20,93	20,23	20,35	21,27	25,55	22,72	22,87	24,12	24,23
y	38,45	15,51	21,8	26,36	23,95	17,36	21,45	27,38	30,38	11,45

x	16,8	19,12	21,88	23,14	21,36	22,45	23,97	21,84	22,86	22,73
y	23,65	28,87	30,96	16,42	23,65	26,26	30,62	27,38	29,26	20,23

x	27,31	23,03	23,82	25,72	21,4	24,65	25,4	29,48	25,2	25,96
y	16,46	22,98	28,02	31,26	19,42	21,96	27,32	29,38	22,85	24,35

x	21,32	26,75	23,06	29,85	27,32	26,95	24,76	27,07	31,96	29,37
y	33,35	25,96	34,56	26,37	33,9	22,46	20,01	19,28	23,42	20

Выборка 2.21

x	24,05	28,68	29,74	32,47	28,58	26,88	33,06	30,42	30,43	32,82
y	24,25	29,42	31,23	35,92	24,18	30,77	33,02	37,78	24,14	29,17

x	29,42	26,09	26,49	25,39	26,51	30,32	27,71	27,88	30,03	29,28
y	43,61	20,63	27,82	31,61	29,19	22,5	27,02	32,61	35,54	16,54

x	22,05	24,25	26,09	28,38	26,52	27,61	29,13	27	28,02	27,89
y	28,81	34,03	36,12	21,56	28,81	31,42	35,78	32,54	34,42	25,21

x	32,47	28,19	28,98	30,88	26,56	29,81	30,56	34,64	30,36	31,11
y	21,62	28,14	33,26	36,42	24,58	27,12	32,48	34,54	28,01	29,51

x	26,46	31,91	28,22	35,01	32,48	32,11	29,92	32,23	37,12	34,53
---	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

y	38,51	31,12	39,72	31,53	39,06	27,62	25,37	24,44	28,58	25,16
---	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Выборка 2.22

x	26,15	30,78	31,84	34,57	30,68	28,98	35,16	32,52	32,53	34,92
y	26,37	31,42	33,23	38,02	26,28	32,86	35,12	39,88	26,24	31,27

x	31,52	28,19	28,59	27,49	28,61	32,42	29,51	29,98	32,13	31,38
y	45,71	22,77	29,92	33,71	31,29	24,64	29,12	34,71	37,64	18,64

x	24,15	26,38	28,29	30,46	28,62	29,71	31,23	29,1	30,12	29,99
y	30,91	36,13	38,22	23,56	30,91	33,52	37,38	34,64	36,52	27,5

x	34,57	30,29	31,08	32,98	28,66	31,91	32,66	36,74	32,46	33,21
y	23,72	30,24	35,36	38,52	26,68	29,22	34,58	36,64	30,11	31,61

x	28,56	34,01	30,32	36,11	34,38	34,21	32,02	34,33	39,22	36,63
y	40,61	33,22	41,82	33,63	41,16	29,72	27,49	26,54	30,68	27,26

Выборка 2.23

x	7,96	12,59	13,65	16,38	12,49	10,79	16,97	14,32	14,34	16,73
y	8,18	13,32	15,04	19,83	8,09	14,68	16,93	21,69	8,05	13,08

x	13,33	10,01	10,40	9,30	10,42	14,23	11,62	11,79	13,94	13,19
y	27,52	4,58	11,73	15,52	13,1	6,45	10,93	16,52	19,45	0,45

x	5,96	8,19	10	12,29	10,43	11,52	13,04	10,91	11,93	11,8
y	12,72	17,94	20,03	5,47	12,72	15,32	19,69	16,45	18,33	9,3

x	16,38	12,1	12,89	14,69	10,47	13,72	14,47	18,55	14,27	15,02
y	5,53	12,05	17,07	20,33	8,49	11,12	16,39	18,45	11,92	14,42

x	10,37	15,82	12,13	18,92	16,39	16,02	13,83	16,14	21,03	18,44
y	22,42	15,03	26,63	15,44	22,97	11,53	9,28	8,35	12,49	9,07

Выборка 2.24

x	20,87	25,50	26,56	29,29	25,4	23,69	29,88	27,24	27,25	29,64
y	21,09	26,24	27,95	32,74	21,00	27,59	29,84	34,6	21,00	25,89

x	26,24	22,91	23,31	22,21	23,33	27,14	24,53	24,7	26,85	26,10
y	40,43	17,59	24,64	28,43	26,01	19,36	23,84	29,43	32,36	13,36

x	18,87	21,1	22,9	25,19	23,34	24,43	25,95	23,82	24,84	24,71
y	25,73	30,85	32,94	18,38	25,63	28,24	32,6	29,36	31,24	22,21

x	29,29	25,01	25,8	27,7	23,38	26,62	27,38	31,46	27,18	27,93
y	18,44	24,96	30,08	33,24	21,4	23,94	29,3	31,36	24,83	26,33

x	23,28	28,73	25,04	31,83	29,3	28,93	26,74	29,05	33,95	31,35
y	35,33	27,94	36,54	28,35	35,88	24,44	22,19	21,25	25,40	22,00

Выборка 2.25

x	15,98	20,60	21,66	24,39	20,5	18,79	24,98	22,34	22,35	24,74
y	16,19	21,34	23,05	27,84	16,1	22,68	24,94	29,7	16,06	21,09

x	21,34	18,01	18,41	17,31	18,43	22,24	19,63	19,8	21,95	21,24
y	35,53	12,59	19,74	23,53	21,11	14,46	18,94	24,53	27,46	9,46

x	13,97	16,2	18,01	20,28	18,44	19,53	21,05	18,92	19,94	19,81
y	20,73	25,95	28,4	13,48	20,73	23,34	27,7	24,46	26,34	17,31

x	24,39	20,11	20,9	22,8	18,48	21,73	22,48	26,56	22,28	23,03
y	13,54	20,06	25,08	28,34	16,5	19,04	24,4	26,46	19,93	21,43

x	18,38	23,83	20,14	26,93	24,4	24,03	21,84	24,15	29,04	26,46
y	30,43	23,04	31,64	23,45	30,98	19,54	17,29	16,36	20,5	17,08

Выборка 2.26

x	10,06	14,69	15,75	18,48	14,59	12,88	19,07	16,43	16,44	18,79
y	10,28	15,33	17,14	21,93	10,19	16,77	19,03	23,79	10,15	15,14

x	15,43	12,11	12,5	11,4	12,52	16,33	13,7	13,89	16,04	15,29
y	29,62	6,62	13,83	17,62	15,23	8,55	12,59	18,62	21,55	2,55

x	8,06	10,29	12,1	14,37	12,53	13,62	15,14	13,01	14,03	13,9
y	14,82	20,04	22,13	7,57	14,82	17,43	21,79	18,55	20,43	11,4

x	18,48	14,2	14,99	16,89	12,57	15,82	16,57	20,65	16,37	17,12
y	7,63	14,15	19,07	22,43	10,59	13,13	18,49	20,55	14,02	15,51

x	12,46	17,92	14,23	20,88	18,49	18,29	15,93	18,24	23,13	20,59
y	24,52	17,13	25,73	17,54	25,07	13,8	11,38	10,45	14,59	11,17

Выборка 2.27

x	12,17	16,8	17,86	20,59	16,7	14,9	21,18	18,54	18,55	20,94
y	12,39	17,54	19,25	24,04	12,3	18,88	21,14	25,9	12,26	17,29

x	17,54	14,21	14,61	13,51	14,63	18,44	15,83	16	18,15	17,4
y	31,73	8,79	15,94	19,73	17,35	10,66	15,14	20,73	23,66	4,66

x	10,17	12,4	14,21	16,48	14,64	15,73	17,25	15,12	16,14	15,98
y	16,93	22,15	24,24	9,68	16,93	19,54	23,9	20,66	22,54	13,51

x	20,59	16,31	17,1	19	14,7	17,53	18,68	22,76	18,48	19,23
y	9,74	16,26	21,28	24,54	12,7	15,24	20,6	22,66	16,13	17,63

x	14,58	20,03	16,34	23,13	20,6	20,23	18,04	20,35	25,24	22,75
y	26,63	19,24	27,84	19,65	27,18	15,75	13,49	12,56	16,7	13,28

Выборка 2.28

x	17,06	21,69	22,75	25,48	21,59	19,79	26,07	23,42	23,44	25,83
y	17,28	22,43	24,14	28,92	17,19	23,77	26,03	30,79	17,15	22,18

x	22,43	19,11	19,5	18,4	19,52	23,33	20,72	20,89	23,04	22,22
y	36,62	13,68	20,83	24,62	22,23	15,55	20,03	25,62	28,55	9,55

x	15,06	17,29	19,1	21,37	19,53	20,62	22,14	20,01	21,03	20,9
y	21,82	27,04	29,14	14,57	21,82	24,43	18,79	25,55	27,43	18,4

x	25,48	21,2	22	23,89	19,57	22,82	23,57	27,65	23,37	24,12
y	14,63	21,15	26,17	29,43	17,59	20,13	25,49	27,55	21,02	22,52

x	19,47	24,92	21,33	28,02	25,49	25,12	22,93	25,24	30,13	27,54
y	31,52	24,13	32,73	24,54	32,07	20,63	18,38	17,45	21,59	18,17

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00	0,0000	0004	0008	0012	0016	0020	0024	0028	0032	0036
0,01	0040	0044	0048	0052	0056	0060	0064	0068	0072	0076
0,02	0080	0084	0088	0092	0096	0100	0104	0108	0112	0116
0,03	0120	0124	0128	0132	0136	0140	0144	0148	0152	0156
0,04	0160	0164	0168	0171	0175	0179	0183	0187	0191	0195
0,05	0199	0203	0207	0211	0215	0219	0223	0227	0231	0235
0,06	0239	0243	0247	0251	0255	0259	0263	0267	0271	0275
0,07	0279	0283	0287	0291	0295	0299	0303	0307	0311	0315
0,08	0319	0323	0327	0331	0335	0339	0343	0347	0351	0355
0,09	0359	0363	0367	0370	0374	0378	0382	0386	0390	0394
0,10	0398	0402	0406	0410	0414	0418	0422	0426	0430	0434
0,11	0438	0442	0446	0450	0454	0458	0462	0466	0470	0474
0,12	0478	0482	0486	0489	0493	0497	0501	0505	0509	0513
0,13	0517	0521	0525	0529	0533	0537	0541	0545	0549	0553
0,14	0557	0561	0565	0569	0572	0576	0580	0584	0588	0592
0,15	0596	0600	0604	0608	0612	0616	0620	0624	0628	0632
0,16	0636	0640	0643	0647	0651	0655	0659	0663	0667	0671
0,17	0675	0679	0683	0687	0691	0695	0699	0702	0706	0710
0,18	0714	0718	0722	0726	0730	0734	0738	0742	0746	0750
0,19	0753	0757	0761	0765	0769	0773	0777	0781	0785	0789
0,20	0793	0797	0800	0804	0808	0812	0816	0820	0824	0828
0,21	0832	0836	0839	0843	0847	0851	0855	0859	0863	0867
0,22	0871	0875	0878	0882	0886	0890	0894	0898	0902	0906
0,23	0910	0913	0917	0921	0925	0929	0933	0937	0941	0944
0,24	0948	0952	0956	0960	0964	0968	0972	0975	0979	0983
0,25	0987	0991	0995	0999	1003	1006	1010	1014	1018	1022
0,26	1026	1030	1033	1037	1041	1045	1049	1053	1057	1060
0,27	1064	1068	1072	1076	1080	1083	1087	1091	1095	1099
0,28	1103	1106	1110	1114	1118	1122	1126	1129	1133	1137
0,29	1141	1145	1149	1152	1156	1160	1164	1168	1171	1175
0,30	1179	1183	1187	1191	1194	1198	1202	1206	1210	1213
0,31	1217	1221	1225	1229	1232	1236	1240	1244	1248	1251
0,32	1255	1259	1263	1267	1270	1274	1278	1282	1285	1289
0,33	1293	1297	1301	1304	1308	1312	1316	1319	1323	1327
0,34	1331	1334	1338	1342	1346	1350	1353	1357	1361	1365
0,35	1368	1372	1376	1380	1383	1387	1391	1395	1398	1402
0,36	1406	1410	1413	1417	1421	1424	1428	1432	1436	1439
0,37	1443	1447	1451	1454	1458	1462	1465	1469	1473	1477
0,38	1480	1484	1488	1491	1495	1499	1503	1506	1510	1514
0,39	1517	1521	1525	1528	1532	1536	1539	1543	1547	1551
0,40	1554	1558	1562	1565	1569	1573	1576	1580	1584	1587

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,41	0,1591	1595	1598	1602	1606	1609	1613	1617	1620	1624
0,42	1628	1631	1635	1639	1642	1646	1649	1653	1657	1660
0,43	1664	1668	1671	1675	1679	1682	1686	1689	1693	1697
0,44	1700	1704	1708	1711	1715	1718	1722	1726	1729	1733
0,45	1736	1740	1744	1747	1751	1754	1758	1762	1765	1769
0,46	1772	1776	1780	1783	1787	1790	1794	1798	1801	1805
0,47	1808	1812	1815	1819	1823	1826	1830	1833	1837	1840
0,48	1844	1847	1851	1855	1858	1862	1865	1869	1872	1876
0,49	1879	1883	1886	1890	1893	1897	1901	1904	1908	1911
0,50	1915	1918	1922	1925	1929	1932	1936	1939	1943	1946
0,51	1950	1953	1957	1960	1964	1967	1971	1974	1978	1981
0,52	1985	1988	1992	1995	1999	2002	2006	2009	2013	2016
0,53	2019	2023	2026	2030	2033	2037	2040	2044	2047	2051
0,54	2054	2057	2061	2064	2068	2071	2075	2078	2082	2085
0,55	2088	2092	2095	2099	2102	2106	2109	2112	2116	2119
0,56	2123	2126	2129	2133	2136	2140	2143	2146	2150	2153
0,57	2157	2160	2163	2167	2170	2174	2177	2180	2184	2187
0,58	2190	2194	2197	2201	2204	2207	2211	2214	2217	2221
0,59	2224	2227	2231	2234	2237	2241	2244	2247	2251	2254
0,60	2257	2261	2264	2267	2271	2274	2277	2281	2284	2287
0,61	2291	2294	2297	2301	2304	2307	2311	2314	2317	2320
0,62	2324	2327	2330	2334	2337	2340	2343	2347	2350	2353
0,63	2357	2360	2363	2366	2370	2373	2376	2379	2383	2386
0,64	2389	2392	2396	2399	2402	2405	2409	2412	2415	2418
0,65	2422	2425	2428	2431	2434	2438	2441	2444	2447	2451
0,66	2454	2457	2460	2463	2467	2470	2473	2476	2479	2483
0,67	2486	2489	2492	2495	2498	2502	2505	2508	2511	2514
0,68	2517	2521	2524	2527	2530	2533	2536	2540	2543	2546
0,69	2549	2552	2555	2558	2562	2565	2568	2571	2574	2577
0,70	2580	2583	2587	2590	2593	2596	2599	2602	2605	2608
0,71	2611	2615	2618	2621	2624	2627	2630	2633	2636	2639
0,72	2642	2645	2649	2652	2655	2658	2661	2664	2667	2670
0,73	2673	2676	2679	2682	2685	2688	2691	2694	2697	2700
0,74	2704	2707	2710	2713	2716	2719	2722	2725	2728	2731
0,75	2734	2737	2740	2743	2746	2749	2752	2755	2758	2761
0,76	2764	2767	2770	2773	2776	2779	2782	2785	2788	2791
0,77	2794	2796	2799	2802	2805	2808	2811	2814	2817	2820
0,78	2823	2826	2829	2832	2835	2838	2841	2844	2847	2849
0,79	2852	2855	2858	2861	2864	2867	2870	2873	2876	2879
0,80	2881	2884	2887	2890	2893	2896	2899	2902	2905	2907
0,81	2910	2913	2916	2919	2922	2925	2927	2930	2933	2936
0,82	2939	2942	2945	2947	2950	2953	2956	2959	2962	2964
0,83	2967	2970	2973	2976	2979	2981	2984	2987	2990	2993
0,84	2995	2998	3001	3004	3007	3009	3012	3015	3018	3021
0,85	3023	3026	3029	3032	3034	3037	3040	3043	3046	3048

$\Phi(x)$										
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,86	0,3051	3054	3057	3059	3062	3065	3068	3070	3073	3076
0,87	3078	3081	3084	3087	3089	3092	3095	3098	3100	3103
0,88	3106	3108	3111	3114	3117	3119	3122	3125	3127	3130
0,89	3133	3135	3138	3141	3143	3146	3149	3151	3154	3157
0,90	3159	3162	3165	3167	3170	3173	3175	3178	3181	3183
0,91	3186	3189	3191	3194	3196	3199	3202	3204	3207	3210
0,92	3212	3215	3217	3220	3223	3225	3228	3230	3233	3236
0,93	3238	3241	3243	3246	3248	3251	3254	3256	3259	3261
0,94	3264	3266	3269	3272	3274	3277	3279	3282	3284	3287
0,95	3289	3292	3295	3297	3300	3302	3305	3307	3310	3312
0,96	3315	3317	3320	3322	3325	3327	3330	3332	3335	3337
0,97	3340	3342	3345	3347	3350	3352	3355	3357	3360	3362
0,98	3365	3367	3370	3372	3374	3377	3379	3382	3384	3387
0,99	3389	3392	3394	3396	3399	3401	3404	3406	3409	3411
1,00	3413	3416	3418	3421	3423	3426	3428	3430	3433	3435
1,01	3438	3440	3442	3445	3447	3449	3452	3454	3457	3459
1,02	3461	3464	3466	3468	3471	3473	3476	3478	3480	3483
1,03	3485	3487	3490	3492	3494	3497	3499	3501	3504	3506
1,04	3508	3511	3513	3515	3518	3520	3522	3525	3527	3529
1,05	3531	3534	3536	3538	3541	3543	3545	3547	3550	3552
1,06	3554	3557	3559	3561	3563	3566	3568	3570	3572	3575
1,07	3577	3579	3581	3584	3586	3588	3590	3593	3595	3597
1,08	3599	3602	3604	3606	3608	3610	3613	3615	3617	3619
1,09	3621	3624	3626	3628	3630	3632	3635	3637	3639	3641
1,10	3643	3646	3648	3650	3652	3654	3656	3659	3661	3663
1,11	3665	3667	3669	3671	3674	3676	3678	3680	3682	3684
1,12	3686	3689	3691	3693	3695	3697	3699	3701	3703	3706
1,13	3708	3710	3712	3714	3716	3718	3720	3722	3724	3726
1,14	3729	3731	3733	3735	3737	3739	3741	3743	3745	3747
1,15	3749	3751	3753	3755	3757	3760	3762	3764	3766	3768
1,16	3770	3772	3774	3776	3778	3780	3782	3784	3786	3788
1,17	3790	3792	3794	3796	3798	3800	3802	3804	3806	3808
1,18	3810	3812	3814	3816	3818	3820	3822	3824	3826	3828
1,19	3830	3832	3834	3836	3838	3840	3842	3843	3845	3847
1,20	3849	3851	3853	3855	3857	3859	3861	3863	3865	3867
1,21	3869	3871	3872	3874	3876	3878	3880	3882	3884	3886
1,22	3888	3890	3891	3893	3895	3897	3899	3901	3903	3905
1,23	3907	3908	3910	3912	3914	3916	3918	3920	3921	3923
1,24	3925	3927	3929	3931	3933	3934	3936	3938	3940	3942
1,25	3944	3945	3947	3949	3951	3953	3954	3956	3958	3960
1,26	3962	3963	3965	3967	3969	3971	3972	3974	3976	3978
1,27	3980	3981	3983	3985	3987	3988	3990	3992	3994	3996
1,28	3997	3999	4001	4003	4004	4006	4008	4010	4011	4013
1,29	4015	4016	4018	4020	4022	4023	4025	4027	4029	4030
1,30	4032	4034	4035	4037	4039	4041	4042	4044	4046	4047

$\Phi(x)$										
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,31	0,4049	4051	4052	4054	4056	4057	4059	4061	4062	4064
1,32	4066	4067	4069	4071	4072	4074	4076	4077	4079	4081
1,33	4082	4084	4086	4087	4089	4091	4092	4094	4096	4097
1,34	4099	4100	4102	4104	4105	4107	4108	4110	4112	4113
1,35	4115	4117	4118	4120	4121	4123	4125	4126	4128	4129
1,36	4131	4132	4134	4136	4137	4139	4140	4142	4143	4145
1,37	4147	4148	4150	4151	4153	4154	4156	4157	4159	4161
1,38	4162	4164	4165	4167	4168	4170	4171	4173	4174	4176
1,39	4177	4179	4180	4182	4183	4185	4186	4188	4189	4191
1,40	4192	4194	4195	4197	4198	4200	4201	4203	4204	4206
1,41	4207	4209	4210	4212	4213	4215	4216	4218	4219	4221
1,42	4222	4223	4225	4226	4228	4229	4231	4232	4234	4235
1,43	4236	4238	4239	4241	4242	4244	4245	4246	4248	4249
1,44	4251	4252	4253	4255	4256	4258	4259	4261	4262	4263
1,45	4265	4266	4267	4269	4270	4272	4273	4274	4276	4277
1,46	4279	4280	4281	4283	4284	4285	4287	4288	4289	4291
1,47	4292	4294	4295	4296	4298	4299	4300	4302	4303	4304
1,48	4306	4307	4308	4310	4311	4312	4314	4315	4316	4318
1,49	4319	4320	4322	4323	4324	4325	4327	4328	4329	4331
1,50	4332	4333	4335	4336	4337	4338	4340	4341	4342	4344
1,51	4345	4346	4347	4349	4350	4351	4352	4354	4355	4356
1,52	4357	4359	4360	4361	4362	4364	4365	4366	4367	4369
1,53	4370	4371	4372	4374	4375	4376	4377	4379	4380	4381
1,54	4382	4383	4385	4386	4387	4388	4389	4391	4392	4393
1,55	4394	4395	4397	4398	4399	4400	4401	4403	4404	4405
1,56	4406	4407	4409	4410	4411	4412	4413	4414	4416	4417
1,57	4418	4419	4420	4421	4423	4424	4425	4426	4427	4428
1,58	4429	4431	4432	4433	4434	4435	4436	4437	4439	4440
1,59	4441	4442	4443	4444	4445	4446	4448	4449	4450	4451
1,60	4452	4453	4454	4455	4456	4458	4459	4460	4461	4462
1,61	4463	4464	4465	4466	4467	4468	4470	4471	4472	4473
1,62	4474	4475	4476	4477	4478	4479	4480	4481	4482	4483
1,63	4484	4486	4487	4488	4489	4490	4491	4492	4493	4494
1,64	4495	4496	4497	4498	4499	4500	4501	4502	4503	4504
1,65	4505	4506	4507	4508	4509	4510	4511	4512	4513	4514
1,66	4515	4516	4517	4518	4519	4520	4521	4522	4523	4524
1,67	4525	4526	4527	4528	4529	4530	4531	4532	4533	4534
1,68	4535	4536	4537	4538	4539	4540	4541	4542	4543	4544
1,69	4545	4546	4547	4548	4549	4550	4551	4552	4552	4553
1,70	4554	4555	4556	4557	4558	4559	4560	4561	4562	4563
1,71	4564	4565	4566	4566	4567	4568	4569	4570	4571	4572
1,72	4573	4574	4575	4576	4576	4577	4578	4579	4580	4581
1,73	4582	4583	4584	4585	4585	4586	4587	4588	4589	4590
1,74	4591	4592	4592	4593	4594	4595	4596	4597	4598	4599
1,75	4599	4600	4601	4602	4603	4604	4605	4605	4606	4607

$\Phi(x)$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,76	0,4608	4609	4610	4610	4611	4612	4613	4614	4615	4616
1,77	4616	4617	4618	4619	4620	4621	4621	4622	4623	4624
1,78	4625	4625	4626	4627	4628	4629	4630	4630	4631	4632
1,79	4633	4634	4634	4635	4636	4637	4638	4638	4639	4640
1,80	4641	4641	4642	4643	4644	4645	4645	4646	4647	4648
1,81	4649	4649	4650	4651	4652	4652	4653	4654	4655	4655
1,82	4656	4657	4658	4658	4659	4660	4661	4662	4662	4663
1,83	4664	4664	4665	4666	4667	4667	4668	4669	4670	4670
1,84	4671	4672	4673	4673	4674	4675	4676	4676	4677	4678
1,85	4678	4679	4680	4681	4681	4682	4683	4683	4684	4685
1,86	4686	4686	4687	4688	4688	4689	4690	4690	4691	4692
1,87	4693	4693	4694	4695	4695	4696	4697	4697	4698	4699
1,88	4699	4700	4701	4701	4702	4703	4704	4704	4705	4706
1,89	4706	4707	4708	4708	4709	4710	4710	4711	4712	4712
1,90	4713	4713	4714	4715	4715	4716	4717	4717	4718	4719
1,91	4719	4720	4721	4721	4722	4723	4723	4724	4724	4725
1,92	4726	4726	4727	4728	4728	4729	4729	4730	4731	4731
1,93	4732	4733	4733	4734	4734	4735	4736	4736	4737	4737
1,94	4738	4739	4739	4740	4741	4741	4742	4742	4743	4744
1,95	4744	4745	4745	4746	4746	4747	4748	4748	4749	4749
1,96	4750	4751	4751	4752	4752	4753	4754	4754	4755	4755
1,97	4756	4756	4757	4758	4758	4759	4759	4760	4760	4761
1,98	4761	4762	4763	4763	4764	4764	4765	4765	4766	4766
1,99	4767	4768	4768	4769	4769	4770	4770	4771	4771	4772
2,00	4772	4773	4774	4774	4775	4775	4776	4776	4777	4777
2,01	4778	4778	4779	4779	4780	4780	4781	4782	4782	4783
2,02	4783	4784	4784	4785	4785	4786	4786	4787	4787	4788
2,03	4788	4789	4789	4790	4790	4791	4791	4792	4792	4793
2,04	4793	4794	4794	4795	4795	4796	4796	4797	4797	4798
2,05	4798	4799	4799	4800	4800	4801	4801	4802	4802	4803
2,06	4803	4803	4804	4804	4805	4805	4806	4806	4807	4807
2,07	4808	4808	4809	4809	4810	4810	4811	4811	4811	4812
2,08	4812	4813	4813	4814	4814	4815	4815	4816	4816	4816
2,09	4817	4817	4818	4818	4819	4819	4820	4820	4820	4821
2,10	4821	4822	4822	4823	4823	4824	4824	4824	4825	4825
2,11	4826	4826	4827	4827	4827	4828	4828	4829	4829	4830
2,12	4830	4830	4831	4831	4832	4832	4832	4833	4833	4834
2,13	4834	4835	4835	4835	4836	4836	4837	4837	4837	4838
2,14	4838	4839	4839	4839	4840	4840	4841	4841	4841	4842
2,15	4842	4843	4843	4843	4844	4844	4845	4845	4845	4846
2,16	4846	4847	4847	4847	4848	4848	4848	4849	4849	4850
2,17	4850	4850	4851	4851	4851	4852	4852	4853	4853	4853
2,18	4854	4854	4854	4855	4855	4856	4856	4856	4857	4857
2,19	4857	4858	4858	4858	4859	4859	4860	4860	4860	4861
2,20	4861	4861	4862	4862	4862	4863	4863	4863	4864	4864

ϕx

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,21	0,4864	4865	4865	4866	4866	4866	4867	4867	4867	4868
2,22	4868	4868	4869	4869	4869	4870	4870	4870	4871	4871
2,23	4871	4872	4872	4872	4873	4873	4873	4874	4874	4874
2,24	4875	4875	4875	4876	4876	4876	4876	4877	4877	4877
2,25	4878	4878	4878	4879	4879	4879	4880	4880	4880	4881
2,26	4881	4881	4882	4882	4882	4882	4883	4883	4883	4884
2,27	4884	4884	4885	4885	4885	4885	4886	4886	4886	4887
2,28	4887	4887	4888	4888	4888	4888	4889	4889	4889	4890
2,29	4890	4890	4890	4891	4891	4891	4892	4892	4892	4892
2,30	4893	4893	4893	4894	4894	4894	4894	4895	4895	4895
2,31	4896	4896	4896	4896	4897	4897	4897	4897	4898	4898
2,32	4898	4899	4899	4899	4899	4900	4900	4900	4900	4901
2,33	4901	4901	4901	4902	4902	4902	4903	4903	4903	4903
2,34	4904	4904	4904	4904	4905	4905	4905	4905	4906	4906
2,35	4906	4906	4907	4907	4907	4907	4908	4908	4908	4908
2,36	4909	4909	4909	4909	4910	4910	4910	4910	4911	4911
2,37	4911	4911	4912	4912	4912	4912	4912	4913	4913	4913
2,38	4913	4914	4914	4914	4914	4915	4915	4915	4915	4916
2,39	4916	4916	4916	4916	4917	4917	4917	4917	4918	4918
2,40	4918	4918	4918	4919	4919	4919	4919	4920	4920	4920
2,41	4920	4920	4921	4921	4921	4921	4922	4922	4922	4922
2,42	4922	4923	4923	4923	4923	4923	4924	4924	4924	4924
2,43	4925	4925	4925	4925	4925	4926	4926	4926	4926	4926
2,44	4927	4927	4927	4927	4927	4928	4928	4928	4928	4928
2,45	4929	4929	4929	4929	4929	4930	4930	4930	4930	4930
2,46	4931	4931	4931	4931	4931	4931	4932	4932	4932	4932
2,47	4932	4933	4933	4933	4933	4933	4934	4934	4934	4934
2,48	4934	4934	4935	4935	4935	4935	4935	4936	4936	4936
2,49	4936	4936	4936	4937	4937	4937	4937	4937	4938	4938
2,50	4938	4938	4938	4938	4939	4939	4939	4939	4939	4939
2,51	4940	4940	4940	4940	4940	4940	4941	4941	4941	4941
2,52	4941	4941	4942	4942	4942	4942	4942	4942	4943	4943
2,53	4943	4943	4943	4943	4944	4944	4944	4944	4944	4944
2,54	4945	4945	4945	4945	4945	4945	4946	4946	4946	4946
2,55	4946	4946	4946	4947	4947	4947	4947	4947	4947	4948
2,56	4948	4948	4948	4948	4948	4948	4949	4949	4949	4949
2,57	4949	4949	4949	4950	4950	4950	4950	4950	4950	4950
2,58	4951	4951	4951	4951	4951	4951	4951	4952	4952	4952
2,59	4952	4952	4952	4952	4953	4953	4953	4953	4953	4953
2,60	4953	4954	4954	4954	4954	4954	4954	4954	4954	4955
2,61	4955	4955	4955	4955	4955	4955	4956	4956	4956	4956
2,62	4956	4956	4956	4956	4957	4957	4957	4957	4957	4957
2,63	4957	4957	4958	4958	4958	4958	4958	4958	4958	4958
2,64	4959	4959	4959	4959	4959	4959	4959	4959	4960	4960
2,65	4960	4960	4960	4960	4960	4960	4960	4961	4961	4961

$\Phi(x)$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,66	0,4961	4961	4961	4961	4961	4962	4962	4962	4962	4962
2,67	4962	4962	4962	4962	4963	4963	4963	4963	4963	4963
2,68	4963	4963	4963	4964	4964	4964	4964	4964	4964	4964
2,69	4964	4964	4964	4965	4965	4965	4965	4965	4965	4965
2,70	4965	4965	4966	4966	4966	4966	4966	4966	4966	4966
2,71	4966	4966	4967	4967	4967	4967	4967	4967	4967	4967
2,72	4967	4967	4968	4968	4968	4968	4968	4968	4968	4968
2,73	4968	4968	4969	4969	4969	4969	4969	4969	4969	4969
2,74	4969	4969	4969	4970	4970	4970	4970	4970	4970	4970
2,75	4970	4970	4970	4970	4971	4971	4971	4971	4971	4971
2,76	4971	4971	4971	4971	4971	4972	4972	4972	4972	4972
2,77	4972	4972	4972	4972	4972	4972	4972	4973	4973	4973
2,78	4973	4973	4973	4973	4973	4973	4973	4973	4973	4974
2,79	4974	4974	4974	4974	4974	4974	4974	4974	4974	4974
2,80	4974	4975	4975	4975	4975	4975	4975	4975	4975	4975
2,81	4975	4975	4975	4975	4976	4976	4976	4976	4976	4976
2,82	4976	4976	4976	4976	4976	4976	4976	4977	4977	4977
2,83	4977	4977	4977	4977	4977	4977	4977	4977	4977	4977
2,84	4977	4978	4978	4978	4978	4978	4978	4978	4978	4978
2,85	4978	4978	4978	4978	4978	4978	4979	4979	4979	4979
2,86	4979	4979	4979	4979	4979	4979	4979	4979	4979	4979
2,87	4979	4980	4980	4980	4980	4980	4980	4980	4980	4980
2,88	4980	4980	4980	4980	4980	4980	4980	4981	4981	4981
2,89	4981	4981	4981	4981	4981	4981	4981	4981	4981	4981
2,90	4981	4981	4981	4982	4982	4982	4982	4982	4982	4982
2,91	4982	4982	4982	4982	4982	4982	4982	4982	4982	4982
2,92	4982	4983	4983	4983	4983	4983	4983	4983	4983	4983
2,93	4983	4983	4983	4983	4983	4983	4983	4983	4983	4984
2,94	4984	4984	4984	4984	4984	4984	4984	4984	4984	4984
2,95	4984	4984	4984	4984	4984	4984	4984	4984	4985	4985
2,96	4985	4985	4985	4985	4985	4985	4985	4985	4985	4985
2,97	4985	4985	4985	4985	4985	4985	4985	4985	4985	4986
2,98	4986	4986	4986	4986	4986	4986	4986	4986	4986	4986
2,99	4986	4986	4986	4986	4986	4986	4986	4986	4986	4986
3,00	4987	4987	4987	4987	4987	4987	4987	4987	4987	4987

x	$\Phi_0(x)$	x	$\Phi_0(x)$	x	$\Phi_0(x)$
3,000—3,023	0,4987	3,139—3,174	0,4992	3,390—3,480	0,4997
3,024—3,048	0,4988	3,175—3,215	0,4993	3,481—3,615	0,4998
3,049—3,075	0,4989	3,216—3,263	0,4994	3,616—3,890	0,4999
3,076—3,105	0,4990	3,264—3,320	0,4995	3,891— ∞	0,5
3,106—3,138	0,4991	3,321—3,389	0,4996		

Двусторонние границы T -распределения: значения t_{γ} , определяемые уравнением

$$\int_{-t_{\gamma}}^{t_{\gamma}} s_k(t) dt = \gamma$$

$k \backslash \gamma$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	142	289	445	617	0,816	1,061	1,336	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	137	277	424	584	765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	134	271	414	569	741	941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	132	267	408	559	727	920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
6	131	265	404	553	718	906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	130	263	402	549	711	896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	130	262	399	546	706	889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	129	261	398	543	703	883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	129	260	397	542	700	879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	129	260	396	540	697	876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,487
12	128	259	395	539	695	873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	128	259	394	538	694	870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	128	258	393	537	692	868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	128	258	393	536	691	866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	128	258	392	535	690	865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	128	257	392	534	689	863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	127	257	392	534	688	962	1,067	1,330	1,734	2,103	2,552	2,878	3,922

Двусторонние границы χ^2 -распределения: значения ε_α ,
определяемые уравнением

$$\int_{k/(1-\varepsilon_\alpha)^2}^{k/(1+\varepsilon_\alpha)^2} p_k(z) dz = \chi^*$$

$\alpha \backslash k$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
1	0,568	906	1,602	2,946	6,923				
2	367	473	0,678	1,125	2,086	3,400	5,857	8,500	
3	290	370	482	0,730	1,270	1,932	3,000	4,200	9,00
4	248	306	398	563	0,941	1,382	2,056	2,700	5,00
5	221	277	348	475	738	1,104	1,594	2,000	3,80
6	200	251	308	416	623	0,918	1,306	1,650	3,00
7	185	232	290	380	576	800	1,143	1,393	2,50
8	173	216	269	354	516	713	0,986	1,225	2,05
9	162	202	252	329	476	650	889	1,094	1,75
10	153	192	239	304	442	596	814	0,980	1,50
12	140	176	218	276	388	527	700	840	1,30
14	130	162	200	252	357	468	620	740	1,14
16	122	150	188	236	325	422	564	671	1,02
18	115	143	177	223	297	390	500	600	0,92
20	108	136	168	210	282	370	480	567	85
25	096	122	148	187	247	317	408	485	70
30	088	111	137	172	226	281	369	425	60
35	085	101	127	156	207	261	347	400	56
40	076	095	119	146	193	242	312	375	52
45	071	089	112	139	184	228	288	350	48
50	068	084	105	133	174	212	270	311	45
60	062	077	095	122	155	193	242	283	40
70	057	072	088	112	145	180	222	250	37
80	054	067	082	103	138	167	200	236	35
90	051	063	078	096	131	151	192	220	32
100	048	060	074	092	125	146	184	200	30
150	040	050	060	075	096	125	146	167	0,225
200	034	042	053	065	084	100	133	144	190
250	031	038	048	058	076	091	115	135	175
500	022	028	031	041	054	064	077	085	125
1000	016	019	025	037	044	047	056	059	080

*) $(1 - \varepsilon_\alpha)_+ = \max(1 - \varepsilon_\alpha, 0)$.

Таблица 4

Значения χ^2_{β} , удовлетворяющие равенству $\int_{\chi^2}^{\infty} \psi_r(u) du = \beta$,

где $\psi_r(u)$ – плотность распределения "хи-квадрат" с r степенями свободы

$r \backslash \beta$	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	1,64	2,71	3,84	5,41	6,64	10,83
2	3,22	4,60	5,99	7,82	9,21	13,82
3	4,64	6,25	7,82	9,84	11,34	16,27
4	5,99	7,78	9,49	11,67	13,28	18,46
5	7,29	9,24	11,07	13,39	15,09	20,5
6	8,56	10,64	12,59	15,03	16,81	22,5
7	9,80	12,02	14,07	16,62	18,48	24,3
8	11,03	13,36	15,51	18,17	20,1	26,1
9	12,24	14,68	16,92	19,68	21,7	27,9
10	13,44	15,99	18,31	21,2	23,2	29,6
11	14,63	17,28	19,68	22,6	24,7	31,3
12	15,81	18,55	21,0	24,1	26,2	32,9

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ e^{-x}										
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00	1,0000	0,9990	9980	9970	9960	9950	9940	9930	9920	9910
0,01	0,9900	9891	9881	9871	9861	9851	9841	9831	9822	9812
0,02	9802	9792	9782	9773	9763	9753	9743	9734	9724	9714
0,03	9704	9695	9685	9675	9666	9656	9646	9637	9627	9618
0,04	9608	9598	9589	9579	9570	9560	9550	9541	9531	9522
0,05	9512	9503	9493	9484	9474	9465	9455	9446	9436	9427
0,06	9418	9408	9399	9389	9380	9371	9361	9352	9343	9333
0,07	9324	9315	9305	9296	9287	9277	9268	9259	9250	9240
0,08	9231	9222	9213	9204	9194	9185	9176	9167	9158	9148
0,09	9139	9130	9121	9112	9103	9094	9085	9076	9066	9057
0,10	9048	9039	9030	9021	9012	9003	8994	8985	8976	8967
0,11	8958	8949	8940	8932	8923	8914	8905	8896	8887	8878
0,12	8869	8860	8851	8843	8834	8825	8816	8807	8799	8790
0,13	8781	8772	8763	8755	8746	8737	8728	8720	8711	8702
0,14	8694	8685	8676	8668	8659	8650	8642	8633	8624	8616
0,15	8607	8598	8590	8581	8573	8564	8556	8547	8538	8530
0,16	8521	8513	8504	8496	8487	8479	8470	8462	8454	8445
0,17	8437	8428	8420	8411	8403	8395	8386	8378	8369	8361
0,18	8353	8344	8336	8328	8319	8311	8303	8294	8286	8278
0,19	8270	8261	8253	8245	8237	8228	8220	8212	8204	8195
0,20	8187	8179	8171	8163	8155	8146	8138	8130	8122	8114
0,21	8106	8098	8090	8082	8073	8065	8057	8049	8041	8033
0,22	8025	8017	8009	8001	7993	7985	7977	7969	7961	7953
0,23	7945	7937	7929	7922	7914	7906	7898	7890	7882	7874
0,24	7866	7858	7851	7843	7835	7827	7819	7811	7804	7796
0,25	7788	7780	7772	7765	7757	7749	7741	7734	7726	7718
0,26	7711	7703	7695	7687	7680	7672	7664	7657	7649	7641
0,27	7634	7626	7619	7611	7603	7596	7588	7581	7573	7565
0,28	7558	7550	7543	7535	7528	7520	7513	7505	7498	7490
0,29	7483	7475	7468	7460	7453	7445	7438	7430	7423	7416
0,30	7408	7401	7393	7386	7379	7371	7364	7357	7349	7342
0,31	7334	7327	7320	7312	7305	7298	7291	7283	7276	7269
0,32	7261	7254	7247	7240	7233	7225	7218	7211	7204	7196
0,33	7189	7182	7175	7168	7161	7153	7146	7139	7132	7125
0,34	7118	7111	7103	7096	7089	7082	7075	7068	7061	7054
0,35	7047	7040	7033	7026	7019	7012	7005	6998	6991	6984
0,36	6977	6970	6963	6956	6949	6942	6935	6928	6921	6914
0,37	6907	6900	6894	6887	6880	6873	6866	6859	6852	6845
0,38	6839	6832	6825	6818	6811	6805	6798	6791	6784	6777
0,39	6771	6764	6757	6750	6744	6737	6730	6723	6717	6710
0,40	6703	6697	6690	6683	6676	6670	6663	6656	6650	6643

e^x

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,41	0,6637	6630	6623	6617	6610	6603	6597	6590	6584	6577
0,42	6570	6564	6557	6551	6544	6538	6531	6525	6518	6512
0,43	6505	6499	6492	6486	6479	6473	6466	6460	6453	6447
0,44	6440	6434	6427	6421	6415	6408	6402	6395	6389	6383
0,45	6376	6370	6364	6357	6351	6344	6338	6332	6325	6319
0,46	6313	6307	6300	6294	6288	6281	6275	6269	6263	6256
0,47	6250	6244	6238	6231	6225	6219	6213	6206	6200	6194
0,48	6188	6182	6175	6169	6163	6157	6151	6145	6139	6132
0,49	6126	6120	6114	6108	6102	6096	6090	6084	6077	6071
0,50	6065	6059	6053	6047	6041	6035	6029	6023	6017	6011
0,51	6005	5999	5993	5987	5981	5975	5969	5963	5957	5951
0,52	5945	5939	5933	5927	5921	5916	5910	5904	5898	5892
0,53	5886	5880	5874	5868	5863	5857	5851	5845	5839	5833
0,54	5827	5822	5816	5810	5804	5798	5793	5787	5781	5775
0,55	5769	5764	5758	5752	5746	5741	5735	5729	5724	5718
0,56	5712	5706	5701	5695	5689	5684	5678	5672	5667	5661
0,57	5655	5650	5644	5638	5633	5627	5621	5616	5610	5605
0,58	5599	5593	5588	5582	5577	5571	5565	5560	5554	5549
0,59	5543	5538	5532	5527	5521	5516	5510	5505	5499	5494
0,60	5488	5483	5477	5472	5466	5461	5455	5450	5444	5439
0,61	5434	5428	5423	5417	5412	5406	5401	5396	5390	5385
0,62	5379	5374	5369	5363	5358	5353	5347	5342	5337	5331
0,63	5326	5321	5315	5310	5305	5299	5294	5289	5283	5278
0,64	5273	5268	5262	5257	5252	5247	5241	5236	5231	5226
0,65	5220	5215	5210	5205	5200	5194	5189	5184	5179	5174
0,66	5169	5163	5158	5153	5148	5143	5138	5132	5127	5122
0,67	5117	5112	5107	5102	5097	5092	5086	5081	5076	5071
0,68	5066	5061	5056	5051	5046	5041	5036	5031	5026	5021
0,69	5016	5011	5006	5001	4996	4991	4986	4981	4976	4971
0,70	4966	4961	4956	4951	4946	4941	4936	4931	4926	4921
0,71	4916	4912	4907	4902	4897	4892	4887	4882	4877	4872
0,72	4868	4863	4858	4853	4848	4843	4838	4834	4829	4824
0,73	4819	4814	4809	4805	4800	4795	4790	4785	4781	4776
0,74	4771	4766	4762	4757	4752	4747	4743	4738	4733	4728
0,75	4724	4719	4714	4710	4705	4700	4695	4691	4686	4681
0,76	4677	4672	4667	4663	4658	4653	4649	4644	4639	4635
0,77	4630	4626	4621	4616	4612	4607	4602	4598	4593	4589
0,78	4584	4579	4575	4570	4566	4561	4557	4552	4548	4543
0,79	4538	4534	4529	4525	4520	4516	4511	4507	4502	4498
0,80	4493	4489	4484	4480	4475	4471	4466	4462	4457	4453
0,81	4449	4444	4440	4435	4431	4426	4422	4418	4413	4409
0,82	4404	4400	4396	4391	4387	4382	4378	4374	4369	4365
0,83	4360	4356	4352	4347	4343	4339	4334	4330	4326	4321
0,84	4317	4313	4308	4304	4300	4296	4291	4287	4283	4278
0,85	4274	4270	4266	4261	4257	4253	4249	4244	4240	4236

e^{-x}										
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,86	0,4232	4227	4223	4219	4215	4211	4206	4202	4198	4194
0,87	4190	4185	4181	4177	4173	4169	4164	4160	4156	4152
0,88	4148	4144	4140	4135	4131	4127	4123	4119	4115	4111
0,89	4107	4102	4098	4094	4090	4086	4082	4078	4074	4070
0,90	4066	4062	4058	4054	4049	4045	4041	4037	4033	4029
0,91	4025	4021	4017	4013	4009	4005	4001	3997	3993	3989
0,92	3985	3981	3977	3973	3969	3965	3961	3957	3953	3949
0,93	3946	3942	3938	3934	3930	3926	3922	3918	3914	3910
0,94	3906	3902	3898	3895	3891	3887	3883	3879	3875	3871
0,95	3867	3864	3860	3856	3852	3848	3844	3840	3837	3833
0,96	3829	3825	3821	3817	3814	3810	3806	3802	3798	3795
0,97	3791	3787	3783	3779	3776	3772	3768	3764	3761	3757
0,98	3753	3749	3746	3742	3738	3734	3731	3727	3723	3719
0,99	3716	3712	3708	3705	3701	3697	3694	3690	3686	3682
1,00	3679	3675	3671	3668	3664	3660	3657	3653	3649	3646
1,01	3642	3639	3635	3631	3628	3624	3620	3617	3613	3610
1,02	3606	3602	3599	3595	3592	3588	3584	3581	3577	3574
1,03	3570	3567	3563	3559	3556	3552	3549	3545	3542	3538
1,04	3535	3531	3527	3524	3520	3517	3513	3510	3506	3503
1,05	3499	3496	3492	3489	3485	3482	3478	3475	3471	3468
1,06	3465	3461	3458	3454	3451	3447	3444	3440	3437	3434
1,07	3430	3427	3423	3420	3416	3413	3410	3406	3403	3399
1,08	3396	3393	3389	3386	3382	3379	3376	3372	3369	3366
1,09	3362	3359	3355	3352	3349	3345	3342	3339	3335	3332
1,10	3329	3325	3322	3319	3315	3312	3309	3305	3302	3299
1,11	3296	3292	3289	3286	3282	3279	3276	3273	3269	3266
1,12	3263	3260	3256	3253	3250	3247	3243	3240	3237	3234
1,13	3230	3227	3224	3221	3217	3214	3211	3208	3205	3201
1,14	3198	3195	3192	3189	3185	3182	3179	3176	3173	3170
1,15	3166	3163	3160	3157	3154	3151	3147	3144	3141	3138
1,16	3135	3132	3129	3125	3122	3119	3116	3113	3110	3107
1,17	3104	3101	3097	3094	3091	3088	3085	3082	3079	3076
1,18	3073	3070	3067	3064	3061	3057	3054	3051	3048	3045
1,19	3042	3039	3036	3033	3030	3027	3024	3021	3018	3015
1,20	3012	3009	3006	3003	3000	2997	2994	2991	2988	2985
1,21	2982	2979	2976	2973	2970	2967	2964	2961	2958	2955
1,22	2952	2949	2946	2943	2941	2938	2935	2932	2929	2926
1,23	2923	2920	2917	2914	2911	2908	2905	2903	2900	2897
1,24	2894	2891	2888	2885	2882	2879	2877	2874	2871	2868
1,25	2865	2862	2859	2856	2854	2851	2848	2845	2842	2839
1,26	2837	2834	2831	2828	2825	2822	2820	2817	2814	2811
1,27	2808	2806	2803	2800	2797	2794	2792	2789	2786	2783
1,28	2780	2778	2775	2772	2769	2767	2764	2761	2758	2755
1,29	2753	2750	2747	2744	2742	2739	2736	2734	2731	2728
1,30	2725	2723	2720	2717	2714	2712	2709	2706	2704	2701

e^{-x}										
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,31	0,2698	2696	2693	2690	2687	2685	2682	2679	2677	2674
1,32	2671	2669	2666	2663	2661	2658	2655	2653	2650	2647
1,33	2645	2642	2639	2637	2634	2632	2629	2626	2624	2621
1,34	2618	2616	2613	2611	2608	2605	2603	2600	2598	2595
1,35	2592	2590	2587	2585	2582	2579	2577	2574	2572	2569
1,36	2567	2564	2561	2559	2556	2554	2551	2549	2546	2544
1,37	2541	2539	2536	2533	2531	2528	2526	2523	2521	2518
1,38	2516	2513	2511	2508	2506	2503	2501	2498	2496	2493
1,39	2491	2488	2486	2483	2481	2478	2476	2473	2471	2468
1,40	2466	2464	2461	2459	2456	2454	2451	2449	2446	2444
1,41	2441	2439	2437	2434	2432	2429	2427	2424	2422	2420
1,42	2417	2415	2412	2410	2407	2405	2403	2400	2398	2395
1,43	2393	2391	2388	2386	2384	2381	2379	2376	2374	2372
1,44	2369	2367	2365	2362	2360	2357	2355	2353	2350	2348
1,45	2346	2343	2341	2339	2336	2334	2332	2329	2327	2325
1,46	2322	2320	2318	2315	2313	2311	2308	2306	2304	2302
1,47	2299	2297	2295	2292	2290	2288	2286	2283	2281	2279
1,48	2276	2274	2272	2270	2267	2265	2263	2260	2258	2256
1,49	2254	2251	2249	2247	2245	2242	2240	2238	2236	2234
1,50	2231	2229	2227	2225	2222	2220	2218	2216	2214	2211
1,51	2209	2207	2205	2202	2200	2198	2196	2194	2191	2189
1,52	2187	2185	2183	2181	2178	2176	2174	2172	2170	2168
1,53	2165	2163	2161	2159	2157	2155	2152	2150	2148	2146
1,54	2144	2142	2140	2137	2135	2133	2131	2129	2127	2125
1,55	2122	2120	2118	2116	2114	2112	2110	2108	2106	2103
1,56	2101	2099	2097	2095	2093	2091	2089	2087	2085	2083
1,57	2080	2078	2076	2074	2072	2070	2068	2066	2064	2062
1,58	2060	2058	2056	2054	2052	2049	2047	2045	2043	2041
1,59	2039	2037	2035	2033	2031	2029	2027	2025	2023	2021
1,60	2019	2017	2015	2013	2011	2009	2007	2005	2003	2001
1,61	1999	1997	1995	1993	1991	1989	1987	1985	1983	1981
1,62	1979	1977	1975	1973	1971	1969	1967	1965	1963	1961
1,63	1959	1957	1955	1953	1951	1950	1948	1946	1944	1942
1,64	1940	1938	1936	1934	1932	1930	1928	1926	1924	1922
1,65	1920	1919	1917	1915	1913	1911	1909	1907	1905	1903
1,66	1901	1899	1898	1896	1894	1892	1890	1888	1886	1884
1,67	1882	1881	1879	1877	1875	1873	1871	1869	1867	1866
1,68	1864	1862	1860	1858	1856	1854	1853	1851	1849	1847
1,69	1845	1843	1842	1840	1838	1836	1834	1832	1830	1829
1,70	1827	1825	1823	1821	1820	1818	1816	1814	1812	1810
1,71	1809	1807	1805	1803	1801	1800	1798	1796	1794	1792
1,72	1791	1789	1787	1785	1784	1782	1780	1778	1776	1775
1,73	1773	1771	1769	1768	1766	1764	1762	1760	1759	1757
1,74	1755	1753	1752	1750	1748	1746	1745	1743	1741	1739
1,75	1738	1736	1734	1733	1731	1729	1727	1726	1724	1722

e^{-x}										
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,76	0,1720	1719	1717	1715	1714	1712	1710	1708	1707	1705
1,77	1703	1702	1700	1698	1697	1695	1693	1691	1690	1688
1,78	1686	1685	1683	1681	1680	1678	1676	1675	1673	1671
1,79	1670	1668	1666	1665	1663	1661	1660	1658	1656	1655
1,80	1653	1651	1650	1648	1646	1645	1643	1641	1640	1638
1,81	1637	1635	1633	1632	1630	1628	1627	1625	1624	1622
1,82	1620	1619	1617	1615	1614	1612	1611	1609	1607	1606
1,83	1604	1603	1601	1599	1598	1596	1595	1593	1591	1590
1,84	1588	1587	1585	1583	1582	1580	1579	1577	1576	1574
1,85	1572	1571	1569	1568	1566	1565	1563	1561	1560	1558
1,86	1557	1555	1554	1552	1551	1549	1547	1546	1544	1543
1,87	1541	1540	1538	1537	1535	1534	1532	1530	1529	1527
1,88	1526	1524	1523	1521	1520	1518	1517	1515	1514	1512
1,89	1511	1509	1508	1506	1505	1503	1502	1500	1499	1497
1,90	1496	1494	1493	1491	1490	1488	1487	1485	1484	1482
1,91	1481	1479	1478	1476	1475	1473	1472	1470	1469	1468
1,92	1466	1465	1463	1462	1460	1459	1457	1456	1454	1453
1,93	1451	1450	1449	1447	1446	1444	1443	1441	1440	1438
1,94	1437	1436	1434	1433	1431	1430	1428	1427	1426	1424
1,95	1423	1421	1420	1418	1417	1416	1414	1413	1411	1410
1,96	1409	1407	1406	1404	1403	1402	1400	1399	1397	1396
1,97	1395	1393	1392	1390	1389	1388	1386	1385	1383	1382
1,98	1381	1379	1378	1377	1375	1374	1372	1371	1370	1368
1,99	1367	1366	1364	1363	1361	1360	1359	1357	1356	1355
2,00	1353	1352	1351	1349	1348	1347	1345	1344	1343	1341
2,01	1340	1339	1337	1336	1335	1333	1332	1331	1329	1328
2,02	1327	1325	1324	1323	1321	1320	1319	1317	1316	1315
2,03	1313	1312	1311	1309	1308	1307	1305	1304	1303	1302
2,04	1300	1299	1298	1296	1295	1294	1293	1291	1290	1289
2,05	1287	1286	1285	1283	1282	1281	1280	1278	1277	1276
2,06	1275	1273	1272	1271	1269	1268	1267	1266	1264	1263
2,07	1262	1261	1259	1258	1257	1256	1254	1253	1252	1251
2,08	1249	1248	1247	1246	1244	1243	1242	1241	1239	1238
2,09	1237	1236	1234	1233	1232	1231	1229	1228	1227	1226
2,10	1225	1223	1222	1221	1220	1218	1217	1216	1215	1214
2,11	1212	1211	1210	1209	1208	1206	1205	1204	1203	1202
2,12	1200	1199	1198	1197	1196	1194	1193	1192	1191	1190
2,13	1188	1187	1186	1185	1184	1182	1181	1180	1179	1178
2,14	1177	1175	1174	1173	1172	1171	1170	1168	1167	1166
2,15	1165	1164	1163	1161	1160	1159	1158	1157	1156	1154
2,16	1153	1152	1151	1150	1149	1147	1146	1145	1144	1143
2,17	1142	1141	1139	1138	1137	1136	1135	1134	1133	1132
2,18	1130	1129	1128	1127	1126	1125	1124	1123	1121	1120
2,19	1119	1118	1117	1116	1115	1114	1112	1111	1110	1109
2,20	1108	1107	1106	1105	1104	1103	1101	1100	1099	1098

e^{-x}

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,21	0,1097	1096	1095	1094	1093	1092	1090	1089	1088	1087
2,22	1086	1085	1084	1083	1082	1081	1080	1079	1077	1076
2,23	1075	1074	1073	1072	1071	1070	1069	1068	1067	1066
2,24	1065	1064	1062	1061	1060	1059	1058	1057	1056	1055
2,25	1054	1053	1052	1051	1050	1049	1048	1047	1046	1045
2,26	1044	1042	1041	1040	1039	1038	1037	1036	1035	1034
2,27	1033	1032	1031	1030	1029	1028	1027	1026	1025	1024
2,28	1023	1022	1021	1020	1019	1018	1017	1016	1015	1014
2,29	1013	1012	1011	1010	1009	1008	1007	1006	1005	1004
2,30	1003	1002	1001	1000	0999	0998	0997	0996	0995	0994
2,31	0993	0992	0991	0990	0989	0988	0987	0986	0985	0984
2,32	0983	0982	0981	0980	0979	0978	0977	0976	0975	0974
2,33	0973	0972	0971	0970	0969	0968	0967	0966	0965	0964
2,34	0963	0962	0961	0960	0959	0958	0958	0957	0956	0955
2,35	0954	0953	0952	0951	0950	0949	0948	0947	0946	0945
2,36	0944	0943	0942	0941	0940	0939	0939	0938	0937	0936
2,37	0935	0934	0933	0932	0931	0930	0929	0928	0927	0926
2,38	0926	0925	0924	0923	0922	0921	0920	0919	0918	0917
2,39	0916	0915	0914	0914	0913	0912	0911	0910	0909	0908
2,40	0907	0906	0905	0904	0904	0903	0902	0901	0900	0899
2,41	0898	0897	0896	0895	0895	0894	0893	0892	0891	0890
2,42	0889	0888	0887	0887	0886	0885	0884	0883	0882	0881
2,43	0880	0879	0879	0878	0877	0876	0875	0874	0873	0872
2,44	0872	0871	0870	0869	0868	0867	0866	0866	0865	0864
2,45	0863	0862	0861	0860	0859	0859	0858	0857	0856	0855
2,46	0854	0853	0853	0852	0851	0850	0849	0848	0848	0847
2,47	0846	0845	0844	0843	0842	0842	0841	0840	0839	0838
2,48	0837	0837	0836	0835	0834	0833	0832	0832	0831	0830
2,49	0829	0828	0827	0827	0826	0825	0824	0823	0822	0822
2,50	0821	0820	0819	0818	0818	0817	0816	0815	0814	0813
2,51	0813	0812	0811	0810	0809	0809	0808	0807	0806	0805
2,52	0805	0804	0803	0802	0801	0801	0800	0799	0798	0797
2,53	0797	0796	0795	0794	0793	0793	0792	0791	0790	0789
2,54	0789	0788	0787	0786	0786	0785	0784	0783	0782	0782
2,55	0781	0780	0779	0778	0778	0777	0776	0775	0775	0774
2,56	0773	0772	0772	0771	0770	0769	0768	0768	0767	0766
2,57	0765	0765	0764	0763	0762	0762	0761	0760	0759	0758
2,58	0758	0757	0756	0755	0755	0754	0753	0752	0752	0751
2,59	0750	0749	0749	0748	0747	0746	0746	0745	0744	0743
2,60	0743	0742	0741	0741	0740	0739	0738	0738	0737	0736
2,61	0735	0735	0734	0733	0732	0732	0731	0730	0729	0729
2,62	0728	0727	0727	0726	0725	0724	0724	0723	0722	0722
2,63	0721	0720	0719	0719	0718	0717	0716	0716	0715	0714
2,64	0714	0713	0712	0711	0711	0710	0709	0709	0708	0707
2,65	0707	0706	0705	0704	0704	0703	0702	0702	0701	0700

e^x

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,66	0,0699	0699	0698	0697	0697	0696	0695	0695	0694	0693
2,67	0693	0692	0691	0690	0690	0689	0688	0688	0687	0686
2,68	0686	0685	0684	0684	0683	0682	0682	0681	0680	0679
2,69	0679	0678	0677	0677	0676	0675	0675	0674	0673	0673
2,70	0672	0671	0671	0670	0669	0669	0668	0667	0667	0666
2,71	0665	0665	0664	0663	0663	0662	0661	0661	0660	0659
2,72	0659	0658	0657	0657	0656	0655	0655	0654	0653	0653
2,73	0652	0652	0651	0650	0650	0649	0648	0648	0647	0646
2,74	0646	0645	0644	0644	0643	0642	0642	0641	0641	0640
2,75	0639	0639	0638	0637	0637	0636	0635	0635	0634	0634
2,76	0633	0632	0632	0631	0630	0630	0629	0628	0628	0627
2,77	0627	0626	0625	0625	0624	0623	0623	0622	0622	0621
2,78	0620	0620	0619	0619	0618	0617	0617	0616	0615	0615
2,79	0614	0614	0613	0612	0612	0611	0611	0610	0609	0609
2,80	0608	0607	0607	0606	0606	0605	0604	0604	0603	0603
2,81	0602	0601	0601	0600	0600	0599	0598	0598	0597	0597
2,82	0596	0595	0595	0594	0594	0593	0592	0592	0591	0591
2,83	0590	0590	0589	0588	0588	0587	0587	0586	0585	0585
2,84	0584	0584	0583	0583	0582	0581	0581	0580	0580	0579
2,85	0578	0578	0577	0577	0576	0576	0575	0574	0574	0573
2,86	0573	0572	0572	0571	0570	0570	0569	0569	0568	0568
2,87	0567	0566	0566	0565	0565	0564	0564	0563	0562	0562
2,88	0561	0561	0560	0560	0559	0559	0558	0557	0557	0556
2,89	0556	0555	0555	0554	0554	0553	0552	0552	0551	0551
2,90	0550	0550	0549	0549	0548	0547	0547	0546	0546	0545
2,91	0545	0544	0544	0543	0543	0542	0541	0541	0540	0540
2,92	0539	0539	0538	0538	0537	0537	0536	0536	0535	0535
2,93	0534	0533	0533	0532	0532	0531	0531	0530	0530	0529
2,94	0529	0528	0528	0527	0527	0526	0525	0525	0524	0524
2,95	0523	0523	0522	0522	0521	0521	0520	0520	0519	0519
2,96	0518	0518	0517	0517	0516	0516	0515	0515	0514	0514
2,97	0513	0513	0512	0511	0511	0510	0510	0509	0509	0508
2,98	0508	0507	0507	0506	0506	0505	0505	0504	0504	0503
2,99	0503	0502	0502	0501	0501	0500	0500	0499	0499	0498
3,00	0498	0497	0497	0496	0496	0495	0495	0494	0494	0493
3,01	0493	0492	0492	0491	0491	0490	0490	0489	0489	0489
3,02	0488	0488	0487	0487	0486	0486	0485	0485	0484	0484
3,03	0483	0483	0482	0482	0481	0481	0480	0480	0479	0479
3,04	0478	0478	0477	0477	0476	0476	0475	0475	0475	0474
3,05	0474	0473	0473	0472	0472	0471	0471	0470	0470	0469
3,06	0469	0468	0468	0467	0467	0467	0466	0466	0465	0465
3,07	0464	0464	0463	0463	0462	0462	0461	0461	0461	0460
3,08	0460	0459	0459	0458	0458	0457	0457	0456	0456	0455
3,09	0455	0455	0454	0454	0453	0453	0452	0452	0451	0451
3,10	0450	0450	0450	0449	0449	0448	0448	0447	0447	0446

e^{-x}

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3.11	0,0446	0446	0445	0445	0444	0444	0443	0443	0442	0442
3.12	0442	0441	0441	0440	0440	0439	0439	0438	0438	0438
3.13	0437	0437	0436	0436	0435	0435	0435	0434	0434	0433
3.14	0433	0432	0432	0432	0431	0431	0430	0430	0429	0429
3.15	0429	0428	0428	0427	0427	0426	0426	0426	0425	0425
3.16	0424	0424	0423	0423	0423	0422	0422	0421	0421	0420
3.17	0420	0420	0419	0419	0418	0418	0418	0417	0417	0416
3.18	0416	0415	0415	0415	0414	0414	0413	0413	0413	0412
3.19	0412	0411	0411	0410	0410	0410	0409	0409	0408	0408
3.20	0408	0407	0407	0406	0406	0406	0405	0405	0404	0404
3.21	0404	0403	0403	0402	0402	0402	0401	0401	0400	0400
3.22	0400	0399	0399	0398	0398	0398	0397	0397	0396	0396
3.23	0396	0395	0395	0394	0394	0394	0393	0393	0392	0392
3.24	0392	0391	0391	0390	0390	0390	0389	0389	0389	0388
3.25	0388	0387	0387	0387	0386	0386	0385	0385	0385	0384
3.26	0384	0384	0383	0383	0382	0382	0382	0381	0381	0380
3.27	0380	0380	0379	0379	0379	0378	0378	0377	0377	0377
3.28	0376	0376	0376	0375	0375	0374	0374	0374	0373	0373
3.29	0373	0372	0372	0371	0371	0371	0370	0370	0370	0369
3.30	0369	0368	0368	0368	0367	0367	0367	0366	0366	0366
3.31	0365	0365	0364	0364	0364	0363	0363	0363	0362	0362
3.32	0362	0361	0361	0360	0360	0360	0359	0359	0359	0358
3.33	0358	0358	0357	0357	0357	0356	0356	0355	0355	0355
3.34	0354	0354	0354	0353	0353	0353	0352	0352	0352	0351
3.35	0351	0350	0350	0350	0349	0349	0349	0348	0348	0348
3.36	0347	0347	0347	0346	0346	0346	0345	0345	0345	0344
3.37	0344	0344	0343	0343	0343	0342	0342	0341	0341	0341
3.38	0340	0340	0340	0339	0339	0339	0338	0338	0338	0337
3.39	0337	0337	0336	0336	0336	0335	0335	0335	0334	0334
3.40	0334	0333	0333	0333	0332	0332	0332	0331	0331	0331
3.41	0330	0330	0330	0329	0329	0329	0328	0328	0328	0327
3.42	0327	0327	0326	0326	0326	0325	0325	0325	0325	0324
3.43	0324	0324	0323	0323	0323	0322	0322	0322	0321	0321
3.44	0321	0320	0320	0320	0319	0319	0319	0318	0318	0318
3.45	0317	0317	0317	0317	0316	0316	0316	0315	0315	0315
3.46	0314	0314	0314	0313	0313	0313	0312	0312	0312	0311
3.47	0311	0311	0311	0310	0310	0310	0309	0309	0309	0308
3.48	0308	0308	0307	0307	0307	0307	0306	0306	0306	0305
3.49	0305	0305	0304	0304	0304	0303	0303	0303	0303	0302
3.50	0302	0302	0301	0301	0301	0300	0300	0300	0300	0299
3.51	0299	0299	0298	0298	0298	0297	0297	0297	0297	0296
3.52	0296	0296	0295	0295	0295	0295	0294	0294	0294	0293
3.53	0293	0293	0292	0292	0292	0292	0291	0291	0291	0290
3.54	0290	0290	0290	0289	0289	0289	0288	0288	0288	0288
3.55	0287	0287	0287	0286	0286	0286	0286	0285	0285	0285

e^{-x}										
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,56	0,0284	0284	0284	0284	0283	0283	0283	0282	0282	0282
3,57	0282	0281	0281	0281	0280	0280	0280	0280	0279	0279
3,58	0279	0278	0278	0278	0278	0277	0277	0277	0277	0276
3,59	0276	0276	0275	0275	0275	0275	0274	0274	0274	0274
3,60	0273	0273	0273	0272	0272	0272	0272	0271	0271	0271
3,61	0271	0270	0270	0270	0269	0269	0269	0269	0268	0268
3,62	0268	0268	0267	0267	0267	0266	0266	0266	0266	0265
3,63	0265	0265	0265	0264	0264	0264	0264	0263	0263	0263
3,64	0263	0262	0262	0262	0261	0261	0261	0261	0260	0260
3,65	0260	0260	0259	0259	0259	0259	0258	0258	0258	0258
3,66	0257	0257	0257	0257	0256	0256	0256	0256	0255	0255
3,67	0255	0255	0254	0254	0254	0253	0253	0253	0253	0252
3,68	0252	0252	0252	0251	0251	0251	0251	0250	0250	0250
3,69	0250	0249	0249	0249	0249	0248	0248	0248	0248	0247
3,70	0247	0247	0247	0246	0246	0246	0246	0246	0245	0245
3,71	0245	0245	0244	0244	0244	0244	0243	0243	0243	0243
3,72	0242	0242	0242	0242	0241	0241	0241	0241	0240	0240
3,73	0240	0240	0239	0239	0239	0239	0238	0238	0238	0238
3,74	0238	0237	0237	0237	0237	0236	0236	0236	0236	0235
3,75	0235	0235	0235	0234	0234	0234	0234	0234	0233	0233
3,76	0233	0233	0232	0232	0232	0232	0231	0231	0231	0231
3,77	0231	0230	0230	0230	0230	0229	0229	0229	0229	0228
3,78	0228	0228	0228	0228	0227	0227	0227	0227	0226	0226
3,79	0226	0226	0226	0225	0225	0225	0225	0224	0224	0224
3,80	0224	0223	0223	0223	0223	0223	0222	0222	0222	0222
3,81	0221	0221	0221	0221	0221	0220	0220	0220	0220	0219
3,82	0219	0219	0219	0219	0218	0218	0218	0218	0218	0217
3,83	0217	0217	0217	0216	0216	0216	0216	0216	0215	0215
3,84	0215	0215	0215	0214	0214	0214	0214	0213	0213	0213
3,85	0213	0213	0212	0212	0212	0212	0212	0211	0211	0211
3,86	0211	0210	0210	0210	0210	0210	0209	0209	0209	0209
3,87	0209	0208	0208	0208	0208	0208	0207	0207	0207	0207
3,88	0207	0206	0206	0206	0206	0205	0205	0205	0205	0205
3,89	0204	0204	0204	0204	0204	0203	0203	0203	0203	0203
3,90	0202	0202	0202	0202	0202	0201	0201	0201	0201	0201
3,91	0200	0200	0200	0200	0200	0199	0199	0199	0199	0199
3,92	0198	0198	0198	0198	0198	0197	0197	0197	0197	0197
3,93	0196	0196	0196	0196	0196	0195	0195	0195	0195	0195
3,94	0194	0194	0194	0194	0194	0194	0193	0193	0193	0193
3,95	0193	0192	0192	0192	0192	0192	0191	0191	0191	0191
3,96	0191	0190	0190	0190	0190	0190	0189	0189	0189	0189
3,97	0189	0189	0188	0188	0188	0188	0188	0187	0187	0187
3,98	0187	0187	0186	0186	0186	0186	0186	0186	0185	0185
3,99	0185	0185	0185	0184	0184	0184	0184	0184	0184	0183
4,00	0183	0183	0183	0183	0182	0182	0182	0182	0182	0182

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
4,001—4,003	0,0183	4,309—4,316	0,0134	4,762—4,773	0,0085
4,004—4,009	0182	4,317—4,323	0133	4,774—4,785	0084
4,010—4,014	0181	4,324—4,331	0132	4,786—4,797	0083
4,015—4,020	0180	4,332—4,338	0131	4,798—4,809	0082
4,021—4,025	0179	4,339—4,346	0130	4,810—4,822	0081
4,026—4,031	0178	4,347—4,354	0129	4,823—4,834	0080
4,032—4,037	0177	4,355—4,362	0128	4,835—4,847	0079
4,038—4,042	0176	4,363—4,370	0127	4,848—4,860	0078
4,043—4,048	0175	4,371—4,378	0126	4,861—4,873	0077
4,049—4,054	0174	4,379—4,386	0125	4,874—4,886	0076
4,055—4,059	0173	4,387—4,394	0124	4,887—4,899	0075
4,060—4,065	0172	4,395—4,402	0123	4,900—4,913	0074
4,066—4,071	0171	4,403—4,410	0122	4,914—4,926	0073
4,072—4,077	0170	4,411—4,418	0121	4,927—4,940	0072
4,078—4,083	0169	4,419—4,427	0120	4,941—4,954	0071
4,084—4,089	0168	4,428—4,435	0119	4,955—4,969	0070
4,090—4,095	0167	4,436—4,443	0118	4,970—4,983	0069
4,096—4,101	0166	4,444—4,452	0117	4,984—4,998	0068
4,102—4,107	0165	4,453—4,461	0116	4,999—5,013	0067
4,108—4,113	0164	4,462—4,469	0115	5,014—5,028	0066
4,114—4,119	0163	4,470—4,478	0114	5,029—5,043	0065
4,120—4,125	0162	4,479—4,487	0113	5,044—5,059	0064
4,126—4,132	0161	4,488—4,496	0112	5,060—5,075	0063
4,133—4,138	0160	4,497—4,505	0111	5,076—5,091	0062
4,139—4,144	0159	4,506—4,514	0110	5,092—5,107	0061
4,145—4,150	0158	4,515—4,523	0109	5,108—5,124	0060
4,151—4,157	0157	4,524—4,532	0108	5,125—5,141	0059
4,158—4,163	0156	4,533—4,542	0107	5,142—5,158	0058
4,164—4,170	0155	4,543—4,551	0106	5,159—5,176	0057
4,171—4,176	0154	4,552—4,561	0105	5,177—5,193	0056
4,177—4,183	0153	4,562—4,570	0104	5,194—5,212	0055
4,184—4,189	0152	4,571—4,580	0103	5,213—5,230	0054
4,190—4,196	0151	4,581—4,590	0102	5,231—5,249	0053
4,197—4,203	0150	4,591—4,600	0101	5,250—5,268	0052
4,204—4,209	0149	4,601—4,610	0100	5,269—5,288	0051
4,210—4,216	0148	4,611—4,620	0099	5,289—5,308	0050
4,217—4,223	0147	4,621—4,630	0098	5,309—5,328	0049
4,224—4,230	0146	4,631—4,640	0097	5,329—5,349	0048
4,231—4,237	0145	4,641—4,651	0096	5,350—5,370	0047
4,238—4,244	0144	4,652—4,661	0095	5,371—5,392	0046
4,245—4,250	0143	4,662—4,672	0094	5,393—5,414	0045
4,251—4,258	0142	4,673—4,683	0093	5,415—5,437	0044
4,259—4,265	0141	4,684—4,694	0092	5,438—5,460	0043
4,266—4,272	0140	4,695—4,704	0091	5,461—5,484	0042
4,273—4,279	0139	4,705—4,716	0090	5,485—5,509	0041
4,280—4,286	0138	4,717—4,727	0089	5,510—5,534	0040
4,287—4,294	0137	4,728—4,738	0088	5,535—5,559	0039
4,295—4,301	0136	4,739—4,750	0087	5,560—5,585	0038
4,302—4,308	0135	4,751—4,761	0086	5,586—5,613	0037

ЛИТЕРАТУРА

1. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика.- М.: Наука, 1979.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей.- М.: Наука, 1969.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.- М.: Высшая школа, 1979.
4. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики.- М.: Наука, 1965.