

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

Ю. И. Дементьев, А. В. Самохин

МАТЕМАТИКА

ПОСОБИЕ

ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ

*для студентов I курса
направления 42.03.01
очной формы обучения*

Москва-2015

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ (МГТУ ГА)

Кафедра высшей математики
Ю. И. Дементьев, А. В. Самохин

МАТЕМАТИКА

ПОСОБИЕ

по выполнению практических заданий

*для студентов I курса
направления 42.03.01
очной формы обучения*

Москва-2015

ББК 51

Д30

Рецензент кандидат физ.-мат. наук, доцент О. Г. Илларионова

Дементьев Ю. И., Самохин А. В.

Д30 Математика: пособие по выполнению практических заданий. - М.: МГТУ ГА, 2015. - 28 с.

Данное пособие издается в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Математика» по учебному плану для студентов I курса направления 42.03.01 очной формы обучения.

Пособие охватывает разделы математики, изучаемые студентами на первом курсе.

В пособии содержатся варианты контрольных домашних заданий и справочные материалы.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 15.09.2015 и методического совета 20.10.2015.

Пособие издается в авторской редакции.

Подписано в печать 24.11.2015 г.

Печать офсетная
1,6 усл.печ.л.

Формат 60 x 84/16
Заказ № 38

2,0 уч.-изд. л.
Тираж 30 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д.20
Редакционно-издательский отдел
125493 Москва, ул. Пулковская, д.6а

© Московский государственный
технический университет ГА, 2015

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1

Алгебра

Задание 1. Даны матрицы A , B , C . Найти $2A - 3B$, $A \cdot B$, $A \cdot C$.

$$1.1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$1.2. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ -4 & -7 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -4 & -7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$1.3. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ -7 & -4 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & -7 & -4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$1.4. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -4 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -4 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$1.5. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \\ -4 & 1 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & -4 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.6. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$1.7. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$1.8. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$1.9. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 3 & 2 & -4 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -7 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.10. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 4 \\ -4 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -7 & 1 \\ 15 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.11. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 4 \\ 3 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.12. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & -4 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 6 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 4 & -2 & 3 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

$$1.13. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 2 \\ -5 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 3 \\ -1 & 3 & -2 \\ -4 & 6 & -5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

$$1.14. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -3 \\ -1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & -4 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

$$1.15. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & -5 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

$$1.16. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & -3 & 5 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$1.17. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.18. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 6 \\ -4 & 2 & 5 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 3 & 0 & -2 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$1.19. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 6 \\ 3 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.20. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 7 \\ 1 & 6 & -3 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -6 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

$$1.21. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & -2 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 \\ -1 & -6 & 3 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$1.22. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 3 \\ 2 & -3 & -6 \\ -2 & 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.23. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 5 & -6 \\ 3 & -1 & 2 \\ 6 & -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.24. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 4 & -6 & -1 \\ 3 & -1 & 7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

$$1.25. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & -4 & 5 \\ 2 & -5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.26. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ -1 & 6 & -2 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

$$1.27. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 7 \\ -3 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$1.28. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -6 & 4 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$1.29. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 2 & -1 & 6 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 \\ -3 & 4 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -7 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

$$1.30. \quad A = \begin{pmatrix} -5 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & -6 \\ 5 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -6 \\ -1 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$2.1. \quad \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \\ 5x + 8y - z = 7 \end{cases}$$

$$2.2. \quad \begin{cases} x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$2.3. \begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x + y - 2z = 1 \end{cases}$$

$$2.5. \begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$$

$$2.7. \begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$$

$$2.9. \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3x + 2y + z = 5 \\ 4x - y + 5z = 3 \end{cases}$$

$$2.11. \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 2x + 3y + 2z = 9 \\ 5x - 8y - z = 7 \end{cases}$$

$$2.13. \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y + 2z = -2 \\ x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

$$2.15. \begin{cases} x - 2y + 3z = 5 \\ 2x + y - z = 1 \\ x - 3y + 4z = 6 \end{cases}$$

$$2.17. \begin{cases} x - 2y - z = 2 \\ 2x + 3y + 2z = 2 \\ 3x - y + z = 8 \end{cases}$$

$$2.4. \begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

$$2.6. \begin{cases} 2x - y + 2z = -4 \\ x + y + 2z = -1 \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}$$

$$2.8. \begin{cases} 2x + y + 3z = 11 \\ 3x + 2y + z = 5 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$$

$$2.10. \begin{cases} 4x + y - 3z = 3 \\ 8x + 3y - 6z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$2.12. \begin{cases} x + y + z = -2 \\ 4x - 3y - z = 1 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$$

$$2.14. \begin{cases} x + 2y - 3z = 14 \\ 5x - y + z = 0 \\ 4x + 3y - 2z = 16 \end{cases}$$

$$2.16. \begin{cases} x + y - 2z = -1 \\ 2x - y - 2z = -4 \\ 4x + y - 4z = -2 \end{cases}$$

$$2.18. \begin{cases} 2x + y - 3z = 11 \\ 3x + 2y - z = 5 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
2.19. \left\{ \begin{array}{l} x - y - z = 0 \\ 3x - 2y + z = 5 \\ 4x + y + 5z = 3 \end{array} \right. \\
2.21. \left\{ \begin{array}{l} x + 2y - 3z = 1 \\ 2x - 3y - 2z = 9 \\ 5x + 8y + z = 7 \end{array} \right. \\
2.23. \left\{ \begin{array}{l} 2x + y + z = 2 \\ 3x + 2y - 2z = -2 \\ x + y + 2z = 1 \end{array} \right. \\
2.25. \left\{ \begin{array}{l} x + 2y - 3z = 5 \\ 2x - y + z = 1 \\ x + 3y - 4z = 6 \end{array} \right. \\
2.27. \left\{ \begin{array}{l} x + 2y + z = 2 \\ 2x - 3y - 2z = 2 \\ 3x + y - z = 8 \end{array} \right. \\
2.29. \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 0 \\ 3x + 2y - z = 5 \\ 4x - y - 5z = 3 \end{array} \right. \\
2.20. \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ 8x + 3y + 6z = 2 \\ 4x + y + 3z = 3 \end{array} \right. \\
2.22. \left\{ \begin{array}{l} x + y - z = -2 \\ 4x + 3y + z = 1 \\ 2x - y - z = 1 \end{array} \right. \\
2.24. \left\{ \begin{array}{l} x - 2y + 3z = 14 \\ 5x + y - z = 0 \\ 4x - 3y + 2z = 16 \end{array} \right. \\
2.26. \left\{ \begin{array}{l} x - y + 2z = -1 \\ 2x + y + 2z = -4 \\ 4x - y + 4z = -2 \end{array} \right. \\
2.28. \left\{ \begin{array}{l} 2x - y + 3z = 11 \\ 3x - 2y + z = 5 \\ x - y + z = 3 \end{array} \right. \\
2.30. \left\{ \begin{array}{l} x - y - z = 1 \\ 8x - 3y - 6z = 2 \\ 4x - y - 3z = 3 \end{array} \right.
\end{array}$$

Задание 3. Даны координаты вершин A , B , C треугольника ABC . Найти систему неравенств, определяющую множество внутренних точек треугольника. Сделать чертёж.

$$3.1. \quad A(4, 1), \quad B(0, -2), \quad C(-5, 10).$$

$$3.2. \quad A(-7, 3), \quad B(5, -2), \quad C(8, 2).$$

$$3.3. \quad A(5, -1), \quad B(1, -4), \quad C(-4, 8).$$

$$3.4. \quad A(-14, 6), \quad B(-2, 1), \quad C(1, 5).$$

- 3.5. $A(6, 0)$, $B(2, -3)$, $C(-3, 9)$.
- 3.6. $A(-9, 2)$, $B(3, -3)$, $C(6, 1)$.
- 3.7. $A(7, -4)$, $B(3, -7)$, $C(-2, 5)$.
- 3.8. $A(-8, 4)$, $B(4, -1)$, $C(7, 3)$.
- 3.9. $A(3, -3)$, $B(-1, -6)$, $C(-6, 6)$.
- 3.10. $A(-6, 5)$, $B(6, 0)$, $C(9, 4)$.
- 3.11. $A(3, -2)$, $B(5, 1)$, $C(4, -8)$.
- 3.12. $A(6, 1)$, $B(-3, 7)$, $C(8, -1)$.
- 3.13. $A(-3, 21)$, $B(6, 9)$, $C(3, -5)$.
- 3.14. $A(7, 2)$, $B(5, 1)$, $C(-6, -4)$.
- 3.15. $A(-4, -2)$, $B(3, 11)$, $C(-5, 4)$.
- 3.16. $A(9, -3)$, $B(-4, 1)$, $C(8, 3)$.
- 3.17. $A(6, -1)$, $B(5, 7)$, $C(-2, 5)$.
- 3.18. $A(-5, 1)$, $B(7, -3)$, $C(9, 2)$.
- 3.19. $A(5, -7)$, $B(6, 8)$, $C(-4, 3)$.
- 3.20. $A(1, -9)$, $B(5, 3)$, $C(-2, 4)$.
- 3.21. $A(-6, -5)$, $B(8, 4)$, $C(3, -2)$.
- 3.22. $A(-5, 1)$, $B(9, -2)$, $C(4, 4)$.
- 3.23. $A(3, -2)$, $B(11, 5)$, $C(-1, 7)$.
- 3.24. $A(-3, 7)$, $B(-2, 10)$, $C(5, -1)$.
- 3.25. $A(-6, 1)$, $B(4, 0)$, $C(-3, -8)$.
- 3.26. $A(9, -4)$, $B(-2, 6)$, $C(3, 1)$.
- 3.27. $A(5, -2)$, $B(0, 4)$, $C(-5, 7)$.
- 3.28. $A(-7, 6)$, $B(3, -2)$, $C(9, 1)$.
- 3.29. $A(5, -8)$, $B(-6, -3)$, $C(1, 4)$.
- 3.30. $A(-3, 2)$, $B(5, -1)$, $C(-4, -8)$.

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2

Математический анализ

Задание 1. Найти пределы.

- | | |
|--|---|
| 1.1. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3x^2}{4 - 2x^2}$ | б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 + 4x - 5}$ |
| 1.2. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 6x + 7x^2}{3 - x^2}$ | б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ |
| 1.3. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^4 + 2x^2 - 3}{1 - 2x^4}$ | б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - x - 1}$ |
| 1.4. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x^2 + 4x}{1 + 15x - x^3}$ | б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$ |
| 1.5. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 4x + 1}{3 + x - 2x^2}$ | б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 4x - 5}$ |
| 1.6. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 3x^3 + 2x^2}{5 - 2x^4}$ | б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$ |
| 1.7. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x + 3x^2}{5 - 6x - 2x^2}$ | б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 7x + 10}$ |
| 1.8. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 3x^3 + x}{1 + x^2 - 3x^5}$ | б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x - 2}$ |
| 1.9. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 3x^2 + 2x^3}{5x^3 - 6x^2 + 3x + 2}$ | б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x + 3}$ |
| 1.10. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 3x^2 + 4}{6x^4 - x^3 + x^2}$ | б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3}$ |
| 1.11. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3x^2}{4x + 5x^2}$ | б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x + 5}{x^2 + 4x - 5}$ |
| 1.12. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7 - 3x + 5x^2}{2x - 1 + 4x^2}$ | б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - x^2}{2x^2 + x - 1}$ |
| 1.13. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 7x^2 - 2}{3 - 2x + x^3}$ | б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 6x + 5}{2x^2 + x - 1}$ |
| 1.14. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 5x^2 + 4}{3x^2 - 5x - 4x^4}$ | б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4 - x^2}{x^2 + 3x + 2}$ |
| 1.15. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 2x + 3}{2 - 3x - 7x^2}$ | б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{25 - x^2}{x^2 - 3x - 10}$ |
| 1.16. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 5x^3 + x^2}{4 + 2x^3 - 3x^4}$ | б) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 4x}{x^2 + 3x - 4}$ |
| 1.17. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + 4x - 2x^2}{4 - 5x + 6x^2}$ | б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 6x + 8}$ |
| 1.18. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 5x^3 + 2x}{2 - x^2 - 7x^4}$ | б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 + 3x + 2}$ |

$$1.19. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x - 2x^2 + 6x^3}{4x^3 - 5x^2 - 2x + 1}$$

$$1.20. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 3x^2 - 8}{2x^5 + 3x^3 - 2x^2}$$

$$1.21. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 2x^2 - 7}{3x + 1 - 5x^2}$$

$$1.22. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + 6x + 5x^2}{4 - 5x + x^2}$$

$$1.23. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 4x^2 - 2x}{3 + 2x^2 - 3x^4}$$

$$1.24. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 5x^2 - 2x}{2 - 5x - 2x^3}$$

$$1.25. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 4x + 2}{3 - 2x - 4x^2}$$

$$1.26. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 5x^3 - x^2}{4 - 4x^4}$$

$$1.27. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 3x + 2x^2}{3 + 5x - 3x^2}$$

$$1.28. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^5 - 3x^3 + 8x}{5 - 2x^2 - x^5}$$

$$1.29. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 2x^2 + 5x^3}{3x^3 - 2x^2 - 4x + 1}$$

$$1.30. \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 4x^2 + 6}{6x^4 + 2x^3 - 5x^2}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4x + 3}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - x^2}{x^2 + 5x + 4}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{x^2 - 4x - 5}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 3}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{2x^2 - x - 3}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 6x + 5}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + 2x - 8}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + x - 2}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 5x + 6}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 + 3x - 4}$$

Задание 2. Найти производные.

$$2.1. \quad \text{a) } y = e^x \cdot \arccos x$$

$$\text{б) } y = \frac{1 - \cos x}{2x + 3}$$

$$\text{в) } y = \operatorname{arctg}(\ln x)$$

$$\text{г) } y = 2\sqrt{4x + 3} - \frac{3}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\text{д) } y = \frac{\sin 3x}{\cos^2 x}$$

$$2.2. \quad \text{a) } y = \sqrt{x^5} \cdot \ln x$$

$$\text{б) } y = \frac{x^3 - 3}{\operatorname{arctg} x}$$

$$\text{в) } y = \cos^3 x \cdot 2^{\arcsin x}$$

$$\text{г) } y = \sqrt{\frac{1 + x^2}{1 - x}}$$

$$\text{д) } y = \frac{1}{\operatorname{tg}^5 5x}$$

2.3. a) $y = \log_3 x \cdot \arcsin x$

б) $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

в) $y = \sqrt{x^3} \cdot \ln x + \frac{1}{x}$

г) $y = (e^{\cos x} + 3)^4$

д) $y = 5^{x + \operatorname{arctg} x}$

2.5. a) $y = x^{10} \cdot \log_2 x$

б) $y = \frac{2^x}{\cos x + 5}$

в) $y = \frac{\sin^4 x}{\operatorname{ctg} x}$

г) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

д) $y = e^{-3x} \cdot \arcsin 2x$

2.7. a) $y = \sqrt[7]{x^3} \cdot \sin x$

б) $y = \frac{4 + x^3}{x - \operatorname{ctg} x}$

в) $y = \operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{\cos x}$

г) $y = \sqrt{2x - x^2} + \frac{1}{3x^3}$

д) $y = e^{2x} \cdot \ln(1 + x^2)$

2.9. a) $y = \sqrt[5]{x} \cdot 3^x$

б) $y = \frac{x^2 + 5x - 6}{\ln x}$

в) $y = \frac{1}{2 \sin^2 x} + \ln(\operatorname{tg} x)$

г) $y = e^{1/\cos x}$

д) $y = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

2.4. a) $y = \sqrt[3]{x^2} \cdot \cos x$

б) $y = \frac{x + e^x}{x - e^x}$

в) $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

г) $y = 3 \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + e^{\arcsin x}$

д) $y = 3^{\sin \frac{1}{x}}$

2.6. a) $y = 3^x \cdot \operatorname{tg} x$

б) $y = \frac{2-x}{x^2 + \sqrt{x}}$

в) $y = (3 + 2x^2)^5$

г) $y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} \frac{1}{x}}$

д) $y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$

2.8. a) $y = \log_5 x \cdot \arccos x$

б) $y = \frac{e^x}{1-x^2}$

в) $y = \left(x^5 + 3x + \frac{1}{x}\right)^{10}$

г) $y = 3 \sin 2x \cdot \cos^2 x$

д) $y = \sqrt{\ln(x^2 + 1)}$

2.10. a) $y = (x^3 + 3x^4) \cdot \log_3 x$

б) $y = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$

в) $y = \operatorname{ctg}^3 x - \frac{1}{\sin x}$

г) $y = \frac{\ln(x^2 + 2x)}{3x}$

д) $y = x \cdot 5^{\frac{1}{x}}$

- 2.11. а) $y = \frac{2}{3x^2} - \frac{x\sqrt[3]{x}}{2}$
 б) $y = \frac{1 + \cos x}{\arccos x}$
 в) $y = \ln^3(1 + e^{3x})$
 г) $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$
 д) $y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}})$
- 2.12. а) $y = \frac{2^x}{1 + 2^x}$
 б) $y = (1 + \sqrt[4]{x^3}) \arcsin x$
 в) $y = 3^{\arcsin^2 x}$
 г) $y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}$
 д) $y = \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \ln(\sin x)$
- 2.13. а) $y = 3\sqrt[3]{x} \arccos x$
 б) $y = \frac{1}{6(1 - x^2)}$
 в) $y = \sin^6 x + \cos^6 x$
 г) $y = \ln \frac{\sqrt{2} + \operatorname{tg} x}{\sqrt{2} - \operatorname{tg} x}$
 д) $y = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+2}}$
- 2.14. а) $y = \frac{4}{x^3} + 5\sqrt[5]{x^4} + 2$
 б) $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2}$
 в) $y = e^{\sqrt{1 + \ln x}}$
 г) $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$
 д) $y = x + \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$
- 2.15. а) $y = \frac{1 + x^2}{2} \operatorname{arctg} x$
 б) $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$
 в) $y = \frac{2}{3} \sqrt{(1 + \ln x)^3}$
 г) $y = \cos^2 x - 2 \ln \cos x$
 д) $y = \ln \sin \frac{2x + 4}{x + 1}$
- 2.16. а) $y = x^2 \sqrt{x} + \frac{1}{4x^2} - 6x$
 б) $y = \frac{\ln x}{\sin x} + x^{2^x}$
 в) $y = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + e^{\sin x}$
 г) $y = (1 + \ln \sin 2x)^2$
 д) $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{x}{\sin x}$
- 2.17. а) $y = 3\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x^3} + 4$
 б) $y = \frac{x}{4} (\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x)$
 в) $y = \frac{2}{3} \sqrt{(1 + \ln x)^3}$
 г) $y = 5e^{-x^2} + \frac{1}{\operatorname{arctg} x}$
 д) $y = \log_4 \log_2 \operatorname{tg} x$
- 2.18. а) $y = \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$
 б) $y = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right) \log_3 x$
 в) $y = \frac{x}{2} (\cos \ln x + \sin \ln x)$
 г) $y = \arccos \frac{1}{x^2}$
 д) $y = \sqrt{\operatorname{ctg} x} + \frac{1}{3} \sqrt{\operatorname{tg}^3 x}$

2.19. а) $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} x \operatorname{arctg} x$

б) $y = \frac{3e^x}{\sqrt{x}}$

в) $y = \ln \cos \frac{2x+3}{2x+1}$

г) $y = 3^{\operatorname{ctg}^2 x}$

д) $y = \frac{3}{2} \sin^2 x + \ln(\operatorname{tg} x)$

2.21. а) $y = \frac{\ln x}{2x+1}$

б) $y = (1-2x^2) \operatorname{arctg} x$

в) $y = \sqrt[3]{\operatorname{tg} 3x}$

г) $y = \ln^2 x - \ln \ln x$

д) $y = \arcsin e^x - \sqrt{1-e^{2x}}$

2.23. а) $y = \frac{2}{x^3} + \frac{6}{\sqrt{x}} + \frac{3x^4}{4}$

б) $y = \frac{\cos x}{1+\sin x}$

в) $y = \cos^3 x 5^{\operatorname{tg} x}$

г) $y = 2^{\operatorname{ctg} \frac{1}{x}}$

д) $y = x \operatorname{arctg} x + \ln \sqrt{1+x^2}$

2.25. а) $y = \operatorname{arctg} x \log_3 x$

б) $y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$

в) $y = \sqrt{\frac{2x+1}{x}}$

г) $y = \operatorname{arctg}(\ln x) + \ln(\operatorname{arctg} x)$

д) $y = -\frac{1}{2 \sin^2 x} + \ln(\arcsin x)$

2.20. а) $y = \frac{2}{x^2-4x+5}$

б) $y = x\sqrt{x} \operatorname{arctg} x$

в) $y = e^{\operatorname{tg} 2x} \ln(1-x^3)$

г) $y = \sqrt[3]{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos x}$

д) $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{e^{4x}-1}$

2.22. а) $y = 5^x (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)$

б) $y = \frac{2x+1}{4-x^2}$

в) $y = \sqrt[3]{\operatorname{arctg}^2 x}$

г) $y = e^{5x} - \frac{1}{2} \operatorname{tg} 4x + \frac{1}{4} x^4$

д) $y = \ln \sqrt[5]{e^{5x} - e^{-5x}}$

2.24. а) $y = 2x \arcsin x$

б) $y = \frac{1-10^x}{1+10^x}$

в) $y = \lg \ln \operatorname{ctg} x$

г) $y = \sqrt{\ln x + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$

д) $y = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}}{x}$

2.26. а) $y = 5^x \operatorname{arctg} x$

б) $y = \frac{\cos x}{2-\sin x}$

в) $y = \ln^3 x^2$

г) $y = \frac{\cos^2 x}{\operatorname{tg} x}$

д) $y = \ln(e^x - \sqrt{1-e^{3x}})$

2.27. а) $y = x^3 e^x$

б) $y = \frac{2 + x^5}{x + \operatorname{tg} x}$

в) $y = \cos^5 2x$

г) $y = \frac{\ln(x^2 - 7x)}{2x}$

д) $y = (3x - 2)^2 \arccos \frac{1}{3x - 2}$

2.29. а) $y = \frac{1 - x^2}{2} \operatorname{arccctg} x$

б) $y = \frac{\sqrt{x}}{2e^x}$

в) $y = \sqrt[5]{1 - x^3}$

г) $y = \ln \operatorname{arccctg} \sqrt{e^{3x} + 2}$

д) $y = (3x + 1)^3 \arccos \frac{1}{3x + 1}$

2.28. а) $y = \sqrt[5]{x^4} \cos x$

б) $y = \frac{3^x}{1 - 3^x}$

в) $y = e^{\frac{1}{\sin x}}$

г) $y = \sin^2 x + 2 \ln \sin x$

д) $y = x - \ln \sqrt{\frac{1 - x}{1 + x}}$

2.30. а) $y = 2x^5 \arccos x$

б) $y = \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$

в) $y = \ln^3 x + \ln \ln x$

г) $y = \sqrt[4]{\frac{x^2 + 2}{x^2 - 1}}$

д) $y = \ln \left(2x - \sqrt{5x^2 - 4x} \right)$

Задание 3. Провести полное исследование функции и построить её график.

3.1. а) $y = \frac{x^2}{4}(x^2 - 8)$

б) $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$

3.2. а) $y = 3x^4 - 4x^3$

б) $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$

3.3. а) $y = -\frac{1}{16}(x^2 - 4)^2$

б) $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$

3.4. а) $y = \frac{x^3}{27}(x - 4)$

б) $y = \frac{4x}{(x + 1)^2}$

3.5. а) $y = \frac{x^2}{64}(32 - x^2)$

б) $y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$

3.6. а) $y = \frac{x^3}{16}(8 - 3x)$

б) $y = \frac{4}{3 + 2x - x^2}$

3.7. а) $y = \frac{1}{9}(x^2 - 3)^2$

б) $y = \frac{3x - 2}{x^3}$

3.8. а) $y = \frac{x^2}{27}(x^2 - 18)$

б) $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$

3.9. а) $y = \frac{1}{8}(3x^5 - 5x^3)$

б) $y = \frac{8(x - 1)}{(x + 1)^2}$

3.10. a) $y = \frac{x^4}{64}(x - 5)$

б) $y = \frac{x}{x^2 - 4}$

3.11. a) $y = x^4 - 8x^3 + 16x^2$

б) $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

3.12. a) $y = \frac{3}{2}(x^4 - 2x^2)$

б) $y = \frac{4x^2}{x^2 + 3}$

3.13. a) $y = x^2(x - 2)^2$

б) $y = \frac{12x}{x^2 + 9}$

3.14. a) $y = \frac{x^3}{9}(x + 4)$

б) $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$

3.15. a) $y = \frac{x^3}{72}(x - 8)$

б) $y = \frac{x^2 + 6x + 3}{x + 4}$

3.16. a) $y = (x + 1)^2(x - 1)^2$

б) $y = \frac{(x - 1)^2}{x^2}$

3.17. a) $y = \frac{1}{8}x^2(x - 4)^2$

б) $y = \frac{x^2}{(x - 1)^2}$

3.18. a) $y = \frac{27}{32}x^2(2 - x)$

б) $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$

3.19. a) $y = 3x^4 + 4x^3$

б) $y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$

3.20. a) $y = \frac{x^3(x^2 - 15)}{81}$

б) $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$

3.21. a) $y = \frac{x^3}{9}(4 - x)$

б) $y = -\frac{8x}{x^2 + 4}$

3.22. a) $y = \frac{x^3}{27}(15 - x^2)$

б) $y = -\frac{2}{x^2 - 1}$

3.23. a) $y = \frac{16}{27}(x + 1)(1 - x)^3$

б) $y = \frac{x^3 - 32}{x^2}$

3.24. a) $y = \frac{x^3}{36}(x + 8)$

б) $y = \frac{1 - 2x^2}{x^2}$

3.25. a) $y = \frac{x^4 - 8x^2 - 9}{5}$

б) $y = \frac{8}{x^2 + 2x - 3}$

3.26. a) $y = \frac{x^3}{27}(x + 4)$

б) $y = -\left(\frac{x}{x + 2}\right)^2$

3.27. a) $y = \frac{1}{8}x^2(x + 4)^2$

б) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

3.28. a) $y = \frac{x^4}{64}(x + 5)$

б) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

3.29. a) $y = \frac{x^3}{27}(x^2 - 15)$

б) $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x + 4}$

3.30. a) $y = \frac{x^3}{36}(8 - x)$

б) $y = \left(\frac{x}{x - 2}\right)^2$

Задание 4. Найти неопределённые интегралы.

4.1. а) $\int \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}} dx$

б) $\int \left(2 \sin 6x + \cos \frac{x}{4}\right) dx$

в) $\int (4-3x) e^{-5x} dx$

4.2. а) $\int \left(\frac{x^2}{3} - \frac{3}{x\sqrt{x}}\right) dx$

б) $\int (6e^{-3x} + 3 \cos 2x) dx$

в) $\int (4-3x) e^{-5x} dx$

4.3. а) $\int \left(\frac{4}{5x} - \frac{2}{x^3} + 4\sqrt[3]{x}\right) dx$

б) $\int \left(6e^{2x} + \sin \frac{x}{2}\right) dx$

в) $\int (2+3x) e^{2x} dx$

4.4. а) $\int \left(3\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{3x}\right) dx$

б) $\int \left(\cos 4x + \frac{1}{e^x}\right) dx$

в) $\int (4x-2) \cos 2x dx$

4.5. а) $\int \left(\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + x\sqrt{x}\right) dx$

б) $\int (2 \sin 6x + 4e^{\frac{x}{2}}) dx$

в) $\int (4-16x) \sin 4x dx$

4.6. а) $\int 2^x \left(5 - \frac{2^{-x}}{\sqrt{x}}\right) dx$

б) $\int (2 \cos 3x + e^{-5x}) dx$

в) $\int (5x-2) \cos 10x dx$

4.7. а) $\int \left(4\sqrt{x} - \frac{5}{2\sqrt{x}} + 1\right) dx$

б) $\int (4 \sin 4x - 3e^{\frac{x}{3}}) dx$

в) $\int (1-6x) e^{2x} dx$

4.8. а) $\int \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{x} dx$

б) $\int \left(\cos \frac{x}{2} + \frac{5}{e^{2x}}\right) dx$

в) $\int (3x+2) \cos 3x dx$

4.9. а) $\int \frac{7x+x^2-\sqrt{x}}{x^2} dx$

б) $\int \left(10 \sin \frac{x}{2} + \frac{3}{e^x}\right) dx$

в) $\int (x-5) \sin 5x dx$

- 4.10. a) $\int e^x \left(\frac{e^{-x}}{\sqrt{x^3}} - 8 \right) dx$
 б) $\int (2 \cos 6x - 2e^{\frac{x}{4}}) dx$ B) $\int (2 - 4x) \sin 2x dx$
- 4.11. a) $\int \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$
 б) $\int \left(\frac{7}{5 \sin^2 x} + 2e^{-8x} \right) dx$ B) $\int (3 - 2x) \cos \frac{x}{2} dx$
- 4.12. a) $\int \frac{(2-x)^2}{x^3} dx$
 б) $\int \left(\frac{1}{2 \sin^2 x} - 4e^{\frac{x}{4}} \right) dx$ B) $\int (4x - 3) \cos 4x dx$
- 4.13. a) $\int \left(\frac{x^4}{2} - \frac{4}{\sqrt{x}} \right) dx$
 б) $\int (2 \sin 6x + e^{\frac{x}{10}}) dx$ B) $\int e^{-3x} (2 - 9x) dx$
- 4.14. a) $\int \frac{x^3 \sin x + 7x}{x^3} dx$
 б) $\int \left(\cos \frac{x}{3} - \frac{2}{e^x} \right) dx$ B) $\int e^{5x} (3x - 8) dx$
- 4.15. a) $\int \frac{7 - 4x^2 \sin x}{x^2} dx$
 б) $\int \left(5 \cos \frac{2x}{5} + \frac{1}{e^{2x}} \right) dx$ B) $\int (4x + 5) e^{\frac{x}{2}} dx$
- 4.16. a) $\int \frac{\sqrt{x} - 3x^5 + 1}{2x} dx$
 б) $\int \left(\frac{1}{e^{2x}} + 2 \cos \frac{2x}{3} \right) dx$ B) $\int (2 - x) e^{-x} dx$
- 4.17. a) $\int \left(6x^5 - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right) dx$
 б) $\int \left(e^{10x} - \frac{10}{\sin^2 10x} \right) dx$ B) $\int (5x + 6) \cos 2x dx$
- 4.18. a) $\int \frac{x - 2x^2 \cos x}{x^2} dx$
 б) $\int \left(\cos \frac{x}{3} + \frac{2}{\cos^2 3x} \right) dx$ B) $\int (3x - 2) \sin 6x dx$

$$4.19. \quad \text{a) } \int \left(5x^4 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x^2} \right) dx$$

$$\text{б) } \int (2 \sin 8x + e^{5x}) dx$$

$$\text{B) } \int (2x - 3) \cos 4x dx$$

$$4.20. \quad \text{a) } \int \frac{x^2 + x 3^x - 3}{x} dx$$

$$\text{б) } \int \left(2 \sin^2 3x + \frac{4}{e^{4x}} \right) dx$$

$$\text{B) } \int (4x + 7) \sin \frac{x}{3} dx$$

$$4.21. \quad \text{a) } \int \frac{3x^3 + \sqrt{x} - 2}{x} dx$$

$$\text{б) } \int (\cos^2 5x - e^{8x}) dx$$

$$\text{B) } \int (2x - 5) \cos \frac{x}{4} dx$$

$$4.22. \quad \text{a) } \int \left(7x^6 - \frac{3}{x^3} + \frac{2}{3x} \right) dx$$

$$\text{б) } \int \left(\frac{14}{\cos^2 7x} - e^{\frac{x}{4}} \right) dx$$

$$\text{B) } \int (8 - 3x) \sin 3x dx$$

$$4.23. \quad \text{a) } \int \frac{3x + 2x^2 \cos x}{x^2} dx$$

$$\text{б) } \int \left(\frac{5}{\sin^2 10x} + 8e^{-\frac{x}{4}} \right) dx$$

$$\text{B) } \int (x + 5) \sin \frac{x}{2} dx$$

$$4.24. \quad \text{a) } \int \frac{3x^3 5^x - 5}{x^3} dx$$

$$\text{б) } \int \left(\cos \frac{x}{5} + 9e^{3x} \right) dx$$

$$\text{B) } \int (x - 10) \sin 7x dx$$

$$4.25. \quad \text{a) } \int \frac{(\sqrt{x} + 2)^2}{x^2} dx$$

$$\text{б) } \int \left(2 \sin \frac{x}{5} - \frac{12}{e^{3x}} \right) dx$$

$$\text{B) } \int (3 + 4x) e^{5x} dx$$

$$4.26. \quad \text{a) } \int \frac{(x + 2)^2}{2\sqrt{x}} dx$$

$$\text{б) } \int (3e^{-2x} - 5 \cos 4x) dx$$

$$\text{B) } \int (2x - 1) e^{-3x} dx$$

$$4.27. \quad \text{a) } \int \left(6\sqrt{x} - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{2x} \right) dx$$

$$\text{б) } \int (4 \cos 7x - 3e^{\frac{x}{3}}) dx$$

$$\text{B) } \int (5 - 2x) \sin 9x dx$$

$$4.28. \quad \text{a)} \int \left(2\sqrt{x} - \frac{3}{4\sqrt{x}} - 5 \right) dx$$

$$\text{б)} \int \left(\cos \frac{x}{4} - \frac{3}{e^{-4x}} \right) dx$$

$$\text{в)} \int (2x - 4) \sin 6x dx$$

$$4.29. \quad \text{a)} \int \left(3\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$$

$$\text{б)} \int \left(\frac{2}{\cos^2 x} + 3e^{-\frac{x}{3}} \right) dx$$

$$\text{в)} \int e^{4x} (1 - 5x) dx$$

$$4.30. \quad \text{a)} \int \frac{3\sqrt{x} + x^6 - 8}{4x} dx$$

$$\text{б)} \int \left(2e^{-6x} - \frac{4}{\cos^2 5x} \right) dx$$

$$\text{в)} \int (7x + 2) \sin 5x dx$$

Задание 5. Вычислить определённые интегралы.

$$5.1. \quad \text{a)} \int_0^1 \frac{x^4 dx}{x^{10} + 3}$$

$$\text{б)} \int_1^e x^2 \ln x dx$$

$$5.2. \quad \text{a)} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{\sin x} \cos x dx$$

$$\text{б)} \int_2^{e^2} \ln x dx$$

$$5.3. \quad \text{a)} \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln^2 x}$$

$$\text{б)} \int_0^{\pi} x \cos \left(\frac{x}{4} \right) dx$$

$$5.4. \quad \text{a)} \int_0^2 \frac{x dx}{16 + x^4}$$

$$\text{б)} \int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$$

$$5.5. \quad \text{a)} \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{4 - x^4}}$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 4x dx$$

$$5.6. \quad \text{a)} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$$

$$\text{б)} \int_0^1 x e^{-2x} dx$$

$$5.7. \quad \text{a)} \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + 3}}$$

$$\text{б)} \int_0^1 x 3^x dx$$

$$5.8. \quad \text{a)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + 1} dx$$

$$\text{б)} \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$5.9. \quad \text{a)} \int_2^6 \sqrt{x-2} dx$$

$$\text{б)} \int_0^{\pi} x \sin\left(\frac{x}{6}\right) dx$$

$$5.10. \quad \text{a)} \int_1^e \frac{dx}{x(\ln x + 2)}$$

$$\text{б)} \int_0^1 \text{arctg } x dx$$

$$5.11. \quad \text{a)} \int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^8 + 5}$$

$$\text{б)} \int_e^{e^2} x^4 \ln x dx$$

$$5.12. \quad \text{a)} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\cos x} \sin x dx$$

$$\text{б)} \int_3^e x \ln x dx$$

$$5.13. \quad \text{a)} \int_{e^2}^{e^3} \frac{dx}{x \ln^4 x}$$

$$\text{б)} \int_0^{\pi/3} x \cos\left(\frac{3x}{2}\right) dx$$

$$5.14. \quad \text{a)} \int_0^3 \frac{x^2 dx}{9 + x^6}$$

$$\text{б)} \int_0^1 x \text{arcctg } x dx$$

$$5.15. \quad \text{a)} \int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt{16 + x^4}}$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} x \sin 6x dx$$

$$5.16. \quad \text{a)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{1 - \cos x} dx$$

$$\text{б)} \int_0^3 x e^{-x} dx$$

$$5.17. \quad \text{a)} \int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4 + 9}}$$

$$\text{б)} \int_0^3 x 3^{2x} dx$$

$$5.18. \quad \text{a)} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x + 3} dx$$

$$\text{б)} \int_e^{e^3} \frac{\ln x}{x^3} dx$$

$$5.19. \quad \text{a)} \int_{-1}^4 \sqrt{x+5} dx$$

$$\text{б)} \int_0^{\pi/2} x \sin\left(\frac{x}{2}\right) dx$$

$$5.20. \quad \text{a)} \int_{e^2}^{e^4} \frac{dx}{x(\ln x - 1)}$$

$$\text{б)} \int_{-1}^1 \text{arcctg } x dx$$

$$5.21. \quad \text{a)} \int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^6 - 9}$$

$$\text{б)} \int_1^{e^2} x^3 \ln x dx$$

$$5.22. \quad \text{a)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx$$

$$\text{б)} \int_2^{e^3} x \ln x dx$$

$$5.23. \quad \text{a)} \int_e^{e^3} \frac{dx}{x \ln^3 x}$$

$$\text{б)} \int_0^{\pi/2} x \cos\left(\frac{2x}{3}\right) dx$$

$$5.24. \quad \text{a)} \int_0^4 \frac{x^3 dx}{4 + x^8}$$

$$\text{б)} \int_0^{1/2} x \operatorname{arctg} 2x dx$$

$$5.25. \quad \text{a)} \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{9 - x^6}}$$

$$\text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{6}} x \sin 3x dx$$

$$5.26. \quad \text{a)} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$$

$$\text{б)} \int_0^2 x e^{3x} dx$$

$$5.27. \quad \text{a)} \int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^3 + 1}}$$

$$\text{б)} \int_0^2 x 2^{-x} dx$$

$$5.28. \quad \text{a)} \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin x}{\cos x + 2} dx$$

$$\text{б)} \int_1^{e^2} \frac{\ln x}{x^4} dx$$

$$5.29. \quad \text{a)} \int_0^8 \sqrt{x + 1} dx$$

$$\text{б)} \int_0^{\pi/2} x \sin\left(\frac{x}{3}\right) dx$$

$$5.30. \quad \text{a)} \int_e^{e^3} \frac{dx}{x (\ln x + 1)}$$

$$\text{б)} \int_0^{1/3} \operatorname{arctg} 3x dx$$

Задание 6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями. Сделать чертёж.

$$6.1. \quad y = 2x - x^2, y = -x$$

$$6.2. \quad y = x^2 - 4x, y = x$$

$$6.3. \quad y = \frac{4}{x}, y = 5 - x$$

$$6.4. \quad y = \frac{x^2}{4}, y = 5 - x^2$$

$$6.5. \quad y = x^2, y = 2 - x^2$$

$$6.6. \quad y = 1 - x^2, y = x - 1$$

$$6.7. \quad y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x$$

$$6.8. \quad y = (x - 2)^2, y = x$$

$$6.9. \quad y = (x - 2)^2, x = 0, y = 0$$

$$6.10. \quad y = \frac{1}{x}, y = x, x = 2$$

6.11. $y = (x + 1)^2, y = 0, x = 0$

6.12. $y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$

6.13. $y = \sqrt{x + 4}, y = 0, x = 0$

6.14. $y = (x + 2)^2, y = -x$

6.15. $y = 0, y = x\sqrt{9 - x^2}, 0 \leq x \leq 3$

6.16. $y = \sqrt{2 - x}, y = 0, x = 0$

6.17. $y = -x^2 + 2x + 3, y = 2x + 2$

6.18. $y = x^2 - 3x, y = x$

6.19. $y = \sqrt{2x}, x = 8, y = 0$

6.20. $y = 3 - 2x, y = x^2$

6.21. $y = x^2, y = 2x^2, x = 3$

6.22. $y = \frac{6}{x}, y = 7 - x$

6.23. $y = x\sqrt{4 - x^2}, y = 0, 0 \leq x \leq 2$

6.24. $y = x^2 + 4x, y = -x$

6.25. $y = 4 - x^2, y = 2 - x$

6.26. $y = x^2 + 2x - 3, y = 2x - 2$

6.27. $y = -\sqrt{x}, x = 9, y = 0$

6.28. $y = x^2 - 2, y = 6 - x^2$

6.29. $y = -\frac{2}{x}, y = x - 3$

6.30. $y = \frac{x^2}{3}, y = 4 - \frac{2}{3}x^2$

П Р И Л О Ж Е Н И Я

Приложение 1.

Таблица производных

$$(c)' = 0 \quad (c - \text{число})$$

$$(x^n)' = n x^{n-1}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$x' = 1$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(u - v)' = u' - v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(x^2)' = 2x$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$(cu)' = cu' \quad (c - \text{число})$$

Таблица интегралов

$$\int 0 \, dx = C$$

$$\int dx = \int 1 \, dx = x + C$$

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int x \, dx = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$$

$$\int e^x \, dx = e^x + C$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + k}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + k}| + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\int F'(x) \, dx = \int d(F(x)) = F(x) + C$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$\int_a^b u \, dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v \, du$$

Таблица дифференциалов

$$d(f(x)) = (f(x))' dx$$

$$d(a) = 0 \quad (a - \text{число})$$

$$dx = d(x + a)$$

$$dx = d(x - a)$$

$$dx = -d(-x)$$

$$dx = \frac{1}{b} d(bx)$$

$$dx = b d\left(\frac{x}{b}\right)$$

$$x^n dx = \frac{1}{n+1} d(x^{n+1})$$

$$\frac{dx}{x} = d(\ln x)$$

$$dx = \frac{1}{a} d(ax + b)$$

$$x dx = \frac{1}{2} d(x^2)$$

$$\frac{dx}{x^2} = -d\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\frac{dx}{\sqrt{x}} = 2 d(\sqrt{x})$$

$$e^x dx = d(e^x)$$

$$\cos x dx = d(\sin x)$$

$$\frac{dx}{\cos^2 x} = d(\operatorname{tg} x)$$

$$a^x dx = \frac{1}{\ln a} d(a^x)$$

$$\sin x dx = -d(\cos x)$$

$$\frac{dx}{\sin^2 x} = -d(\operatorname{ctg} x)$$

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = d(\arcsin x)$$

$$\frac{dx}{1+x^2} = d(\operatorname{arctg} x)$$

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = -d(\arccos x)$$

$$\frac{dx}{1+x^2} = -d(\operatorname{arcctg} x)$$

Рекомендуемая литература

1. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс. Издательство Айрис-пресс, 2013.
2. Шипачёв В. С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство Юрайт, 2013.
3. Шипачёв В. С. Начала высшей математики. Издательство Лань, 2013.

Содержание

Контрольное домашнее задание №13

Контрольное домашнее задание №210

Приложения

Приложение 1. Таблица производных 24

Приложение 2. Таблица интегралов 25

Приложение 3. Таблица дифференциалов 26

Рекомендуемая литература 27