

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ (МГТУ ГА)

Кафедра высшей математики
В.С. Козлова

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
по выполнению практических заданий

для студентов I курса
направления 25.03.01
очной формы обучения

Москва-2018

ББК 51
Ж87

Рецензент канд. физ.-мат. наук, доц. Л. Д. Жулёва

Козлова В.С

Ж87 Высшая математика. Пособие по выполнению практических заданий. - М.: МГТУ ГА, 2018. - 52 с.

Данное пособие издаётся в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Высшая математика» по учебному плану направления 25.03.01 для студентов I курса очной формы обучения.

Пособие содержит варианты индивидуальных заданий по всем темам, по которым программой предусмотрены контрольные домашние задания (КДЗ): «Векторная алгебра и аналитическая геометрия», «Функции и их графики. Предел функции», «Исследование функций и построение графиков. Функции многих переменных», «Определённый интеграл и его приложения», «Кратные и криволинейные интегралы и их приложения»

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 13.03.2018 г. и методического совета 18.04.2018 г.

Издаётся в авторской редакции.

	Подписано в печать .05.18 г.	
Печать офсетная	Формат 60x84/16	3,8 уч.изд. л.
3,25 усл.печ.л.	Заказ № 44	Тираж 80 экз.

Московский государственный технический университет ГА
125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20
Редакционно-издательский отдел
125493 Москва, ул. Пулковская, д.6а

© Московский государственный

технический университет ГА, 2018

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР

Индивидуальные задания по темам: «Векторная алгебра. Аналитическая геометрия»

Задание 1. Даны вершины: A, B, C треугольника ABC на плоскости. Найти: а) уравнение стороны AB ; б) уравнение высоты CH , опущенной из вершины C на сторону AB ; в) уравнение медианы AM (M - середина BC); г) точку N пересечения медианы AM и высоты CH ; д) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB .

- | | |
|---|---|
| 1.1. $A(2, 5), B(-3, 1), C(0, 4)$. | 1.2. $A(7, 0), B(1, 4), C(-8, -4)$. |
| 1.3. $A(-2, -6), B(-3, 5), C(4, 0)$. | 1.4. $A(-1, -4), B(9, 6), C(-5, 4)$. |
| 1.5. $A(-4, 2), B(6, -4), C(4, 10)$. | 1.6. $A(-3, 8), B(-6, 2), C(0, -5)$. |
| 1.7. $A(-4, 2), B(8, -6), C(2, 6)$. | 1.8. $A(4, -4), B(8, 2), C(3, 8)$. |
| 1.9. $A(-2, -3), B(1, 6), C(6, 1)$. | 1.10. $A(1, 7), B(-3, -1), C(11, -3)$. |
| 1.11. $A(-5, 1), B(8, -2), C(1, 4)$. | 1.12. $A(0, 2), B(-7, -4), C(3, 2)$. |
| 1.13. $A(-3, -1), B(-4, -5), C(8, 1)$. | 1.14. $A(-7, -2), B(-7, 4), C(5, -5)$. |
| 1.15. $A(4, 1), B(-3, -1), C(7, -3)$. | 1.16. $A(4, -4), B(6, 2), C(-1, 8)$. |
| 1.17. $A(1, -6), B(3, 4), C(-3, 3)$. | 1.18. $A(4, -3), B(7, 3), C(1, 10)$. |
| 1.19. $A(1, -2), B(7, 1), C(3, 7)$. | 1.20. $A(-3, -2), B(14, 4), C(6, 8)$. |
| 1.21. $A(1, -3), B(0, 7), C(-2, 4)$. | 1.22. $A(7, 0), B(1, 4), C(-8, -4)$. |
| 1.23. $A(-7, -2), B(3, -8), C(-4, 6)$. | 1.24. $A(10, -2), B(4, -5), C(-3, 1)$. |
| 1.25. $A(3, -1), B(11, 3), C(-6, 2)$. | 1.26. $A(2, -3), B(0, 5), C(-3, 4)$. |
| 1.27. $A(3, 0), B(-1, 4), C(8, -4)$. | 1.28. $A(-1, -3), B(3, -9), C(-4, 2)$. |
| 1.29. $A(3, -2), B(4, -3), C(3, 1)$. | 1.30. $A(2, -3), B(6, 3), C(0, 2)$. |

Задание 2. Решить задачу:

- 2.1. Даны уравнения трех сторон треугольника ABC : $2x - y - 3 = 0$ (AB), $x + 5y - 7 = 0$ (AC), $3x - 2y + 13 = 0$ (BC). Составить уравнение высоты, проведенной через вершину A треугольника ABC .
- 2.2. Дан треугольник с вершинами $A(3, 1), B(-3, -1), C(5, -12)$. Найти уравнение медианы, проведенной из вершины C , найти её длину.
- 2.3. Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку пересечения прямых $2x + 5y - 8 = 0$ и $2x + 3y + 4 = 0$.

- 2.4. Найти уравнение перпендикуляров к прямой $3x + 5y - 15 = 0$, проведенных через точки пересечения данной прямой с осями координат.
- 2.5. Даны уравнения сторон четырехугольника: $x - y = 0$, $x + 3y = 0$, $x - y - 4 = 0$, $3x + y - 12 = 0$. Найти уравнения его диагоналей.
- 2.6. Составить уравнения медианы CM и высоты CK треугольника ABC , если $A(1, -2)$, $B(5, 1)$, $C(3, 5)$.
- 2.7. Через точку $C(2, 4)$ провести прямую: а) отсекающую равные отрезки на осях координат; б) параллельную оси Ox ; в) параллельную оси Oy .
- 2.8. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $B(-2, 1)$ и составляющей с осью Ox а) угол 45° , б) угол 120° , в) угол 0° , г) угол 90° .
- 2.9. Какую ординату имеет точка C , лежащая на одной прямой с точками $A(3, 2)$ и $B(-2, -1)$, и имеющая абсциссу, равную 2?
- 2.10. Через точку пересечения прямых $2x - 5y - 1 = 0$, $x + 4y - 7 = 0$ провести прямую, делящую отрезок между точками $A(4, -3)$ и $B(-1, 2)$ в отношении $2/3$.
- 2.11. Найти уравнение диагонали ромба, если известны уравнения двух его сторон: $2x - 5y - 1 = 0$, $2x - 5y - 34 = 0$ и уравнение другой его диагонали: $x + 3y - 6 = 0$.
- 2.12. Найти точку пересечения медиан треугольника M с вершинами $A(-3, 1)$, $B(7, 5)$, $C(5, -3)$.
- 2.13. Найти уравнения прямых, проходящих через точку $A(-1, 1)$ под углом 45° к прямой $2x + 3y - 6 = 0$.
- 2.14. Найти уравнения сторон AB и AC треугольника ABC с вершиной $A(2, 3)$ и высотами: $2x - 3y + 1 = 0$, $x + 2y + 1 = 0$.
- 2.15. Найти уравнения двух сторон параллелограмма, если известны уравнения двух других сторон: $x - 2y = 0$, $x - y - 1 = 0$ и точка пересечения диагоналей $N(3, -1)$.
- 2.16. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $3x + y - 2 = 0$ и $2x + 3y + 4 = 0$ и отсекающей на оси ординат отрезок, равный 3.
- 2.17. Найти проекцию точки $N(12, -8)$ на прямую, проходящую через точки $A(-3, 2)$ и $B(1, -5)$.
- 2.18. Даны две вершины треугольника ABC : $A(4, -4)$, $B(-12, 4)$ и точка $N(2, 4)$ пересечения его высот. Найти вершину C .

2.19. Найти уравнение прямой, отсекающей на оси ординат отрезок, равный 5, и проходящей параллельно прямой $2x - 3y + 4 = 0$.

2.20. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $N(2, 4)$ и точку пересечения прямых: $2x - y - 5 = 0$ и $x + y - 1 = 0$.

2.21. Доказать, что четырехугольник $ABCD$ – трапеция, если $A(6, 3)$, $B(2, 5)$, $C(-3, -1)$, $D(5, -5)$. Найти уравнение диагоналей.

2.22. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $N(1, 3)$ перпендикулярно прямой, проходящей через точки $A(5, 2)$, $B(0, 1)$.

2.23. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $M(1, -2)$ параллельно прямой AB , если $A(-2, -3)$, $B(6, 1)$.

2.24. Найти точку, симметричную точке $M(2, -1)$ относительно прямой $x - 2y + 3 = 0$.

2.25. Найти точку O пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$, если $A(-3, -1)$, $B(5, 3)$, $C(2, 5)$, $D(-5, 3)$.

2.26. Через точку пересечения прямых: $3x - y - 5 = 0$ и $x + 2y - 1 = 0$ провести прямые, параллельные оси Oy и оси Ox .

2.27. Известны уравнения стороны AB треугольника ABC $x + 4y = 12$, его высот BH $4x - 5y = -28$ и AM $x + y = 6$. Найти уравнения сторон AC и BC .

2.28. Даны две вершины треугольника ABC $A(-6, 2)$, $B(2, -2)$ и точка пересечения его высот $N(1, 2)$. Найти координаты точки M пересечения стороны AC и высоты BH .

2.29. Найти уравнения высот треугольника ABC , проходящих через вершины A и B , если $A(-4, 2)$, $B(3, -5)$, $C(5, 0)$.

2.30. Вычислить координаты точки пересечения перпендикуляров, проведенных через середины сторон треугольника вершинами которого служат точки $A(3, 2)$, $B(-3, 0)$, $C(-3, 6)$.

Задание 3. Даны четыре точки A, B, C, D .

1) Доказать, что точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости.

2) Вычислить методами векторной алгебры: а) угол между векторами \overline{AB} и \overline{AC} ; б) площадь грани ABC ; в) площадь сечения, проходящего через середину ребра CD и вершины пирамиды A, B ; г) объем пирамиды $ABCD$.

3) Составить уравнения: а) плоскости ABC ; б) прямой AB ; в) прямой DM , перпендикулярной плоскости ABC ; г) прямой CN , параллельной прямой AB ; д) плоскости, проходящей через точку D , перпендикулярно к прямой AB .

4) Вычислить: а) синус угла между прямой AD и плоскостью ABC ; б) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью ABC .

3.1. $A(3, 1, 4), B(-1, 6, 1), C(-1, 1, 6), D(0, 4, -1)$.

3.2. $A(0, 4, 5), B(3, -2, 1), C(4, 5, 6), D(3, 3, 2)$.

3.3. $A(2, 1, 6), B(1, 4, 9), C(2, -5, 8), D(5, 4, 2)$.

3.4. $A(5, 3, 7), B(-2, 3, 5), C(4, 2, 10), D(1, 2, 7)$.

3.5. $A(1, -2, 7), B(4, 2, 10), C(2, 3, 5), D(5, 3, 7)$.

3.6. $A(7, 2, 2), B(-5, 7, -7), C(5, -3, 1), D(2, 3, 7)$.

3.7. $A(10, 9, 6), B(2, 8, 2), C(9, 8, 9), D(7, 10, 3)$.

3.8. $A(4, 4, 10), B(7, 10, 2), C(2, 8, 4), D(9, 6, 9)$.

3.9. $A(7, 5, 3), B(9, 4, 4), C(4, 5, 7), D(7, 9, 6)$.

3.10. $A(0, 7, 1), B(2, -1, 5), C(1, 6, 3), D(3, -9, 8)$.

3.11. $A(3, 5, 4), B(5, 8, 3), C(1, 2, -2), D(-1, 0, 2)$.

3.12. $A(2, -1, 7), B(6, 3, 1), C(3, 2, 8), D(2, -3, 7)$.

3.13. $A(3, 2, 5), B(4, 0, 6), C(2, 6, 5), D(6, 4, -1)$.

3.14. $A(2, 3, 5), B(5, 3, -7), C(1, 2, 7), D(4, 2, 0)$.

3.15. $A(1, -1, 3), B(6, 5, 8), C(3, 5, 8), D(8, 4, 1)$.

3.16. $A(6, 6, 5), B(4, 9, 5), C(4, 6, 11), D(6, 9, 3)$.

3.17. $A(3, 5, 4), B(8, 7, 4), C(5, 10, 4), D(4, 7, 8)$.

3.18. $A(4, 2, 5), B(0, 7, 1), C(0, 2, 7), D(1, 5, 0)$.

3.19. $A(6, 1, 1), B(4, 6, 6), C(4, 2, 0), D(1, 2, 6)$.

3.20. $A(9, 5, 5), B(-3, 7, 1), C(5, 7, 8), D(6, 9, 2)$.

3.21. $A(3, -1, 2), B(-1, 0, 1), C(1, 7, 3), D(8, 5, 8)$.

3.22. $A(2, 1, 7), B(3, 3, 6), C(2, -3, 9), D(1, 2, 5)$.

3.23. $A(4, 3, 5), B(1, 9, 7), C(0, 2, 0), D(5, 3, 10)$.

3.24. $A(4, 2, 10), B(1, 2, 0), C(3, 5, 7), D(2, -3, 5)$.

3.25. $A(8, -6, 4)$, $B(10, 5, -5)$, $C(5, 6, -8)$, $D(8, 10, 7)$.

3.26. $A(2, -1, 6)$, $B(1, 4, 9)$, $C(2, -5, 8)$, $D(5, 4, 2)$.

3.27. $A(3, 2, 5)$, $B(3, 0, 6)$, $C(2, 6, 5)$, $D(6, 4, -1)$.

3.28. $A(2, 1, 7)$, $B(3, 3, 6)$, $C(2, -3, 9)$, $D(1, 2, 5)$.

3.29. $A(4, -1, 7)$, $B(6, 3, 1)$, $C(3, 2, 7)$, $D(2, -3, 7)$.

3.30. $A(0, 4, 5)$, $B(3, -2, 1)$, $C(4, 5, 6)$, $D(3, 3, 2)$.

Задание 4. Решить задачу:

4.1. Найти величины отрезков, отсекаемых на осях координат плоскостью, проходящей через точку $N(3, -2, 1)$, параллельно плоскости

$$x - 3y + z + 3 = 0.$$

4.2. Найти расстояние от точки $M(2, -2, 3)$ до плоскости $4x + 4y - 2z + 3 = 0$.

4.3. Составить уравнение плоскости, проходящей через середину отрезка AB перпендикулярно этому отрезку, если $A(2, -2, 7)$, $B(4, 4, 9)$.

4.4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(4, -1, 7)$, параллельно плоскости $5x - 3y + 2z + 23 = 0$.

4.5. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Ox и точку $M(3, -2, 5)$.

4.6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1, -1, 6)$, $B(1, 4, 7)$ параллельно оси Oz .

4.7. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3, -2, 4)$ и прямую $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+4}{2}$.

4.8. Составить общие уравнения прямой, образованной пересечением плоскости $x - 3y + 2z + 2 = 0$ с плоскостью, проходящей через ось Ox и точку $A(1, -1, 3)$.

4.9. Составить уравнение плоскости, проходящей через две прямые $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+1}{2}$ и $\frac{x-3}{8} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z+4}{-4}$.

4.10. Составить уравнение плоскости в «отрезках», если она проходит через точку $A(2, -1, 3)$ и отсекает на оси Ox отрезок $a = 2$, а на оси Oz отрезок $c = -3$.

4.11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3, -3, 4)$ параллельно двум векторам $\vec{a} = \{5, 3, 2\}$ и $\vec{b} = \{-1, 2, 1\}$.

- 4.12. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1, -2, 1)$, $B(1, 3, 5)$ перпендикулярно плоскости $2x - y + 2z + 25 = 0$.
- 4.13. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат перпендикулярно двум плоскостям $2x - 3y + 2z + 2 = 0$ и $x - y + 3z + 5 = 0$.
- 4.14. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3, -1, 2)$ и $B(2, 1, 7)$ параллельно вектору $\vec{a} = \{6, 3, 2\}$.
- 4.15. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат перпендикулярно вектору \overline{AB} , если $A(4, -1, 3)$, $B(1, 1, 5)$.
- 4.16. Найти величины отрезков, отсекаемых на осях координат плоскостью, проходящей через точку $A(2, -3, 3)$ параллельно плоскости $3x + y - z = 0$.
- 4.17. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1, 2, 1)$ перпендикулярно отрезку AB , если $A(2, -1, -4)$, $B(-1, 1, 3)$.
- 4.18. Показать, что прямая $\frac{x}{6} = \frac{y-3}{-8} = \frac{z-1}{-9}$ параллельна плоскости $x + 3y - 2z + 1 = 0$, а прямая $x = t + 7$, $y = t - 2$, $z = 2t + 1$ лежит в этой плоскости.
- 4.19. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(7, 2, 1)$ параллельно координатной плоскости Oxz .
- 4.20. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $M(3, 2, 1)$.
- 4.21. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2, -1, 3)$ и $B(1, 1, 5)$ параллельно оси Ox .
- 4.22. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3, 2, 1)$ и прямую $x = t - 3$, $y = t - 2$, $z = 2t - 1$.
- 4.23. Найти проекцию точки $M(4, -3, 1)$ на плоскость $2x - 3y + z + 5 = 0$.
- 4.24. Определить, при каком значении α плоскости $x - 4y + z - 1 = 0$ и $2x + \alpha y + 10z + 5 = 0$ будут перпендикулярны.
- 4.25. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2, -3, -4)$ и отсекает на осях координат отличные от нуля отрезки одинаковой длины.
- 4.26. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2, 3, -1)$ и $B(1, 1, 4)$ перпендикулярно плоскости $x - 4y + 3z + 2 = 0$.
- 4.27. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3, -4, 3)$ и $B(2, -2, 5)$ параллельно оси Oz .

4.28. Показать, что прямая $\frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{7} = \frac{z+1}{-9}$ параллельна плоскости $-13x + 3y + 5z - 1 = 0$, а прямая $x = t + 1$, $y = t - 2$, $z = 2t + 4$ лежит в этой плоскости.

4.29. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(5, -1, 4)$ и прямую $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+5}{5} = \frac{z+4}{3}$.

4.30. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5, -1, 3)$, $B(2, 4, 6)$ перпендикулярно плоскости $3x - 2y + 5z + 25 = 0$.

Задание 5. Составить канонические уравнения: а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы (A и B - точки, лежащие на кривой, F - фокус, a - большая (действительная) полуось, b - малая (мнимая) полуось, ε - эксцентриситет, $y = \pm kx$ - уравнения асимптот гипербол, D - директриса кривой, $2c$ - фокусное расстояние). Сделать чертеж эллипса; гиперболы; параболы.

5.1. а) $b = 15$, $F(-10,0)$; б) $a = 13$, $\varepsilon = 14/13$; в) $D: x = -2$.

5.2. а) $b = 2$, $F(4\sqrt{2}, 0)$; б) $a = 7$, $\varepsilon = \sqrt{85}/7$; в) $D: x = 7$.

5.3. а) $A(3, 0)$, $B(2, \sqrt{5}/3)$; б) $k = 3/4$, $\varepsilon = 5/4$; в) $D: y = -8$.

5.4. а) $A(-5, 0)$, $\varepsilon = \sqrt{21}/5$; б) $A(\sqrt{80}, 3)$, $B(4\sqrt{6}, 3\sqrt{2})$; в) $D: y = 2$.

5.5. а) $2a = 22$, $\varepsilon = \sqrt{57}/11$; б) $k = 2/3$, $c = 5\sqrt{13}$; в) $A(27, 9)$, Ox - ось симметрии.

5.6. а) $b = \sqrt{15}$, $\varepsilon = \sqrt{10}/25$; б) $k = 3/4$, $2a = 16$; в) $A(4, -8)$, Ox - ось симметрии.

5.7. а) $a = 4$, $F(5/2, 0)$; б) $b = 2\sqrt{10}$, $F(-13, 0)$; в) $D: x = -7$.

5.8. а) $b = 5$, $F(-8, 0)$; б) $a = 5$, $\varepsilon = 7/5$; в) $D: x = 6$.

5.9. а) $A(0, \sqrt{3})$, $B(\sqrt{14/3}, 1)$; б) $k = \sqrt{21}/10$, $\varepsilon = 11/10$; в) $D: y = 3$.

5.10. а) $\varepsilon = 7/8$, $A(8, 0)$; б) $A(3, -\sqrt{3/5})$, $B(\sqrt{13/5}, 6)$; в) $D: y = 4$.

5.11. а) $2a = 24$, $\varepsilon = \sqrt{22}/6$; б) $k = \sqrt{2/3}$, $c = 5$; в) $A(-7, -7)$, Ox - ось симметрии.

5.12. а) $b = 2$, $\varepsilon = 5\sqrt{29}/29$; б) $k = 12/13$, $2a = 26$; в) $A(-5, 15)$, Ox - ось симметрии.

5.13. а) $a = 6$, $F(-4, 0)$; б) $b = 3$, $F(7, 0)$; в) $D: x = -9$.

- 5.14. а) $b = 7, F(5,0)$; б) $b = 2\sqrt{7}, F(-15,0)$; в) $D: x = -11$.
- 5.15. а) $A(-\sqrt{17/3}, 1/3), B(\sqrt{21}/2, 1/2)$; б) $k = 1/2, \varepsilon = \sqrt{5}/2$; в) $D: y = -1$.
- 5.16. а) $b = 13, F(-9,0)$; б) $a = 12, \varepsilon = 15/14$; в) $D: x = 2$.
- 5.17. а) $b = 3, F(5\sqrt{2}, 0)$; б) $a = 8, \varepsilon = \sqrt{95}/7$; в) $D: x = 3$.
- 5.18. а) $b = 5, \varepsilon = 12/13$; б) $k = 2/4, \varepsilon = 3/4$; в) $D: y = -6$.
- 5.19. а) $A(-6,0), \varepsilon = 2/3$; б) $A(\sqrt{32/3}, 1), B(\sqrt{8}, 0)$; в) $D: y = 1/4$.
- 5.20. а) $2a = 24, \varepsilon = \sqrt{59}/11$; б) $k = 3/4, c = 5\sqrt{13}$; в) $A(8,2), Ox$ - ось симметрии.
- 5.21. а) $b = \sqrt{13}, \varepsilon = \sqrt{7}/15$; б) $k = 2/5, 2a = 18$; в) $A(2,-4), Ox$ - ось симметрии.
- 5.22. а) $a = 5, F(7/2, 0)$; б) $b = 3\sqrt{10}, F(-15,0)$; в) $D: x = -7/2$.
- 5.23. а) $b = 3, F(-6,0)$; б) $a = 8, \varepsilon = 7/5$; в) $D: x = 5$.
- 5.24. а) $A(-3,0), B(1, \sqrt{40}/3)$; б) $k = \sqrt{21}/10, \varepsilon = 12/11$; в) $D: y = 4$.
- 5.25. а) $\varepsilon = 9/11, A(10,0)$; б) $A(\sqrt{8}, 0), B(\sqrt{20}/3, 2)$; в) $D: y = 7/2$.
- 5.26. а) $2a = 30, \varepsilon = 17/15$; б) $k = \sqrt{17}/8, c = 9$; в) $A(4,-10), Oy$ - ось симметрии.
- 5.27. а) $b = 2\sqrt{2}, \varepsilon = 7/9$; б) $k = \sqrt{2}/2, 2a = 12$; в) $A(-45,15), Oy$ - ось симметрии.
- 5.28. а) $a = 9, F(7,0)$; б) $b = 4, F(-7,0)$; в) $D: x = -3/8$.
- 5.29. а) $b = 4, F(6,0)$; б) $b = 2\sqrt{10}, F(-10,0)$; в) $D: x = -13$.
- 5.30. а) $A(0,-2), B(\sqrt{15}/2, 1)$; б) $k = 2\sqrt{10}/9, \varepsilon = 11/9$; в) $D: y = 5$.

Задание 6. Построить поверхности и определить их вид (название).

- 6.1. а) $7x^2 - 2y^2 - 4z^2 + 28 = 0$; б) $x^2 + 5z = 0$.
- 6.2. а) $3x^2 + y^2 + 3z^2 - 9 = 0$; б) $x^2 + 2y^2 - z = 0$.
- 6.3. а) $-4x^2 + 10y^2 - z^2 + 20 = 0$; б) $4z^2 + y^2 - 5x^2 = 0$.
- 6.4. а) $6x^2 - 8y^2 + z^2 + 24 = 0$; б) $x^2 - y = -9z^2$.

- 6.5. a) $x^2 - 6y^2 + z^2 = 0$; б) $7x^2 - 3y^2 - z^2 - 21 = 0$.
- 6.6. a) $z = 8 - x^2 - 4y^2$; б) $4x^2 + 9y^2 + 36z^2 - 72 = 0$.
- 6.7. a) $4x^2 + 6y^2 - 24z^2 - 96 = 0$; б) $z^2 + 8y^2 = 20x^2$.
- 6.8. a) $4x^2 - 5y^2 - 5z^2 + 40 = 0$; б) $3x^2 + 2y^2 = z$.
- 6.9. a) $-6x^2 - 6y^2 + z^2 = 0$; б) $2x^2 + 3y^2 - z^2 - 18 = 0$.
- 6.10. a) $10z = 5x^2 + 2y^2$; б) $4x^2 - 3y^2 - 5z^2 + 60 = 0$.
- 6.11. a) $x^2 - 7y^2 - 14z^2 - 21 = 0$; б) $x^2 + 4z^2 = 2y$.
- 6.12. a) $6x^2 - y^2 + 3z^2 - 12 = 0$; б) $5y^2 + 4z^2 = x$.
- 6.13. a) $-16x^2 + y^2 + 4z^2 - 32 = 0$; б) $-3z^2 + y^2 + 6x^2 = 0$.
- 6.14. a) $5x^2 - y^2 - 15z^2 + 15 = 0$; б) $x^2 + 3y = 0$.
- 6.15. a) $6x^2 + y^2 + 6z^2 - 12 = 0$; б) $3x^2 + y^2 - 3z = 0$.
- 6.16. a) $11x^2 - 4y^2 - z^2 + 4 = 0$; б) $3x^2 + z = 0$.
- 6.17. a) $3x^2 + 4y^2 + 6z^2 - 12 = 0$; б) $3x^2 + 5y^2 - z = 0$.
- 6.18. a) $-3x^2 + 10y^2 - 6z^2 + 30 = 0$; б) $3z^2 + 2y^2 - x^2 = 0$.
- 6.19. a) $6x^2 - 8y^2 + 12z^2 + 48 = 0$; б) $3x^2 - y = -2z^2$.
- 6.20. a) $3x^2 - 3y^2 + z^2 = 0$; б) $7x^2 - 6y^2 - 21z^2 - 42 = 0$.
- 6.21. a) $z = 6 - 3x^2 - 4y^2$; б) $2x^2 + 4y^2 + 13z^2 - 52 = 0$.
- 6.22. a) $4x^2 + y^2 - 32z^2 - 64 = 0$; б) $3z^2 + 8y^2 = x^2$.
- 6.23. a) $7x^2 - 4y^2 - 14z^2 + 28 = 0$; б) $4z^2 + 2y^2 = x$.
- 6.24. a) $-7x^2 - 3y^2 + z^2 = 0$; б) $19x^2 + 2y^2 - z^2 - 38 = 0$.
- 6.25. a) $15z = 5x^2 + 3y^2$; б) $7x^2 - y^2 - 7z^2 + 49 = 0$.
- 6.26. a) $x^2 - 5y^2 - 5z^2 - 25 = 0$; б) $3y^2 + 4z^2 = 2x$.
- 6.27. a) $9x^2 - 2y^2 + 6z^2 - 18 = 0$; б) $y^2 + 3z^2 = x$.
- 6.28. a) $-9x^2 + y^2 + 3z^2 - 27 = 0$; б) $-4z^2 + y^2 + 2x^2 = 0$.
- 6.29. a) $5x^2 - y^2 - 25z^2 + 50 = 0$; б) $3x^2 + y = 0$.
- 6.30. a) $4x^2 + y^2 + 8z^2 - 16 = 0$; б) $2x^2 + y^2 - z = 0$.

Индивидуальные задания по темам:

«Функции и их графики. Предел функции.»

Задание 1. Построить графики функций с помощью геометрических преобразований, используя известные графики основных элементарных функций. Указать все проводимые преобразования (зеркальное отображение, смещение, растяжение относительно координатных осей).

- 1.1. 1) $y = \frac{3-x}{2-x}$; 2) $y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$; 3) $y = x|x| + 2 - x$; 4) $y = \operatorname{ch}3x$.
- 1.2. 1) $y = |x^2 - 4x + 3|$; 2) $y = \sqrt{4x - 1}$; 3) $y = \frac{4-3x}{1-x}$; 4) $y = \ln(|x| - 1)$.
- 1.3. 1) $y = \sqrt[3]{8x - 16}$; 2) $y = 2 + |x| - x^2$; 3) $y = e^{|x-1|}$; 4) $y = \frac{1}{|x-2|}$.
- 1.4. 1) $y = \frac{x}{|x|-2}$; 2) $y = 3\sin(2x - 4)$; 3) $y = \ln(-2 + |x|)$; 4) $y = \frac{1}{\cos\pi x}$.
- 1.5. 1) $y = \frac{|x|}{|x|-2}$; 2) $y = 4^{-|2x-4|}$; 3) $y = 2 + \sqrt{|x| - 3}$; 4) $y = |x^2 + 5x + 6|$.
- 1.6. 1) $y = \frac{1+x}{3-x}$; 2) $y = x|x| - 2$; 3) $y = 1 - \cos 4x$; 4) $y = \log_2(|x + 3|)$.
- 1.7. 1) $y = -x^2 + 7|x| - 12$; 2) $y = \frac{1-3x}{2+x}$; 3) $y = \log_{0,5}(|x| - 2)$; 4) $y = \frac{1}{\sin 2x}$.
- 1.8. 1) $y = \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) - \cos^2\left(\frac{x}{2}\right)$; 2) $y = \frac{1}{|x+2|}$; 3) $y = x|x - 2|$; 4) $y = \operatorname{sh}2x$.
- 1.9. 1) $y = \sqrt{x + 2}$; 2) $y = 1 - \cos 4x$; 3) $y = |x^2 - 13x + 30|$; 4) $y = e^{|x+2|}$.
- 1.10. 1) $y = \frac{x}{|x-2|}$; 2) $y = \sqrt{9 - x^2}$; 3) $y = 2\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$; 4) $y = 2 - |x| - x^2$.
- 1.11. 1) $y = \ln(5 - |x|)$; 2) $y = \frac{x-2}{3+x}$; 3) $y = 2\operatorname{arctg}(-x + 1)$; 4) $y = \frac{2}{\cos 3x}$.
- 1.12. 1) $y = \cos(3x - 6)$; 2) $y = \frac{|x+2|}{|x+3|}$; 3) $y = 1 - 2\cos\left(\frac{x}{3}\right)$; 4) $y = |x^2 - x - 6|$.
- 1.13. 1) $y = -\sin\left(\frac{x}{2} + 1\right)$; 2) $y = |-x^2 + 8x - 15|$; 3) $y = \sqrt{x + 2}$; 4) $y = \frac{2}{|x|-2}$.
- 1.14. 1) $y = -\sqrt{16 - x^2}$; 2) $y = \frac{2x-4}{x-1}$; 3) $y = x|x + 3|$; 4) $y = 2 - 3\sin\left(\frac{x}{2}\right)$.
- 1.15. 1) $y = x^2 - 9|x| + 18$; 2) $y = \frac{x-1}{3-x}$; 3) $y = \log_3(8|x| - 8)$; 4) $y = |\sin 2x|$.
- 1.16. 1) $y = \frac{1+x}{2-x}$; 2) $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$; 3) $y = x^2 - 2 - |x|$; 4) $y = 2\operatorname{sh}3x$.
- 1.17. 1) $y = |x^2 - 6x + 5|$; 2) $y = \sqrt{9x - 3}$; 3) $y = \frac{1-2x}{1+x}$; 4) $y = \ln(1 - |x|)$.
- 1.18. 1) $y = \sqrt[3]{27x - 9}$; 2) $y = 3 - 2|x| - x^2$; 3) $y = e^{|x+2|}$; 4) $y = \frac{2}{|x+1|}$.
- 1.19. 1) $y = \frac{|x|-2}{|x|}$; 2) $y = 2\sin(2x + 2)$; 3) $y = \ln(2 - |x|)$; 4) $y = \frac{2}{\cos 2\pi x}$.
- 1.20. 1) $y = \frac{|x|}{|x|-2}$; 2) $y = 4^{|3x-6|}$; 3) $y = 1 + \sqrt{3 - |x|}$; 4) $y = |x^2 - 7x + 6|$.
- 1.21. 1) $y = \frac{1-x}{3+x}$; 2) $y = x|x| - 2x$; 3) $y = 2 - \cos 2x$; 4) $y = \log_5(|x - 3|)$.
- 1.22. 1) $y = x^2 - 8|x| + 12$; 2) $y = \frac{1+3x}{2-x}$; 3) $y = \log_{0,3}(2 - |x|)$; 4) $y = \frac{2}{\sin 3x}$.
- 1.23. 1) $y = \sin^2\left(\frac{x}{4}\right) - \cos^2\left(\frac{x}{4}\right)$; 2) $y = \frac{1}{2|x|-2}$; 3) $y = x|x + 2|$; 4) $y = \operatorname{sh}3x$.

- 1.24. 1) $y = \sqrt{x-3}$; 2) $y = 2 - \cos 3x$; 3) $y = |x^2 - 12x + 20|$; 4) $y = e^{|x-2|}$.
- 1.25. 1) $y = \frac{x}{|x+3|}$; 2) $y = \sqrt{7-x^2}$; 3) $y = 3\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$; 4) $y = |2-x| - x^2$.
- 1.26. 1) $y = \ln(|x|-3)$; 2) $y = \frac{x+2}{4+x}$; 3) $y = 3\arctg(1-2x)$; 4) $y = \frac{3}{\cos \pi x}$.
- 1.27. 1) $y = \cos(3x+3)$; 2) $y = \frac{|x|-2}{|x|-3}$; 3) $y = 2 - \cos\left(\frac{x}{3}\right)$; 4) $y = |x^2 - 5x - 6|$
- 1.28. 1) $y = \sin\left(\frac{x}{3} + 1\right)$; 2) $y = |-x^2 + 9x - 14|$; 3) $y = \sqrt{x-4}$; 4) $y = \frac{2}{|x|+2}$.
- 1.29. 1) $y = -\sqrt{81-x^2}$; 2) $y = \frac{2x+4}{x-3}$; 3) $y = x|x-4|$; 4) $y = 2 - 2\sin\left(\frac{x}{3}\right)$.
- 1.30. 1) $y = x^2 - 11|x| + 18$; 2) $y = \frac{x+1}{5-x}$; 3) $y = \log_3(5-|x|)$; 4) $y = |\sin 3x|$.

Задание 2. Найти обратную функцию на любом из промежутков, где она существует. Построить на одном чертеже графики прямой и обратной функций.

- 2.1. 1) $y = 2\sqrt{x-5}$; 2) $y = 3\operatorname{tg} 2x$; 3) $y = -3 + 2^{x-2}$.
- 2.2. 1) $y = 2\operatorname{tg} \frac{x}{2}$; 2) $y = 3e^{x-2}$; 3) $y = \sqrt{4x-1}$.
- 2.3. 1) $y = \sqrt[3]{2x-1}$; 2) $y = 2x^2 - 3$; 3) $y = 3^{2x-4}$.
- 2.4. 1) $y = 2\ln(x-3)$; 2) $y = 5^{-x+3} + 1$; 3) $y = \sqrt{4x-8}$.
- 2.5. 1) $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x+2)$; 2) $y = 6^x + 3$; 3) $y = 2\operatorname{ctg}(x+2)$.
- 2.6. 1) $y = \log_3(3x+6)$; 2) $y = \sqrt[3]{8x-16}$; 3) $y = 2\sin x$
- 2.7. 1) $y = 3 - \sqrt{x-2}$; 2) $y = \frac{x-1}{x+2}$; 3) $y = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.
- 2.8. 1) $y = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} x$; 2) $y = 2 + e^{-x+2}$; 3) $y = \frac{x}{x+3}$.
- 2.9. 1) $y = 2\operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$; 2) $y = \lg(10x-20)$; 3) $y = \sqrt{x+3}$.
- 2.10. 1) $y = 3 - \sqrt{x-2}$; 2) $y = \log_2(2x-4)$; 3) $y = 2\arcsin(x-1)$.
- 2.11. 1) $y = (x+1)^3$; 2) $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{2}$; 3) $y = \log_{\frac{1}{4}}(x-2)$.
- 2.12. 1) $y = \ln(-x+3)$; 2) $y = -\sqrt{x+4}$; 3) $y = -1 + 2^{x-3}$.
- 2.13. 1) $y = \sqrt[3]{27x+54}$; 2) $y = 3\cos 2x$; 3) $y = 2(x-2)^2$.
- 2.14. 1) $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$; 2) $y = 2\ln(x-2)$; 3) $y = \operatorname{arctg}(x-1)$.
- 2.15. 1) $y = 3 + 5^{x+1}$; 2) $y = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{x}{2}$; 3) $y = \frac{3}{\sqrt{x-2}}$.

- 2.16. 1) $y = -(x + 1)^2$; 2) $y = \arccos(x + 1)$; 3) $y = \frac{2x}{x+1}$.
- 2.17. 1) $y = \sqrt{4x + 8}$; 2) $y = 2tg\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$; 3) $y = 1 + 3^{-x+2}$.
- 2.18. 1) $y = 3ctg\frac{x}{2}$; 2) $y = 2e^{-x-2}$; 3) $y = \sqrt{9x + 18}$.
- 2.19. 1) $y = \sqrt[3]{8x + 24}$; 2) $y = 2x^3 + 1$; 3) $y = 7^{x-1}$.
- 2.20. 1) $y = 3\ln(x + 1)$; 2) $y = 7^{x-1} + 2$; 3) $y = 3\sqrt{x - 1}$.
- 2.21. 1) $y = \log_{\frac{1}{3}}(3x + 6)$; 2) $y = 5^{x-1} + 2$; 3) $y = 2tg\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.
- 2.22. 1) $y = \log_5(5x + 10)$; 2) $y = 2\sqrt[3]{x - 2}$; 3) $y = 3\sin 2x$
- 2.23. 1) $y = 2 + \sqrt{x + 2}$; 2) $y = \frac{2x+1}{x-2}$; 3) $y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
- 2.24. 1) $y = \frac{\pi}{2} - \text{arcctg} 2x$; 2) $y = 3 + e^{x-2}$; 3) $y = \frac{2x}{x-1}$.
- 2.25. 1) $y = 3tg\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$; 2) $y = 3\ln(x - 2)$; 3) $y = \sqrt{2x - 3}$.
- 2.26. 1) $y = 1 - \sqrt{x + 2}$; 2) $y = \log_3(3x - 6)$; 3) $y = 3\arcsin(x + 1)$.
- 2.27. 1) $y = 2(x - 1)^3$; 2) $y = \frac{\text{arcctg} 2x}{2}$; 3) $y = \log_{\frac{1}{5}}(5x - 10)$.
- 2.28. 1) $y = \ln(x - 2)$; 2) $y = \frac{3}{\sqrt{x+2}}$; 3) $y = 1 + 2^{x+3}$.
- 2.29. 1) $y = -2\sqrt[3]{x + 3}$; 2) $y = 2\cos 3x$; 3) $y = -(x + 2)^2$.
- 2.30. 1) $y = ctg\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$; 2) $y = 3\ln(x + 2)$; 3) $y = \text{arcctg}(x + 2)$.

Задание 3. Вычислить пределы функций, не используя правило Лопиталья.

3.1.

- 1) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x + 5}{\sin \pi x}$;
- 2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x^3 - 3x^2 - 10x}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x - 1} - 2}{x^2 - 2x - 15}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 1}{7x^2 - x + 5}$;

3.2.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 6x + 4}{x + 2}$;
- 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{\sqrt{6x^2 + 3} + 3x}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 7x - 2}{4x^2 + 2x + 7}$;

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3(x+5)(5-2x)}{1-x+5x^3};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 10x}{\operatorname{tg} 3x};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x+5} \right)^{x+8};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{x \cdot \sin 8x};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 1} (5x-4)^{\frac{1}{\sqrt{x}-1}}.$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-1+2x}{x+2x^3-10x^5};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\operatorname{ctg} \frac{x}{5} \cdot \sin 7x};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 2x)^{\frac{1}{x}};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{arctg} (2x-6)}{x^2-9};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x-1} \right)^{-5x}.$$

3.3.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 5x + 7}{x + 9};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 2x^2 - 3x}{x^3 + 4x^2 + 3x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{3 + 2x - x^2};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 6x + 9x^3}{12 - x^3};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{67x^2 + 17x - 7}{x^3 + x + 1};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sin(x+4)}{x^2 - 16};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 1} (5x-4)^{\frac{1}{x^2+2x-3}};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2e^{x-1} - 2}{1 - \cos(x-1)};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x+5} \right)^{3x+1}.$$

3.5.

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 14x^2}{4 - 2x^2};$$

3.4.

$$1) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\log_5 5 + 1}{x - 1};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^3 + 2x^2 - x - 2};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9-x} - 3}{x^2 - 3x};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^4 - 1}{x^3 + 2};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{19x + 9}{x^2 + x + 1};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{\cos 6x \cdot \sin 2x};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow +\infty} (5x+1) \cdot [\ln(x+1) - \ln(x-3)];$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \sin x)}{\operatorname{tg} 2x};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg} 2x)^{\frac{1}{\sin 3x}}.$$

3.6.

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 - 13}{2x^2 - 5x + 1};$$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{2x^3 - x^2 - x};$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^4 + 2x^2 - 3}{98 - 2x^4};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^{10} - 11x + 2}{(26 + x)^{10}};$

5) $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{\sqrt{7+x} - \sqrt{-5-x}}{x^2 + 5x - 6};$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - 1}{\operatorname{tg} 7x \cdot \sin 2x};$

7) $\lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\frac{2x}{1-x}};$

8) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{arctg}(x+2)}{x^3 + 2x^2};$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x+3}\right)^{7x+1}.$

3.7.

1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5x^3}{7x^2 - 3};$

2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x - x + 2};$

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 + x - 6};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 3x^2 + 4x}{1 + 15x - 3x^3};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 2x^2 - 30}{25 - 3x^4};$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - 1}{\sin 5x};$

7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x[\ln(x+8) - \ln x];$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 9x}{1 - \cos 5x};$

9) $\lim_{x \rightarrow 2} (7 - 3x)^{\frac{x}{2-x}}.$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1};$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 6x - 9x^4}{3 - 6x^3};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 8x^2 + 1}{9x^5 + x - 3x^2};$

5) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{\sqrt{5x} - 5};$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sin \frac{x}{5}}{\cos 2x - 1};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x}\right)^{\frac{x}{2}};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg}^2 3x;$

9) $\lim_{x \rightarrow 2} (5 - 2x)^{\frac{5}{x^2 - 2x}}.$

3.8.

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x - 2}{(x+1)(x+3)};$

2) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{12}{x^3 + 8}\right);$

3) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{x - 4};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 9x + 1}{4 - 3x^2};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9 + x + 3x^4}{36 - x^4};$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 \cdot \sin 7x}{(1 - \cos 2x) \cdot \sin x};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x+1}\right)^{x+1};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{e^{8x} - 1};$

9) $\lim_{x \rightarrow -1} (4 + 3x)^{\frac{x}{3+3x}}.$

3.9.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x + 1}{x^2 + x - 1};$
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 5x^3 - 7x^2}{x^2 - 1};$
- 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x^2 + 2)x^4}{2x + 1 - 7x^6};$
- 4) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{5}} \frac{15x^2 - 2x - 1}{5x^2 - 4x - 1};$
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + x} - 2}{2x};$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - x)^{\frac{1}{\ln(2-x)}};$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\operatorname{tg}^2 4x};$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\arcsin 2x};$
- 9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 2}{3x + 1} \right)^{x/2}.$

3.10.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 + 4}{2x^4 + 3x^2 + 4}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3x^2}{4 - x - x^2};$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2}{x^2 + 4x - 5};$
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x - 4)(x + 1)(2x^3 - 1)}{2x^{10} + 5};$
- 5) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{26 + x} - 5}{2x^2 - 2};$
- 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 2}{5x - 3} \right)^{x-3};$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\operatorname{tg} 2x};$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{\ln(1 + x^2)};$
- 9) $\lim_{x \rightarrow 3} (4 - x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}.$

3.11.

- 1) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x + 3}{\sin \pi x};$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x^3 - 3x^2 - 10x};$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x - 1} - 2}{x^2 - 2x - 15};$
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 1}{2x^2 + 3x + 5};$
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3(2x + 1)(5 - 2x)}{1 - x + 7x^3};$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\operatorname{tg} 8x};$

3.12.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2 + 3x + 4}{x + 2};$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2};$
- 3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{\sqrt{6x^2 + 3} + 3x};$
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 4x - 2}{4x^2 + 2x + 7};$
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 1 + 2x}{x + 2x^3 - 10x^5};$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\operatorname{ctg} \frac{x}{5} \cdot \sin 18x};$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+9} \right)^{x+2};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \cdot \sin 7x};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 1} (3x - 2)^{\frac{1}{\sqrt{x}-1}}.$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\operatorname{arctg}(x-4)}{x^2 - 16};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{-5x}.$$

3. 13.

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x + 4}{x + 2};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{3 + 2x - x^2};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 6x + 10x^3}{3 - 3x^3};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{97x^2 + 17x - 1}{x^3 + x + 1};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sin(x+4)}{x^2 - 16};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 1} (3x - 2)^{\frac{1}{x^2+2x-3}};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x-2} - 1}{1 - \cos(x-2)};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+9}{2x-1} \right)^{3x+1}.$$

3. 15.

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3x^2}{4 + 3x^2};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{2x^3 - x - x^2};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + 3x^2 - 5}{1 - 2x^4};$$

3.14.

$$1) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\log_7 7 + 7}{x - 1};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9-x} - 3}{x^2 - 3x};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 1}{3x^3 - 2};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{150x + 5}{x^2 + 2x + 1};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\cos 3x \cdot \sin 7x};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow +\infty} (5x + 1) \cdot [\ln(x+2) - \ln(x-5)];$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \sin 2x)}{\operatorname{tg} 3x};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 5 \operatorname{tg} x)^{\frac{1}{\sin 2x}}.$$

3.16.

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{77x^4 - 1}{2x^2 - x + 1};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x}{2x^2 - x - 1};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + 5x - 7x^4}{3 - 2x^3};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^{10} - 11x + 2}{(1+x)^{10}};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{5-x}}{x^2 + 5x - 6};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - 1}{\operatorname{tg} 7x \cdot \sin 3x};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 5} (6-x)^{\frac{2x}{5-x}};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{arctg}(2x+4)}{x^2 + 2x};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-3} \right)^{5x+1}.$$

1.17.

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^3}{25x^2 - 3};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 2x - x + 2};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x^2 + x - 6};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 2x^2 + x}{9 + 15x - x^3};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^3 + 2x^2 - 3}{1 - 7x^4};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - 1}{\sin 3x};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x[\ln(2x+7) - \ln 2x];$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{1 - \cos 3x};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 2} (5-2x)^{\frac{3x}{2-x}}.$$

3.19.

$$1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 8x + 9}{7x + 2};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{21x - 7x^2 + 1}{5x^5 + x - 3x^2};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 7x}{\sqrt{7x} - 7};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sin \frac{x}{2}}{\cos 2x - 1};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x} \right)^{\frac{x+3}{2}};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{tg} 3x \cdot \operatorname{ctg}^2 5x;$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 2} (5-2x)^{\frac{5}{x^2-2x}}.$$

1.18.

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 + 3x - 2}{(2x+1)(x-3)};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{12}{x^3-27} \right);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{-3+3x} - 3}{x-4};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 7x + 1}{4 - 7x^2};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{20 + x + 5x^4}{3 - x^4};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 \cdot \sin 5x}{(1 - \cos 2x) \cdot \sin 3x};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x+1} \right)^{3x+1};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{e^{2x} - 1};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow -1} (4+3x)^{\frac{x}{3+3x}}.$$

3.20.

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^3 + 3x - 2}{\sqrt{3+2x} + 2};$$

2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^3 - 2x - x^2};$

3) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{9 - x^2}{\sqrt{-3x} - 3};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 16x^7 + 2}{5x^3 - x - 13};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x - 1)(x + 1)(1 - x)}{x - 8x^3};$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x \operatorname{tg} 8x}{x \sin 2x};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 5}{3x + 4} \right)^{2x};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\operatorname{arctg}^2 4x};$

9) $\lim_{x \rightarrow 3} (10 - 3x)^{\frac{x+7}{x^2-9}}.$

3.21.

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{7x - 1}{(x + 1)^5};$

2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^3 + x^2};$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x + 16} - 4}{5x};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 6x^3 - 1}{3x^3 - 2x + 1};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 6x^4}{x^5 + 3x + x^4};$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 2x}{3x \cdot \sin 7x};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x} \right)^{2x+3};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x} - 1}{x};$

9) $\lim_{x \rightarrow 1} (7 - 6x)^{\frac{1}{\sin(x-1)}}.$

2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 4x^2}{x^2 - 3x - 4};$

3) $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{2 - \sqrt{x + 11}}{x^2 - 49};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x}{(x^2 - 6x + 2)^2};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + 1}{7x^4 - 2x^3 + 57x};$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \cdot \ln(1 + 2x)};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 1}{3x + 1} \right)^{2x+1};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{\sin 3x};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5 \operatorname{tg}^2 2x)^{\operatorname{ctg} x}.$

3.22.

1) $\lim_{x \rightarrow 2} (9 + 2x)^{x-2};$

2) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{x^2 + 4x - 5};$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + x + 1}{3 + x + 3x^2};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 4x + 1}{5x^3 - 4x + 3};$

5) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{7 + 6x} - 7}{x - 7};$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x \cdot \operatorname{tg} x}{5x \cdot \sin 8x};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 2}{3x + 5} \right)^{7x+1};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x (1 - \cos 4x)}{(1 - e^{3x})x^2};$

9) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x^2)^{\frac{5}{x^2+3x}}.$

3.23.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^3 + (1+7x)}{2x + x^5 + 1};$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^2 - (1-5x)}{x^2 - 2x};$
- 3) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+8} - 2}{x+2};$
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5x^2 + 2x - 3)^2}{4x^3 + x^2 + 3x};$
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 27x + 4};$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\sin(x-1)};$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \operatorname{tg} 3x)}{\ln(1 + \sin 5x)};$
- 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 1) \cdot [\ln(3x + 5) - \ln 3x];$
- 9) $\lim_{x \rightarrow 2} (4x - 7)^{\frac{x-3}{x-2}}.$

3.25.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+5x} + 2}{3 - 4x^2};$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1};$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x+7} - 4}{x^2 - 16};$
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+1)^{10} \cdot x}{x^3 - 12x + 7};$
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 5x^3}{x^4 + 3x - 3x^2 + 1};$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{\sin^2 5x};$

3.24.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 2\pi x}{1 - \cos \pi x};$
- 2) $\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{6}{x^2 - 9} \right);$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+2} - \sqrt{2}}{5x};$
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 4}{8x^3 - x^2 + x};$
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x - 160x^{10}}{7x^{10} + 1};$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \operatorname{ctg} 7x}{\operatorname{tg} 8x};$
- 7) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5)^{\frac{x}{x^2 - 4}};$
- 8) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{4(x-2)} - 1}{\arcsin(x-2)};$
- 9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-3} \right)^{x+3}.$

3.26.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^4 + 1}{\sin(3x + 1)};$
- 2) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x^2 + x - 6};$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3}}{5x};$
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x^2 + 3}{x - 3x^2 + 7x^3};$
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x^4}{7x^5 - 3x + 2};$
- 6) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{\operatorname{tg}^2(3x-1)}{(3x-1)^2};$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 4x)^{\frac{5+x}{x}};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(3x - x^2)}{\arctg 2x};$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{6x}.$

3. 27.

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1-7x+x^2}+5}{x+3};$

2) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3+4x^2+3x}{2x^2+x^3-3x};$

3) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-1)(x+2)}{\sqrt{x+6}-2};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2-4x+3}{x^3+2x+4};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3+2x^2+7}{11-2x+4x^3};$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{\operatorname{ctg} \frac{x}{15} \cdot \sin \frac{x}{3}};$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{6+x} \right)^{5x-1};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+6x)}{3^x-1};$

9) $\lim_{x \rightarrow 1} (8-7x)^{\frac{3x}{x-1}}.$

3. 29.

1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{3+\sqrt{1+x+x^2}};$

2) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{15x^2-2x-1}{3x^3-x^2};$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9-x+7x^3}{x-3x^2-7x^3};$

7) $\lim_{x \rightarrow 1} (8-7x)^{\frac{1}{\sin \pi x}};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 5x}{e^{3x}-1};$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \cdot [\ln(5x^2-1) - \ln 5x^2].$

3.28.

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^5+x+7}{4x^6+x^3+7};$

2) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+2x}{x^2+x-2};$

3) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{x+9}-2}{x^2+4x-5};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3+4x}{x^5-6x^2+1};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2+5x}{1-x-4x^2};$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\arcsin 2x)^2}{1-\cos 3x};$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-7x)^{\frac{2x-3}{x}};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\ln(1+9x)}$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-4}{2x+2} \right)^x.$

3. 30.

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2+2x^3}{3x+1};$

2) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2-3}{x^4-x^2-6};$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+3x-1}{2x^4-3x^2+5};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{11} - x^5 + x}{97x^3 + 1};$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 7x^2} - 1}{x^2};$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{4x \cdot \sin 7x};$

7) $\lim_{x \rightarrow 1} (6x - 5)^{\frac{1}{\sin \pi x}};$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \sqrt{x}}{\arctg 5\sqrt{x}};$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7 + x^2}{x^2} \right)^{6x^2}.$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 2x + 5x^2}{(1 - 5x)(2 + x)};$

5) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^3 - 4x^2};$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{7x \cdot \sin 9x};$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 7x)^{\frac{1}{\operatorname{tg} 4x}};$

8) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arctg^2(x - 2)}{x^2 - 4x + 4};$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 9}{2x^2 + 11} \right)^{x^2 - 1}.$

Индивидуальные задания по темам:**«Исследование функций и построение графиков. Функции многих переменных.»****Задание 1.** Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

1.1 $y = e^{4x-x^2}, [1; 3].$ 1.2. $y = (x^5 - 8)/x^4, [-3; -1].$ 1.3. $y = x \ln x, [e^{-2}; 1].$

1.4. $y = (e^{2x} + 1)e^{-x}, [-1; 2].$ 1.5. $y = (\ln x)/x, [1; 4].$ 1.6. $y = xe^x, [-2; 0].$

1.7. $y = \ln(x^2 - 2x + 2), [0; 3].$ 1.8. $y = (2x - 1)/(x - 1)^2, [-1/2; 0].$

1.9. $y = \sqrt{x - x^3}, [1; 2].$ 1.10. $y = 108x - x^4, [-1; 4].$ 1.11. $y = e^{6x-x^2}, [-3; 3].$

1.12. $y = x^4/4 - 6x^3 + 7, [16; 20].$ 1.13. $y = x^3/(x^2 - x + 1), [-1; 1].$

1.14. $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1, [-1; 2].$ 1.15. $y = \sqrt{3}/2 + \cos x, [0; \pi/2].$

1.16. $y = x^2 + 16/x - 16, [1; 4].$ 1.17. $y = \sqrt[3]{2x^2(x - 6)}, [-2; 4].$

1.18. $y = \frac{10x+10}{x^2+2x+2}, [-1; 2].$ 1.19. $y = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^2}, [-1; 2].$

1.20. $y = x^2 - 2x + \frac{16}{x-1} - 13, [2; 5].$ 1.21. $y = 4/x^2 - 8x - 15, [-2; -1/2].$

1.22. $y = x - 4\sqrt{x+2} + 8, [-1; 7].$ 1.23. $y = 3x^4 - 16x^3 + 2, [-3; 1].$

1.24. $y = \ln(x^2 - 2x + 4), [-1; 3/2].$ 1.25. $y = ((x + 1)/x)^3, [1; 2].$

1.26. $y = (x + 1)\sqrt[3]{x^2}, [-4/5; 3].$ 1.27. $y = (x^5 - 8)/x^4, [-3; -1].$

1.28. $y = (3 - x)e^{-x}, [0; 5].$ 1.29. $y = x^3 e^{x+1}, [-4; 0].$ 1.30. $y = e^{4x-x^2}, [1; 3].$

Задание 2. Решить задачу:2.1. Составить уравнение касательной к графику функции $y = (x^3 + 1)/3$ в точке его пересечения с осью абсцисс.

2.2. Найти точки, в которых касательные, проведенные к графику функции $y = x(x - 4)^3$, параллельны оси абсцисс.

2.3. Показать, что касательные, проведенные к графику функции $y = \frac{(x-4)}{(x-2)}$

в точках его пересечения с осями координат, параллельны.

2.4. Показать, что на графике функции $y = x^3 + x^2 + x + 1$ нет точек, в которых касательные параллельны оси абсцисс.

2.5. Найти точки, в которых касательные к кривой $y = (1/3)x^3 + x + 1$ параллельны прямой $y = 2x - 1$.

2.6. В каких точках касательная к графику функции $f(x) = (1/3)x^3 - (5/2)x^2 + 7x - 4$ образует с осью Ox угол 45° ?

2.7. Под каким углом к оси Ox наклонена касательная, проведенная к кривой $y = 2x^3 - x$ в точке ее пересечения с осью Oy ?

2.8. Под каким углом к оси Ox наклонена касательная, проведенная к кривой $y = x^3 - x^2 - 7x + 6$ в точке $M_0(2; -4)$?

2.9. Известно, что прямая $y = -(3/4)x - 3/32$ является касательной к линии, заданной уравнением $y = 0,5x^4 - x$. Найти координаты точки касания.

2.10. Составить уравнение касательной к графику функции $y = x^7 e^{-x}$ в точке с абсциссой $x = 1$.

2.11. Составить уравнение касательных к кривым $y = 2x^2 - 5$ и $y = x^2 - 3x + 5$, проходящих через точки пересечения этих кривых.

2.12. Найти угол, который образует с осью ординат касательная к кривой $y = (2/3)x^5 - (1/9)x^3$, проведенная в точке с абсциссой $x = 1$.

2.13. Составить уравнение касательных к кривой $y = x^2 - 4x + 3$, проходящих через точку $M(2, -5)$. Сделать чертеж.

2.14. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \ln(2e - x) + 5$ в точке с абсциссой $x = e$.

2.15. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2 - 4x - 3x^2$ в точке с абсциссой $x = -2$.

2.16. В каких точках угловой коэффициент касательной к графику функции $y = 2x^3 - 2x^2 + x - 1$ равен 3?

2.17. В каких точках касательная к графику функции $y = (x + 2)/(x - 2)$ образует с осью Ox угол 135° .

2.18. Показать, что касательные, проведенные к графику функции $y = (x - 4)/(x - 2)$ в точках ее пересечения с осями координат, параллельны между собой.

2.19. Написать уравнение касательной к графику функции $y = (x + 9)/(x + 5)$, проходящей через начало координат.

2.20. На линии $y = 1/(1 + x^2)$ найти точку, в которой касательная параллельна оси абсцисс.

2.21. Найти уравнение касательной к линии $x^2(x + y) = a^2(x - y)$ в начале координат.

2.22. В каких точках линии $y = x^3 + x - 3$ касательная к ней параллельна прямой $y = 4x - 1$?

2.23. Составить уравнения касательных к линии $y = x - 1/x$ в точках ее пересечения с осью абсцисс.

2.24. Составить уравнение касательной к линии $y = x^3 + 3x^2 - 5$, перпендикулярной к прямой $2x - 6y + 1 = 0$.

2.25. Хорда параболы $y = x^2 - 2x + 5$ соединяет точки с абсциссами $x_1 = 1$, $x_2 = 3$. Составить уравнение касательной к параболе, параллельной хорде.

2.26. Показать, что касательные, проведенные к графику функции $y = \frac{(x-4)}{(x-2)}$

в точках его пересечения с осями координат, параллельны.

2.27. Найти точки, в которых касательные к кривой $y = (1/3)x^3 + x + 1$ параллельны прямой $y = 2x - 7$.

2.28. Под каким углом к оси Ox наклонена касательная, проведенная к кривой $y = x^3 - x^2 - 7x + 4$ в точке $M_0(2; -6)$?

2.29. Известно, что прямая $y = -(3/4)x - 3/32$ является касательной к линии, заданной уравнением $y = 0,5x^4 - x$. Найти координаты точки касания.

2.30. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \ln(2e - x)$ в точке с абсциссой $x = e$.

Задание 3. Провести полное исследование данных функций и построить их графики.

3.1. 1) $y = \frac{x^3+4}{x^2}$; 2) $y = (2x + 3)e^{-2(x+1)}$; 3) $y = \sqrt[3]{(2 - x)(x^2 - 4x + 1)}$.

3.2. 1) $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$; 2) $y = 3\ln \frac{x}{x-3} - 1$; 3) $y = -\sqrt[3]{(3 + x)(x^2 + 6x + 6)}$.

3.3. 1) $y = \frac{2}{x^2+2x}$; 2) $y = (x - 2)e^{3-x}$; 3) $y = \sqrt[3]{(2 + x)(x^2 + 4x + 1)}$.

3.4. 1) $y = \frac{4x^2}{x^2 + 3}$; 2) $y = -3\ln \frac{x}{x+4} + 3$; 3) $y = \sqrt[3]{(1 + x)(x^2 + 4x - 2)}$.

3.5. 1) $y = \frac{12x}{9+x^2}$; 2) $y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}$; 3) $y = \sqrt[3]{(x - 1)(x^2 - 4x - 2)}$.

3.6. 1) $y = \frac{4-x^3}{x^2}$; 2) $y = (3 - x)e^{x-2}$; 3) $y = \sqrt[3]{(x - 3)(x^2 - 6x + 6)}$.

$$3.7. \quad 1) y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}; \quad 2) y = \ln \frac{x}{x + 2} + 1; \quad 3) y = \sqrt[3]{(x^2 - 4x + 3)^2}.$$

$$3.8. \quad 1) y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}; \quad 2) y = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}; \quad 3) y = \sqrt[3]{x^2(x+2)^2}.$$

$$3.9. \quad 1) y = \frac{(x-1)^2}{x^2}; \quad 2) y = -(2x+1)e^{2(x+1)}; \quad 3) y = \sqrt[3]{x^2(x-5)^2}.$$

$$3.10. \quad 1) y = \frac{x^2}{(x-1)^2}; \quad 2) y = \frac{e^{2-x}}{2-x}; \quad 3) y = \sqrt[3]{(x^2 - 2x - 3)^2}.$$

$$3.11. \quad 1) y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2; \quad 2) y = 2 \ln \frac{x-1}{x} + 1; \quad 3) y = \sqrt[3]{x^2(x+7)^2}.$$

$$3.12. \quad 1) y = \frac{3-x^2}{x+2}; \quad 2) y = e^{1/(5+x)}; \quad 3) y = \sqrt[3]{(x-1)^2(x+6)^2}.$$

$$3.13. \quad 1) y = \frac{x^2 + 6x + 3}{x + 4}; \quad 2) y = x + \frac{\ln x}{x}; \quad 3) y = \sqrt[3]{x^2(8x + 24)^2}.$$

$$3.14. \quad 1) y = \frac{-8x}{x^2 + 4}; \quad 2) y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}; \quad 3) y = \sqrt[3]{(8x - 16)^2(x + 2)^2}.$$

$$3.15. \quad 1) y = \frac{1}{x^2 - 1}; \quad 2) y = x - \ln(1 + x^2); \quad 3) y = \sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{x^2}.$$

$$3.16. \quad 1) y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}; \quad 2) y = x^3 e^{-x^2/2}; \quad 3) y = \sqrt[3]{x^2(x+6)^2}.$$

$$3.17. \quad 1) y = \frac{3x-2}{x^3}; \quad 2) y = -\ln \frac{1+x}{1-x}; \quad 3) y = \sqrt[3]{(x-4)^2(x+2)^2}.$$

$$3.18. \quad 1) y = \frac{4x}{(x+1)^2}; \quad 2) y = \ln(x^2 + 1); \quad 3) y = \sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{(x+2)^2}.$$

$$3.19. \quad 1) y = (1 - 2x^3)/x^2; \quad 2) y = (x-1)e^{3x+1}; \quad 3) y = \sqrt[3]{(x^2 + 4x - 5)^2}.$$

$$3.20. \quad 1) y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}; \quad 2) y = (e^{2x} + 1)/e^x; \quad 3) y = \sqrt[3]{x^2(x-3)^2}.$$

$$3.21. \quad 1) y = -\left(\frac{x}{x+2}\right)^2; \quad 2) y = x \ln(x-1); \quad 3) y = \sqrt[3]{(x-2)^2} - \sqrt[3]{(x-3)^2}.$$

$$3.22. \quad 1) y = \frac{x^3 - 32}{x^2}; \quad 2) y = x \ln^2 x; \quad 3) y = \sqrt[3]{(x+2)^2(x-5)^2}.$$

$$3.23. \quad 1) y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}; \quad 2) y = x e^{1/x}; \quad 3) y = \sqrt[3]{(27x - 54)^2(x + 7)^2}.$$

$$3.24. \quad 1) y = \frac{x^3}{x-1}; \quad 2) y = \ln(x^2 - 2x + 6); \quad 3) y = \sqrt[3]{(x-5)^2} - \sqrt[3]{(x+7)^2}.$$

$$3.25. \quad 1) y = \frac{x^2}{(x-1)^2}; \quad 2) y = (x-1)e^{4x+2}; \quad 3) y = \sqrt[3]{(x-7)(x^2 - 7x + 7)}$$

$$3.26. \quad 1) y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2; \quad 2) y = x - \ln^3 x; \quad 3) y = \sqrt[3]{(8x - 16)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}.$$

$$3.27. \quad 1) y = \frac{3-x^2}{x+2}; \quad 2) y = \ln(4-x^2); \quad 3) y = \sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{(x+3)^2}.$$

$$3.28. 1) y = \frac{x^2+6x+3}{x+4}; \quad 2) y = e^{1/(2-x)}; \quad y = \sqrt[3]{(x+3)(x^2-12x+36)}$$

$$3.29. 1) y = \frac{-8x}{x^2+4}; \quad 2) y = \ln(x^2-5x+6); \quad 3) y = \sqrt[3]{(x^2-7x+12)^2}.$$

$$3.30. 1) y = \frac{4}{x^2-7x+12}; \quad 2) y = 3(e^{2x}-1)/e^x; \quad 3) y = \sqrt[3]{(x^2-13x+30)^2}.$$

Задание 4. Доказать, что функция $z = f(x, y)$ удовлетворяет указанному уравнению.

$$4.1. \quad z = x - 7y + xy^2 - 2x^2y; \quad y \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2(x+y) \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2(2x+y) \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

$$4.2. \quad z = x \cdot \cos(x+2y); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 3z = 0.$$

$$4.3. \quad z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}; \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{y}{x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0. \quad 4.4. \quad z = e^{2x^2-y^2}; \quad y^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - (4xy)^2 \cdot z = 2z.$$

$$4.5. \quad z = 3x^2y - 2y^2 + y - 2; \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0. \quad 4.6. \quad z = xy \sin(xy); \quad x^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

$$4.7. \quad z = x^2y + xy^2; \quad (x+y) \cdot \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) = (y-x) \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

$$4.8. \quad z = \frac{1}{x^2+y^2}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (2z)^2. \quad 4.9. \quad z = 3x^2y - 2y^2 + y - 2; \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

$$4.10. \quad z = \ln(xy+1); \quad \frac{1}{y^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{1}{x^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

$$4.11. \quad z = \arctg\left(\frac{y}{x}\right); \quad \frac{y}{x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{x}{y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

$$4.12. \quad z = x - 7y + xy^2 - 2x^2y; \quad y \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2(x+y) \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2(2x+y) \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

$$4.13. \quad z = x \cdot \cos(x+2y); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 3z = 0. \quad 4.14. \quad z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}; \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{y}{x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

$$4.15. \quad z = e^{2x^2-y^2}; \quad y^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - (4xy)^2 \cdot z = 2z.$$

$$4.16. \quad z = xy \sin(xy); \quad x^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0. \quad 4.17. \quad z = \frac{1}{x^2 + y^2}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (2z)^2.$$

$$4.18. \quad z = x^2 y + xy^2; \quad (x+y) \cdot \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) = (y-x) \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

$$4.19. \quad z = \ln(xy+1); \quad \frac{1}{y^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{1}{x^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

$$4.20. \quad z = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right); \quad \frac{y}{x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{x}{y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

$$4.21. \quad z = x - 7y + xy^2 - 2x^2 y; \quad y \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2(x+y) \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2(2x+y) \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

$$4.22. \quad z = x \cdot \cos(x+2y); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 3z = 0.$$

$$4.23. \quad z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}; \quad \frac{x}{y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{y}{x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

$$4.24. \quad z = e^{2x^2 - y^2}; \quad y^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - (4xy)^2 \cdot z = 2z.$$

$$4.25. \quad z = x \sin(2x+3y); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}.$$

$$4.26. \quad z = \ln(x^2 + xy + y^2); \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2.$$

$$4.27. \quad z = xy + x e^{\frac{y}{x}}; \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = xy + z.$$

$$4.28. \quad z = (y+x) \cos(x-3y); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = 0.$$

$$4.29. \quad z = \ln(x^3 + 1,5xy + y^3) + \cos 3; \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 3.$$

$$4.30. \quad z = 3y^2 x - 2x^2 + x + 5\pi; \quad \frac{2}{3} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0.$$

Задание 5. Дана функция $z = f(x, y)$ и точки M_0 и M_1 . Вычислить Δz и dz при переходе из точки M_0 в точку M_1 (ответы округлить до тысячных).

$$5.1. \quad z = 2x^2 - 3xy^2; \quad M_0(1;1); \quad M_1(1,02;0,97). \quad 5.2. \quad z = \frac{x^2}{y} + \frac{y}{x}; \quad M_0(0,5;0,25); \quad M_1(0,45;0,27).$$

$$5.3. z = x^2y - 2xy^2 + 6x - 4y + 2 ; M_0(1; -1) ; M_1(0,98; -0,97) .$$

$$5.4. z = x^3 - 4xy - 2y^2 - 4x - 5y ; M_0(2; -1) ; M_1(1,94; -1,07) .$$

$$5.5. z = 5x^2 - 2xy^2 - 7y + 4 ; M_0(1; -2) ; M_1(1,06; -2,04) .$$

$$5.6. z = 4x^2 - 3xy + 8x + 9y - 1 ; M_0(2; -3) ; M_1(2,03; -3,06) .$$

$$5.7. z = 2x^2 - 4xy - 3y^2 + 7x - y ; M_0(2; -1) ; M_1(1,96; -1,07) .$$

$$5.8. z = \frac{x-y^2}{x+y^2} ; M_0(-2; 2) ; M_1(-2,04; 2,03) . \quad 5.9. z = 2x^2 - 3xy^2 ; M_0(1; 1) ; M_1(1,02; 0,97) .$$

$$5.10. z = 7x^2 - y^2 + 2xy + 4x + 2y ; M_0(-1; -2) ; M_1(-0,98; -1,91) .$$

$$5.11. z = 4x - 3y + xy^2 - 2x^2 ; M_0(2; 3) ; M_1(2,03; 2,96) .$$

$$5.12. z = \frac{x^2}{y} + \frac{y}{x} ; M_0(0,5; 0,25) ; M_1(0,45; 0,27) . \quad 5.13. z = \frac{x-y^2}{x+y^2} ; M_0(-2; 2) ; M_1(-2,04; 2,03) .$$

$$5.14. z = x^2y - 2xy^2 + 6x - 4y + 2 ; M_0(1; -1) ; M_1(0,98; -0,97) .$$

$$5.15. z = x^3 - 4xy - 2y^2 - 4x - 5y ; M_0(2; -1) ; M_1(1,94; -1,07) .$$

$$5.16. z = 5x^2 - 2xy^2 - 7y + 4 ; M_0(1; -2) ; M_1(1,06; -2,04) .$$

$$5.17. z = 4x^2 - 3xy + 8x + 9y - 1 ; M_0(2; -3) ; M_1(2,03; -3,06) .$$

$$5.18. z = 2x^2 - 4xy - 3y^2 + 7x - y ; M_0(2; -1) ; M_1(1,96; -1,07) .$$

$$5.19. z = 7x^2 - y^2 + 2xy + 4x + 2y ; M_0(-1; -2) ; M_1(-0,98; -1,91) .$$

$$5.20. z = 4x - 3y + xy^2 - 2x^2 ; M_0(2; 3) ; M_1(2,03; 2,96) .$$

$$5.21. z = 2x^2 - 3xy^2 ; M_0(1; 1) ; M_1(1,02; 0,97) . \quad 5.22. z = \frac{x^2}{y} + \frac{y}{x} ; M_0(0,5; 0,25) ; M_1(0,45; 0,27) .$$

$$5.23. z = x^2y - 2xy^2 + 6x - 4y + 2 ; M_0(1; -1) ; M_1(0,98; -0,97) .$$

$$5.24. z = x^3 - 4xy - 2y^2 - 4x - 5y ; M_0(2; -1) ; M_1(1,94; -1,07) .$$

$$5.25. z = 5x^3 - 3xy^2 + xy ; M_0(1; 1) ; M_1(1,03; 0,98) .$$

$$5.26. z = x^3 - 3x^2y + 5xy^2 ; M_0(-1; 2) ; M_1(-1,03; 1,99) .$$

$$5.27. z = 7x^3 + 3y^2x + 2xy^2 - xy ; M_0(1; -2) ; M_1(0,98; -1,96) .$$

$$5.28. \quad z = \frac{x^2}{2y} + xy - \frac{y}{x}; \quad M_0(0,5; -2); \quad M_1(0,47; -1,98).$$

$$5.29. \quad z = 5x^2 - 3y^3x + 2xy^2 + 3xy; \quad M_0(1; -1); \quad M_1(1,04; -0,97).$$

$$5.30. \quad z = 3yx^2 - y^2x + 5xy^2 - 2xy + 5; \quad M_0(1; -3); \quad M_1(0,97; -3,03);$$

ВТОРОЙ СЕМЕСТР

Индивидуальные задания по теме: «Определённый интеграл и его приложения»

В заданиях 1-5 вычислить интегралы, применив в 1-4– метод подстановки, в 5 – метод интегрирования по частям.

В заданиях 6-9, 9* определить и объяснить, какие из интегралов являются несобственными. Исследовать на сходимость несобственные интегралы. В случае сходимости вычислить интеграл.

В заданиях 10-13 найти площадь фигуры, ограниченной указанными линиями (в заданиях 10, 11 линии заданы в декартовой системе координат, в задании 12 – в полярных координатах, в задании 13 линии заданы параметрическими уравнениями). Сделать чертежи фигур.

В задании 14 вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями в полярных координатах. Сделать чертеж кривой

В задании 15 вычислить объём тела вращения, полученного вращением фигуры G вокруг указанной оси координат. Сделать чертежи фигуры G и тела вращения.

В задании 16 вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой L вокруг указанной оси. Сделать чертежи кривой L и поверхности вращения.

Все вычисления провести с точностью до двух знаков после запятой.

Вариант 1

$$1. \int_0^1 (5x-2)^4 dx. \quad 2. \int_0^{\pi/2} \sin 3x dx. \quad 3. \int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \cos(x^2) dx. \quad 4. \int_0^{\ln 2} e^{2x-1} dx. \quad 5. \int_1^2 (x+1) \ln x dx.$$

$$6. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^5}. \quad 7. \int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{x-1}}. \quad 8. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x-1}}. \quad 9. \int_0^{\infty} e^{-x} dx. \quad 9^*. \int_0^{\infty} x \sin x dx.$$

$$10. y = x^2 + 1, \quad x + y = 3. \quad 11. y^2 = 4x, \quad x = 4. \quad 12. r = 3\sqrt{\cos 3\varphi}.$$

$$13. x = 4\sqrt{2}\cos^3 t, \quad y = 2\sqrt{2}\sin^3 t, \quad x = 2, \quad (x \geq 2). \quad 14. r = 3e^{3\varphi/4}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$$

$$15. G: y = 2 - x^2/2, \quad x + y = 2, \quad Oy. \quad 16. L: y = x^3/8 \quad (-2 \leq x \leq 2), \quad Ox.$$

Вариант 2

$$1. \int_0^1 e^{2x} dx. \quad 2. \int_0^3 \frac{dx}{4x+2}. \quad 3. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 4. \int_1^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x}} \quad 5. \int_{\pi}^{2\pi} x^2 \sin x dx. \quad .$$

$$6. \int_0^{+\infty} e^{-x} dx. \quad 7. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}. \quad 8. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x}}. \quad 9. \int_{-2}^0 \frac{dx}{x+2}. \quad 9^*. \int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^{\frac{3}{2}}}$$

10. $y = (x+1)^2$, $y = 1-x$, $y = 0$. 11. $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$. 12. $r = 4\cos 3\varphi$, $r = 2$ ($r \geq 2$) 13.
 $x = 3\cos t$, $y = 2\sin t$, $x = 2$, $x \geq 2$. 14. $r = 2e^{4\varphi/3}$, $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.
 15. G : $y = x - x^2$, $y = 0$, Ox . 16. $r = 2\cos 2\varphi$, полярная ось.

Вариант 3

$$1. \int_0^1 \frac{dx}{1+4x^2}. \quad 2. \int_1^2 (x^2 - 2x + 3) dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{xdx}{1+x^4}. \quad 4. \int_2^5 \frac{\ln^2 x}{x} dx. \quad 5. \int_1^2 x^2 e^x dx.$$

$$6. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{5+9x^2}. \quad 7. \int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}. \quad 8. \int_0^{1/4} \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}. \quad 9. \int_0^{\infty} x e^{x^2} dx. \quad 9^*. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(1+x)}.$$

10. $y = (x+1)^2$, $x+y=1$. 11. $y = x^2$, $x=2$, $y=0$. 12. $r = 2\cos 2\varphi$.
 13. $x = 4(t - \sin t)$, $y = 4(1 - \cos t)$, $y = 4$, $0 < x < 8\pi$, $y \geq 4$.
 14. $r = \sqrt{2}e^\varphi$, $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$. 15. G : $2y = x^2$, $2x + 2y - 5 = 0$, Ox .
 16. L : $x = 10(t - \sin t)$, $y = 10(1 - \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$, Ox .

Вариант 4

$$1. \int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}} dx \quad 2. \int_2^6 \sqrt{x-2} dx. \quad 3. \int_0^{1/2} \frac{\arctg 2x}{1+4x^2} dx. \quad 4. \int_2^5 e^{x^2-5} x dx. \quad 5. \int_{\pi}^{2\pi} x^2 \cos x dx. \quad .$$

$$6. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{5+x}}. \quad 7. \int_1^2 x \ln x dx. \quad 8. \int_0^1 x \ln x dx. \quad 9. \int_{-1}^0 \frac{xdx}{x+1}. \quad 9^*. \int_2^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx.$$

10. $y = x^2$, $y = 3-2x$. 11. $y = 2x - x^2$, $x = 2-x$. 12. $r = \sqrt{3}\cos\varphi$, $r = \sin\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.
 13. $x = 16\cos^3 t$, $y = 2\sin^3 t$, $x = 2$, ($x \geq 2$). 14. $r = 5e^{5\varphi/12}$, $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.
 15. G : $x = 3 - y^2$, $x = 0$, Oy . 16. L : $y = x^2/4$, отсеченная прямой $y = \frac{9}{4}$, Oy .

Вариант 5

$$1. \int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}. \quad 2. \int_0^3 \frac{xdx}{(1-x^2)}. \quad 3. \int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2 x \sin x dx. \quad 4. \int_0^2 e^{3x} dx. \quad 5. \int_0^1 \arctg x dx.$$

$$6. \int_0^{+\infty} \frac{\arctg x dx}{1+x^2}. \quad 7. \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x^4}. \quad 8. \int_{-2}^1 \frac{dx}{x^4}. \quad 9. \int_2^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^3-2)^4}. \quad \mathfrak{G}^*. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+5}.$$

10. $y = 2x - x^2$, $y = -x$. 11. $y = 1 - x^2$, $y = 2 + x^2$, $x = 0$, $x = 1$. 12. $r = \sqrt{3} \cos 4\varphi$.
 13. $x = 2 \cos t$, $y = 6 \sin t$, $y = 3$, $y \geq 3$. 14. $r = 6e^{12\varphi/5}$, $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$.
 15. $G: \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{3}$, $x = 0, y = 0, Ox$. 16. $L: 2y = x^3/3$ ($0 \leq x \leq 3$), Oy .

Вариант 6

$$1. \int_1^2 \frac{dx}{2x-1}. \quad 2. \int_0^1 2^x dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{x^3 dx}{1+x^4}. \quad 4. \int_2^4 \frac{dx}{x \ln x}. \quad 5. \int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx.$$

$$6. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{3+2x}. \quad 7. \int_0^3 \frac{dx}{(x-1)^2}. \quad 8. \int_2^3 \frac{dx}{(x-1)^2}. \quad 9. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-x}}. \quad \mathfrak{G}^*. \int_0^{\infty} (x+3)e^{-2x} dx$$

10. $y^2 = 2x + 1$, $x - y - 1 = 0$, $x = 0$. 11. $y = -x^2 + 5x - 6$, $y = 0$. 13. $r = 3 \sin 3\varphi$.
 13. $x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(1 - \cos t)$, $y = 3$, $0 < x < 4\pi$, $y \geq 3$.
 14. $r = 3e^{3\varphi/4}$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$. 15. $G: y^3 = x^2$, $y = 1$, Ox .
 16. $L: y = \sqrt{x}$, отсеченная прямой $y = x$, Ox .

Вариант 7

$$1. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 2. \int_0^{\pi/2} \sin 5x dx. \quad 3. \int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \sin(x^2) dx. \quad 4. \int_{-1}^0 \sqrt{x+1} dx. \quad 5. \int_0^{\pi/2} (x^2+1) \sin x dx.$$

$$6. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}. \quad 7. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}. \quad 8. \int_2^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}. \quad 9. \int_2^{\infty} \frac{xdx}{(x^2-1)^2}. \quad \mathfrak{G}^*. \int_{-\infty}^0 \frac{2x+3}{2x^2-4x+6} dx$$

10. $y = 2x - x^2 + 3$, $y = x^2 - 4x + 3$. 11. $y = (x-1)^2$, $x = 0$, $y = 0$.
 12. $r = 2 \cos \varphi$, $r = 2\sqrt{3} \sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$. 13. $x = 6 \cos t$, $y = 2 \sin t$, $y = \sqrt{3}$, $y \geq \sqrt{3}$.
 14. $r = 4e^{4\varphi/3}$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$. 15. $G: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, Oy .
 16. $L: x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(1 - \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$, Ox .

Вариант 8

$$1. \int_0^1 (2x-7)^2 dx. \quad 2. \int_0^3 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx. \quad 3. \int_0^1 x e^{x^2} dx. \quad 4. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}. \quad 5. \int_0^1 x \cdot \arctg x dx$$

$$6. \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 7. \int_1^2 \frac{dx}{(2-x)^3}. \quad 8. \int_0^1 \frac{dx}{(2-x)^3}. \quad 9. \int_0^2 \frac{x}{x^2-4} dx. \quad \mathfrak{G}^*. \int_0^{\infty} \frac{e^{\arctg 3x}}{1+9x^2} dx.$$

10. $y = x^2 + 1$, $y = x + 1$. 11. $y = x^3$, $y = x^2$. 12. $r = 6\sin 3\varphi$, $r = 3$ ($r \geq 3$).
 13. $x = 16\cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $x = 6\sqrt{3}$, ($x \geq 6\sqrt{3}$). 14. $r = \sqrt{2}e^\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$.
 15. G : $x = 5(t - \sin t)$, $y = 5(1 - \cos t)$, Ox . 16. L : $x = \cos t$, $y = 3 + \sin t$, Ox .

Вариант 9

$$1. \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx. \quad 2. \int_2^3 \frac{dx}{4x^2 - 1}. \quad 3. \int_e^{e^3} \frac{\ln^2 x}{x} dx. \quad 4. \int_3^6 \frac{dx}{\sqrt{x-2}}. \quad 5. \int_0^{2\pi} x^2 \sin x dx.$$

$$6. \int_0^{+\infty} x e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad 7. \int_1^2 \frac{dx}{x^3 - 5x^2}. \quad 8. \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x^3 - 5x^2}. \quad 9. \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x+2)^3}. \quad 9^*. \int_{\pi}^{\infty} x \cos 3x dx.$$

10. $y = x^3$, $y = x$. 11. $y = (x-1)^2$, $y = 1$. 12. $r = 6\cos 3\varphi$, $r = 3$ ($r \geq 3$).
 13. $x = 3(t - \sin t)$, $y = 3(1 - \cos t)$, $y = 3$, $0 < x < 6\pi$, $y \geq 3$.
 14. $r = 3e^{5\varphi/12}$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$. 15. G : $x = 3\cos^2 t$, $y = 5\sin^2 t$, ($0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$) Oy .
 16. L : $x = y^3/3$ ($-3 \leq x \leq 3$), Oy .

Вариант 10

$$1. \int_0^1 (4x-5)^4 dx. \quad 2. \int_0^{\pi/2} \sin \frac{x}{2} dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+1} dx. \quad 4. \int_2^3 \sqrt{x-2} dx. \quad 5. \int_{\pi/2}^{\pi} x^2 \cos x dx.$$

$$6. \int_0^{+\infty} e^{-x} dx. \quad 7. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}. \quad 8. \int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}. \quad 9. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}. \quad 9^*. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{1+x^2}$$

10. $y = x - x^2 + 2$, $y = x^2 - 3x + 2$. 11. $y^2 = 2x$, $x = 2$. 12. $r = \cos \varphi$, $r = 2\cos \varphi$.
 13. $x = 8\sqrt{2}\cos^3 t$, $y = \sqrt{2}\sin^3 t$, $x = 4$, ($x \geq 4$). 14. $r = 12e^{12\varphi/5}$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$.
 15. G : $x = y^2$, $y = x^2$, Oy . 16. L : $y = x^3/3$ ($-1 \leq x \leq 1$), Ox .

Вариант 11

$$1. \int_0^1 e^{-3x} dx. \quad 2. \int_1^e \frac{dx}{(5x-1)}. \quad 3. \int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos x dx. \quad 4. \int_0^{\sqrt{3}/3} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx. \quad 5. \int_1^2 x^3 \ln x dx.$$

$$6. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^5}. \quad 7. \int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{x-1}}. \quad 8. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x-1}}. \quad 9. \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx. \quad 9^*. \int_0^{\infty} x e^{-3x} dx.$$

10. $y = x - x^2 + 2$, $y = 0$. 11. $y = x^2$, $x = 2$, $y = 0$. 12. $r = 1 + \sqrt{2}\cos \varphi$.
 13. $x = 2\sqrt{2}\cos t$, $y = 3\sqrt{2}\sin t$, $y = 3$, $y \geq 3$. 14. $r = 1 - \sin \varphi$, $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$.
 15. G : $(x-1)^3 = y^2$, $x = 2$, Ox . 16. L : $x = \cos t$, $y = 1 + \sin t$, Ox .

Вариант 12

$$1. \int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt{1-3x^2}}. \quad 2. \int_2^6 \sqrt{x-2} dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{x^3 dx}{1+x^8}. \quad 4. \int_0^{\pi/6} e^{\sin x} \cos x dx. \quad 5. \int_{\pi/2}^{\pi} x^2 \sin x dx.$$

$$6. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+3}}. \quad 7. \int_1^2 \ln x dx. \quad 8. \int_0^1 \ln x dx. \quad 9. \int_{-3}^0 \frac{dx}{(x+3)^4}. \quad 9^*. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{xdx}{x^4 + 4x^2 + 8}.$$

$$10. y = x - x^2 + 2, \quad y = -x. \quad 11. y = 2x - x^2, \quad y = 2 - x. \quad 12. r = 3 \sin \varphi, \quad r = \sin \varphi.$$

$$13. x = 6(t - \sin t), \quad y = 6(1 - \cos t), \quad y = 9, \quad 0 < x < 12\pi, \quad y \geq 9.$$

$$14. r = 2(1 - \cos \varphi), \quad -\pi \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{2}. \quad 15. G: x = \sqrt{1 - y^2}, \quad y = \sqrt{\frac{3}{2}}x, \quad y = 0, \quad O_x.$$

$$16. L: x^2 = 4 + y, \text{ отсекаемая прямой } y = 2, \quad O_y.$$

Вариант 13

$$1. \int_0^{\pi/3} t g x dx. \quad 2. \int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}. \quad 3. \int_e^{e^2} \frac{\ln x dx}{x}. \quad 4. \int_0^{1/4} x \sin(x^2) dx. \quad 5. \int_2^3 (x^2 + 2) e^x dx.$$

$$6. \int_0^{+\infty} \frac{\arctg x dx}{1+x^2}. \quad 7. \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x^4}. \quad 8. \int_{-2}^1 \frac{dx}{x^4}. \quad 9. \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+9}. \quad 9^*. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}.$$

$$10. y = \frac{x^2}{3}, \quad y = 4 - \frac{2}{3}x^2. \quad 11. y = 1 - x^2, \quad y = 2 + x^2, \quad x = 0, \quad x = 1.$$

$$12. r = 2 \cos \varphi, \quad r = 5 \cos \varphi. \quad 13. x = 32 \cos^3 t, \quad y = \sin^3 t, \quad x = 4, \quad (x \geq 4).$$

$$14. r = 3(1 + \sin \varphi), \quad -\frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq 0. \quad 15. G: y = 2 \sin x, \quad y = 0 \quad (0 \leq x \leq \pi), \quad O_x.$$

$$16. L: x = 5(t - \sin t), \quad y = 5(1 - \cos t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad O_x.$$

Вариант 14

$$1. \int_1^2 \frac{dx}{2x-1}. \quad 2. \int_0^1 \frac{dx}{x^2+4x+5}. \quad 3. \int_0^{\cos 1} \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx. \quad 4. \int_2^5 \sqrt{x-2} dx. \quad 5. \int_{-1}^0 \arctg x dx.$$

$$6. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{2x+3}. \quad 7. \int_0^3 \frac{dx}{(x-1)^2}. \quad 8. \int_2^3 \frac{dx}{(x-1)^2}. \quad 9. \int_2^{\infty} \frac{\ln x dx}{x}. \quad 9^*. \int_0^{\infty} \frac{xdx}{x^2+4}.$$

$$10. y = 4 - \frac{2x^2}{3}, \quad y = \frac{10}{3}. \quad 11. y = -x^2 + 5x - 6, \quad y = 0. \quad 12. r = \sin 2\varphi, \quad r = 2 \sin 2\varphi.$$

$$13. x = 3 \cos t, \quad y = 8 \sin t, \quad y = 4, \quad y \geq 4. \quad 14. r = 4(1 - \sin \varphi), \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}.$$

$$15. G: y = e^{2x}, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad O_x. \quad 16. L: x = \cos^3 t, \quad y = \sin^3 t, \quad O_x.$$

Вариант 15

$$1. \int_{-\pi/2}^0 \sin \frac{x}{3} dx. \quad 2. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 3. \int_0^1 x(x^2+1)^3 dx. \quad 4. \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx. \quad 5. \int_0^{\pi/2} x^2 \cos x dx.$$

$$6. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}. \quad 7. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}. \quad 8. \int_2^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}. \quad 9. \int_1^{\infty} \frac{dx}{2x+3}. \quad 9^*. \int_6^{\infty} \frac{dx}{x^2-6x+5}.$$

$$10. y = x^3, \quad x=0, \quad y=1. \quad 11. y = (x-1)^2, \quad y=0, \quad x=0. \quad 12. r = 1 + \sqrt{2} \cos \varphi.$$

$$13. x = 6(t - \sin t), \quad y = 6(1 - \cos t), \quad y = 6, \quad 0 < x < 12\pi, \quad y \geq 6.$$

$$14. r = 5(1 - \cos \varphi), \quad -\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq 0. \quad 15. G: 4x = y^2, \quad 4y = x^2, \quad Ox.$$

$$16. r = \sqrt{\cos 2\varphi}, \quad \text{полярная ось.}$$

Вариант 16

$$1. \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx. \quad 2. \int_0^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-(\ln x)^2}}. \quad 3. \int_0^{1/2} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx. \quad 4. \int_3^4 \sqrt{x-3} dx. \quad 5. \int_0^1 (x^2+3)e^x dx.$$

$$6. \int_0^{+\infty} x e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad 7. \int_0^1 \frac{dx}{x^3-5x^2}. \quad 8. \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x^3-5x^2}. \quad 9. \int_0^{\infty} \frac{\arctg x dx}{1+x^2}. \quad 9^*. \int_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{x^4}.$$

$$10. y = x^2 - 1, \quad y = \frac{3}{2}x, \quad x \geq 0 \quad 11. y = (x-1)^2, \quad y=1. \quad 12. r = 1/2 + \cos \varphi.$$

$$13. x = 8\cos^3 t, \quad y = 4\sin^3 t, \quad x = 3\sqrt{3}, \quad (x \geq 3\sqrt{3}). \quad 14. r = 6(1 + \sin \varphi), \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 0.$$

$$15. G: x = 3\cos t, \quad y = 5\sin t, \quad Oy. \quad 16. L: y^2 = 4 + x, \quad \text{отсекаемая прямой } x = 2, \quad Ox.$$

Вариант 17

$$1. \int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx. \quad 2. \int_{-\pi/2}^{-\pi/4} \frac{\cos^3 x dx}{\sqrt[3]{\sin x}}. \quad 3. \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x}{e^x-1} dx. \quad 4. \int_0^{10} \sqrt{10-x} dx. \quad 5. \int_0^{\pi/2} x^2 \sin x dx.$$

$$6. \int_2^{+\infty} \frac{xdx}{(x^2-1)^2}. \quad 7. \int_2^3 \frac{xdx}{\sqrt{x^2-1}}. \quad 8. \int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{x^2-1}}. \quad 9. \int_0^4 \frac{dx}{(x-4)^3}. \quad 9^*. \int_{\pi}^{\infty} x \cos^2 x dx.$$

$$10. y = \frac{x^2}{2}, \quad y=0, \quad x=1, \quad x=3. \quad 11. y = x^2 - 2x + 1, \quad x + y = 1.$$

$$12. r = \sqrt{2} \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right), \quad r = \cos \varphi, \quad -\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}. \quad 13. x = 9\cos t, \quad y = 4\sin t, \quad y = 2, \quad y \geq 2.$$

$$14. r = 7(1 - \sin \varphi), \quad -\frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}. \quad 15. G: 27x = y^2, \quad y = x^2, \quad Oy.$$

$$16. L: y^2 = 2x, \quad \text{отсекаемая прямой } 2x = 3, \quad Ox.$$

Вариант 18

$$1. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+9x^2}. \quad 2. \int_1^2 (x^4 - 3x + 1) dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{1+x^6}. \quad 4. \int_{-3}^1 \sqrt{x+3} dx. \quad 5. \int_0^1 \ln(1+x^2) dx.$$

$$6. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}. \quad 7. \int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}. \quad 8. \int_0^{1/5} \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}. \quad 9. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x-6}. \quad \mathcal{G}^* \int_{-\infty}^{-2} \frac{2x^2 + 7x - 1}{(x-1)(x+1)^2} dx.$$

$$10. y^2 = x, \quad x=1, \quad x=4. \quad 11. y=1-x^2, \quad y=x^2+2, \quad x=0, \quad x=1.$$

$$12. r = \sqrt{2} \cos(\varphi - \frac{\pi}{4}), \quad r = \sqrt{2} \sin(\varphi - \frac{\pi}{4}), \quad \frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{4}.$$

$$13. x = 10(t - \sin t), \quad y = 10(1 - \cos t), \quad y = 15, \quad 0 < x < 20\pi, \quad y \geq 15.$$

$$14. r = 8(1 - \cos \varphi), \quad -\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq 0. \quad 15. G: 4x = 3y^2, \quad x = 3, \quad Oy.$$

$$16. L: 4y = x^3/2 \quad (0 \leq x \leq 1), \quad Ox.$$

Вариант 19

$$1. \int_2^3 \frac{dx}{3x-5}. \quad 2. \int_1^2 \frac{dx}{x^2+6x-1}. \quad 3. \int_0^1 \frac{\arctg^2 x dx}{1+x^2}. \quad 4. \int_3^7 \frac{dx}{x \ln^2 x}. \quad 5. \int_0^{\pi} (x^2+2) \cos x dx.$$

$$6. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{3x+2}. \quad 7. \int_0^2 \frac{dx}{(x-2)^2}. \quad 8. \int_3^4 \frac{dx}{(x-2)^2}. \quad 9. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x-1}}. \quad \mathcal{G}^* \int_1^{\infty} \frac{dx}{5x^2+4x+3}.$$

$$10. y = 2x - x^2, \quad y = x^2 - 4x. \quad 11. y = x^3, \quad y = \sqrt{x}. \quad 12. r = 1 + \sqrt{2} \sin \varphi.$$

$$13. x = 2\sqrt{2} \cos^3 t, \quad y = \sqrt{2} \sin^3 t, \quad x = 1, \quad (x \geq 1). \quad 14. r = 2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{3}{4}.$$

$$15. G: y = 4x - x^2, \quad y = 0, \quad Ox. \quad 16. r^2 = 9 \cos 2\varphi, \quad \text{полярная ось.}$$

Вариант 20

$$1. \int_0^{\pi/4} \sin 2t \cdot dt. \quad 2. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 3. \int_0^{\sin 1} \frac{\arcsin^2 x dx}{\sqrt{1-x^2}}. \quad 4. \int_{-2}^2 \sqrt{x+2} dx. \quad 5. \int_0^{\pi} x^2 \cos x dx.$$

$$6. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+5}. \quad 7. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-2}}. \quad 8. \int_3^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-2}}. \quad 9. \int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+3}}. \quad \mathcal{G}^* \int_1^{\infty} \frac{\arctg x}{1+x^2} dx.$$

$$10. x+y=1; \quad y-x=1; \quad y=0. \quad 11. y=x^3, \quad y=x^2. \quad 12. r = (3/2) \sin \varphi, \quad r = (5/2) \sin \varphi$$

$$13. x = 6 \cos t, \quad y = 4 \sin t, \quad y = 2\sqrt{3}, \quad y \geq 2\sqrt{3}. \quad 14. r = 2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{4}{3}.$$

$$15. G: r = 3(1 + \cos \varphi), \quad \text{полярная ось.} \quad 16. r = 6 \sin \varphi, \quad \text{полярная ось.}$$

Вариант 21

$$1. \int_2^3 \frac{dx}{(x-1)^3}. \quad 2. \int_{\pi/18}^{\pi/24} tg 6x. \quad 3. \int_0^1 x^2 (x^3-1)^4 dx. \quad 4. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{5-4x}} dx. \quad 5. \int_0^{\sqrt{3}} x \cdot arctg x dx.$$

$$6. \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 7. \int_1^3 \frac{dx}{(3-x)^2}. \quad 8. \int_0^1 \frac{dx}{(3-x)^2}. \quad 9. \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx. \quad 9^*. \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx.$$

$$10. y = 2x, \quad y = x, \quad x = 1, \quad x = 2. \quad 11. y = (x-1)^2, \quad y = 0, \quad x = 0.$$

$$12. r = \sqrt{2} \cos(\varphi - \frac{\pi}{4}), \quad r = \sin \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{4}$$

$$13. x = (t - \sin t), \quad y = (1 - \cos t), \quad y = 1, \quad 0 < x < 2\pi, \quad y \geq 1. \quad 14. r = 2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{5}{12}.$$

$$15. G: x = 5 \sin^3 t, \quad y = 5 \cos^3 t, \quad Oy.$$

$$16. L: x = 7(t - \sin t), \quad y = 7(1 - \cos t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad Ox.$$

Вариант 22

$$1. \int_0^{\pi/4} \cos^2 2x dx. \quad 2. \int_1^{\sqrt[3]{e}} \frac{dx}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}}. \quad 3. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^3 - 7}. \quad 4. \int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx. \quad 5. \int_0^{\pi} x^2 \sin x dx.$$

$$6. \int_1^{+\infty} x e^{-x^2} dx. \quad 7. \int_{-2}^1 \frac{dx}{x^2 - 5x}. \quad 8. \int_1^2 \frac{dx}{x^2 - 5x}. \quad 9. \int_0^{\infty} \frac{dx}{4+x^2}. \quad 9^*. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}.$$

$$10. y = \sin x, \quad y = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi. \quad 11. y = (x-1)^2, \quad y = 1. \quad 12. r = 8 \cos \varphi, \quad r = 4 \cos \varphi.$$

$$13. x = 8 \cos^3 t, \quad y = 8 \sin^3 t, \quad x = 1, \quad (x \geq 1). \quad 14. r = 2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{12}{5}.$$

$$15. G: 1 = \frac{x^2}{25} + y^2, \quad x = 0, \quad Ox. \quad 16. r = 2 \sin 2\varphi, \quad \text{полярная ось.}$$

Вариант 23

$$1. \int_0^1 (3x-2)^4 dx. \quad 2. \int_0^{\pi/2} \sin 5x dx. \quad 3. \int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \cos(x^2) dx. \quad 4. \int_0^{\ln 2} (e^x - 1) dx. \quad 5. \int_1^2 (x+2) \ln x dx.$$

$$6. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^7}. \quad 7. \int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{x-2}}. \quad 8. \int_3^4 \frac{dx}{\sqrt{x-2}}. \quad 9. \int_0^{\infty} e^{-2x} dx. \quad 9^*. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x \ln^2 \ln x}.$$

$$10. y = x^2 + 1, \quad x + y = 2. \quad 11. y^2 = 4x, \quad x = 1. \quad 12. r = \sqrt{3} \cos 4\varphi, \quad r = \cos 4\varphi.$$

$$13. x = \sqrt{2} \cos t, \quad y = 4\sqrt{2} \sin t, \quad y = 4, \quad y \geq 4. \quad 14. r = 4\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{3}{4}.$$

$$15. G: x^3 = (y-1)^2, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad Ox. \quad 16. r = \frac{3}{2} \cos \varphi, \quad \text{полярная ось.}$$

Вариант 24

$$1. \int_0^1 e^{3x} dx. \quad 2. \int_0^3 \frac{dx}{4x+1}. \quad 3. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 4. \int_1^5 \frac{dx}{\sqrt{3+4x}} \quad 5. \int_{\pi}^{2\pi} (x+1) \sin x dx. \quad .$$

$$6. \int_0^{+\infty} e^{-2x} dx. \quad 7. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x}}. \quad 8. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}. \quad 9. \int_{-3}^0 \frac{dx}{x+3}. \quad 9^*. \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{4+x}}.$$

10. $y = (x+2)^2$, $y = 1-x$, $y = 0$. 11. $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$. 12. $r = \sin 6\varphi$.
 13. $x = 8(t - \sin t)$, $y = 8(1 - \cos t)$, $y = 12$, $0 < x < 16\pi$, $y \geq 12$.
 14. $r = 3\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{4}{3}$. 15. $G: xy = 4$, $2x + y = 6$, Ox .
 16. $L: x = 3\cos^3 t$, $y = 3\sin^3 t$, Ox .

Вариант 25

$$1. \int_0^1 \frac{dx}{1+3x^2}. \quad 2. \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{2x dx}{1+x^4}. \quad 4. \int_2^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx. \quad 5. \int_1^2 x^2 e^x dx.$$

$$6. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{4+9x^2}. \quad 7. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}. \quad 8. \int_0^{1/2} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}. \quad 9. \int_0^{\infty} x e^{x^2} dx. \quad 9^*. \int_1^{\infty} \frac{x dx}{(1+x)^2}$$

10. $y = (x+2)^2$, $x + y = 1$. 11. $y = x^2$, $x = 3$, $y = 0$. 12. $r = \cos \varphi + \sin \varphi$.
 13. $x = 24\cos^3 t$, $y = 2\sin^3 t$, $x = 9\sqrt{3}$, $(x \geq 9\sqrt{3})$. 14. $r = 5\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{12}{5}$.
 15. $G: y = 2 - x^2$, $y = x^2$, Ox . 16. $L: x = 2\cos t$, $y = 3 + 2\sin t$, Ox .

Вариант 26

$$1. \int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt{1-8x^2}} dx \quad 2. \int_2^6 \sqrt{x-1} dx. \quad 3. \int_0^{1/2} \frac{\arctg 2x}{1+4x^2} dx. \quad 4. \int_3^5 \frac{x dx}{\sqrt{x^2-2}} \quad 5. \int_{\pi}^{2\pi} x^2 \cos x dx. \quad .$$

$$6. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{6+x}}. \quad 7. \int_1^2 x \ln x dx. \quad 8. \int_0^1 x \ln x dx. \quad 9. \int_{-2}^0 \frac{dx}{x+2}. \quad 9^*. \int_0^{\infty} x e^{-3x} dx$$

10. $y = x^2$, $y = 3 - 2x$. 11. $y = 2x - x^2$, $y = 2 - x$. 12. $r = \cos \varphi - \sin \varphi$
 13. $x = 3\cos t$, $y = 8\sin t$, $y = 4\sqrt{3}$, $y \geq 4\sqrt{3}$. 14. $r = 3\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{4}{3}$.
 15. $G: y = 8 - x^2$, $y = x^2$, Ox . 16. $r^2 = 16\cos 2\varphi$, полярная ось.

Вариант 27

$$1. \int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}. \quad 2. \int_0^{\pi/3} \operatorname{tg} x dx. \quad 3. \int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2 x \sin x dx. \quad 4. \int_0^2 \sqrt{4-x} dx. \quad 5. \int_0^1 \operatorname{arctg} x dx.$$

$$6. \int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x dx}{1+x^2}. \quad 7. \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x^4}. \quad 8. \int_{-2}^1 \frac{dx}{x^4}. \quad 9. \int_1^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^3-2)^4}. \quad 9^*. \int_0^{\infty} (x+3)e^{-2x} dx$$

10. $y = 2x - x^2$, $y = -x$. 11. $y = 1 - x^2$, $y = 2 + x^2$, $x = 0$, $x = 1$. 12. $r = 2\cos 6\varphi$.

13. $x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(1 - \cos t)$, $y = 2$, $0 < x < 4\pi$, $y \geq 2$.

14. $r = 8\cos\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$. 15. G : $x = \sqrt{3}\cos t$, $y = 2\sin t$, Ox .

16. L : $y = x^3$, между прямыми $x = \pm 2/3$, Ox .

Вариант 28

1. $\int_1^2 \frac{dx}{2x-1}$. 2. $\int_0^1 2^x dx$. 3. $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{1+x^4}$. 4. $\int_2^9 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$. 5. $\int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx$.

6. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{3+2x}$. 7. $\int_0^3 \frac{dx}{(x-1)^2}$. 8. $\int_2^3 \frac{dx}{(x-1)^2}$. 9. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-x}}$. 9*. $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^{\frac{3}{2}}}$

10. $y^2 = 2x + 1$, $x - y - 1 = 0$, $x = 0$. 11. $y = -x^2 + 5x - 6$, $y = 0$. 12. $r = 3\sin 4\varphi$.

13. $x = 4\sqrt{2}\cos^3 t$, $y = \sqrt{2}\sin^3 t$, $x = 2$, ($x \geq 2$). 14. $r = 6\cos\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$.

15. G : $x = \sin^3 t$, $y = \cos^3 t$, Ox . 16. L : $x = 2\cos^3 t$, $y = 2\sin^3 t$, Ox .

Вариант 29

1. $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$. 2. $\int_0^{\pi/2} \sin 5x dx$. 3. $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \sin(x^2) dx$. 4. $\int_{-1}^0 \sqrt{x+1} dx$. 5. $\int_0^{\pi/2} (x^2 + 1) \sin x dx$.

6. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}$. 7. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$. 8. $\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$. 9. $\int_2^{\infty} \frac{xdx}{(x^2-1)^2}$. 9*. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$

10. $y = 2x - x^2 + 3$, $y = x^2 - 4x + 3$. 11. $y = (x-1)^2$, $x = 0$, $y = 0$.

12. $r = 6\cos\varphi$, $r = 6\sin\varphi$. 13. $x = 2\sqrt{2}\cos t$, $y = 5\sqrt{2}\sin t$, $y = 5$, $y \geq 5$.

14. $r = 2\sin\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$. 15. G : $y = x^3$, $2y + 2x = 5$, Ox .

16. L : $x = 3\cos t$, $y = 4 + 3\sin t$, Ox .

Вариант 30

1. $\int_0^1 (2x-7)^2 dx$. 2. $\int_0^3 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx$. 3. $\int_0^1 xe^{x^2} dx$. 4. $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$. 5. $\int_0^1 x \arctg x dx$

6. $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$. 7. $\int_1^2 \frac{dx}{(2-x)^3}$. 8. $\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)^3}$. 9. $\int_2^4 \frac{x}{x^2-4} dx$. 9*. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x \ln^2 \ln x}$

10. $y = x^2 + 1$, $y = x + 1$. 11. $y = x^3$, $y = x^2$. 12. $r = 2\sin\varphi$, $r = 5\sin\varphi$
 13. $x = 4(t - \sin t)$, $y = 4(1 - \cos t)$, $y = 6$, $0 < x < 8\pi$, $y \geq 6$.
 14. $r = 8\sin\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$. 15. G : $y = 12 - x^2$, $y = 2x^2$, Ox .
 16. $r = 4\sin\varphi$, полярная ось.

**Индивидуальные задания по темам:
«Кратные и криволинейные интегралы и их приложения»**

Задание 1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле.

- 1.1. $\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f(x, y) dx$. 1.2. $\int_0^{\sqrt{3}} dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 f(x, y) dy + \int_{-\sqrt{3}}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f(x, y) dy$
- 1.3. $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} f(x, y) \cdot dy$. 1.4. $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy$. 1.5. $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$.
- 1.6. $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f(x, y) dx$. 1.7. $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_1^{\sqrt{2-y}} f(x, y) dx$.
- 1.8. $\int_{-6}^2 dx \int_{\frac{x^2-1}{4}}^{2-x} f(x, y) dy$. 1.9. $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{3-x} f(x, y) \cdot dy$ 1.10. $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^1 f(x, y) dy$.
- 1.11. $\int_1^2 dx \int_{2x}^{2x+3} f(x, y) \cdot dy$. 1.12. $\int_{-1}^0 dx \int_{2x^2}^{x+3} f(x, y) dy$. 1.13. $\int_0^{3/2} dy \int_{2y^2}^{y+3} f(x, y) dx$.
- 1.14. $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-(2+x)}^0 f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_{\sqrt[3]{x}}^0 f(x, y) dy$ 1.15. $\int_0^4 dx \int_{\frac{3}{4}x}^{\sqrt{25-x^2}} f(x, y) dy$.
- 1.16. $\int_0^1 dy \int_{-y}^0 f(x, y) \cdot dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f(x, y) \cdot dx$ 1.17. $\int_0^1 dx \int_{-1}^{x^2+1} f(x, y) \cdot dy$
- 1.18. $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2+x}}^0 f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_{-\sqrt{-x}}^0 f(x, y) dy$. 1.19. $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2+x}}^0 f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_{-\sqrt{-x}}^0 f(x, y) dy$.
- 1.20. $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$. 1.21. $\int_{-2}^{-1} dx \int_0^{x+2} f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy$.
- 1.22. $\int_{-2}^{-1} dx \int_0^{(x+2)^2} f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_0^{-x} f(x, y) dy$. 1.23. $\int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2+x}}^0 f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_x^0 f(x, y) dy$.
- 1.24. $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^0 f(x, y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 f(x, y) dy$. 1.25. $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_1^{(x-2)^2} f(x, y) dy$.

$$1.26. \int_0^1 dx \int_{-x}^0 f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_{x^2-2x}^0 f(x, y) dy. \quad 1.27. \int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f(x, y) dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_x^0 f(x, y) dy.$$

$$1.28. \int_{-2}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2+x}}^0 f(x, y) dy + \int_{-1}^0 dx \int_{-\sqrt{-x}}^0 f(x, y) dy. \quad 1.29. \int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{(x-2)^2} f(x, y) dy$$

$$1.30. \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy.$$

Задание 2. Вычислить двойной интеграл по описываемой области D или по области D , ограниченной указанными линиями. В вариантах 19-30 область D - внутренность треугольника с вершинами в точках A, B, C .

$$2.1. \iint_D x y dx dy, \quad D: \begin{cases} xy = 1 \\ x + y = \frac{5}{2} \end{cases}. \quad 2.2. \iint_D (9x^2 y^2 + 48x^3 y^3) dx dy, \quad D: \begin{cases} x = 1 \\ y = \sqrt{x} \\ y = -x^2 \end{cases}.$$

$$2.3. \iint_D e^{\frac{x}{y}} dx dy, \quad D: \begin{cases} y = x^2 \\ x = 0, y = 1 \end{cases}. \quad 2.4. \iint_D (x + 2y) dx dy, \quad D: \begin{cases} y = x^2 \\ y = \sqrt{x} \end{cases}.$$

$$2.5. \iint_D (18x^2 y^2 + 32x^3 y^3) dx dy, \quad D: \begin{cases} x = 1 \\ y = x^3 \\ y = -\sqrt[3]{x} \end{cases}. \quad 2.6. \iint_D x y dx dy, \quad D: \begin{cases} y = x - 4 \\ y^2 = 2x \end{cases}.$$

$$2.7. \iint_D x y^2 dx dy, \quad D: \begin{cases} y^2 = 2px \\ x = p \end{cases}. \quad 2.8. \iint_D (x^2 + y^2) dx dy, \quad D: x^2 + y^2 \leq 2ay.$$

$$2.9. \iint_D y \cdot \cos(x \cdot y) \cdot dx \cdot dy, \quad D: \begin{cases} y = \frac{\pi}{2} \\ y = \pi \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}. \quad 2.10. \iint_D \frac{y^2}{x^2} dx dy, \quad D: \begin{cases} y = 2 \\ x = y \\ x = \frac{1}{y} \end{cases}.$$

$$2.11. \iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, \quad D: \begin{cases} x^2 + y^2 = \pi^2 \\ x^2 + y^2 = 4\pi^2 \end{cases}. \quad 2.12. \iint_D \frac{x dx dy}{x^2 + y^2}, \quad D: \begin{cases} 2y = x^2 \\ y = x \end{cases}.$$

$$2.13. \iint_D (x^2 + 2y) dx dy, \quad D: \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}. \quad 2.14. \iint_D \sqrt{4 + x + y} dx dy, \quad D: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x + y = 5 \end{cases}.$$

2.15. $\iint_D \sqrt{xy - y^2} dx dy$ по области D , представляющей собой треугольник с

вершинами $O(0,0)$, $A(3,1)$, $B(1,1)$. 2.16. $\iint_D \sqrt{25 - x^2 - y^2} dx dy$, $D: x^2 + y^2 \leq 9$.

2.17. $\iint_D \frac{dx \cdot dy}{(x+y)^2}$ по квадрату $D: \begin{cases} 3 \leq x \leq 4 \\ 1 \leq y \leq 2 \end{cases}$. 2.18. $\iint_D 2y dx dy$, $D: \begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$.

2.19. $\iint_D (2x - y) dx dy$, $D: A(0,2), B(1,0), C(2,4)$. 2.20. $\iint_D (2x + y) dx dy$, $D: A(1,1), B(2,2), C(0,3)$.

2.21. $\iint_D (3x - 2y) dx dy$, $D: A(1,2), B(0,0), C(2,1)$. 2.22. $\iint_D (x - 5y) dx dy$, $D: A(1,2), B(-1,3), C(3,4)$.

2.23. $\iint_D (2x - 3y) dx dy$, $D: A(2,4), B(1,3), C(-1,2)$. 2.24. $\iint_D (5x + 7y) dx dy$, $D: A(4,3), B(3,2), C(0,0)$.

2.25. $\iint_D (3x + 4y) dx dy$, $D: A(2,4), B(3,2), C(1,1)$. 2.26. $\iint_D (4x + 3y) dx dy$, $D: A(1,1), B(3,2), C(4,5)$.

2.27. $\iint_D (x + y) dx dy$, $D: A(0,1), B(1,0), C(2,2)$. 2.28. $\iint_D (2x - y) dx dy$, $D: A(0,2), B(1,0), C(2,4)$.

2.29. $\iint_D (3x + 5y) dx dy$, $D: A(1,1), B(2,2), C(3,0)$. 2.30. $\iint_D (2x + y) dx dy$, $D: A(1,1), B(2,2), C(0,3)$.

Задание 3. 1) Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

2) Пластина D задана ограничивающими её кривыми в указанных областях, μ – поверхностная плотность. Найти массу пластины.

3.1. 1) $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.

2) $D: x = 1, y = 0, y^2 = 4x (y \geq 0)$; $\mu = 5x^2 + y$.

3.2. 1) $x^2 + 4x + y^2 = 0$, $x^2 + 8x + y^2 = 0$, $y = -x/\sqrt{3}$, $y = 0$.

2) $D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4, y \geq 0, x \geq 0$; $\mu = (x + y)/(x^2 + y^2)$.

3.3. 1) $y^2 - 6y + x^2 = 0$, $y^2 - 8y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.

2) $D: x = 1, y = 0, y^2 = 3x (y \geq 0)$; $\mu = 3,5x^2 + 6y$.

3.4. 1) $x^2 + 4x + y^2 = 0$, $x^2 + 2x + y^2 = 0$, $y = -x$, $y = 0$.

2) $D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, y \geq 0, x \geq 0$; $\mu = (2x + 5y)/(x^2 + y^2)$.

3.5. $y^2 - 8y + x^2 = 0$, $y^2 - 10y + x^2 = 0$, $x = y/\sqrt{3}$, $x = \sqrt{3}y$.

2) $D: x = 2, y = 0, y^2 = 2x (y \geq 0)$; $\mu = 7x^2/8 + 2y$.

- 3.6. $x^2 - 7x + y^2 = 0$, $x^2 - 9x + y^2 = 0$, $y = x$ $y = 0$.
 2) D : $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 16$, $y \geq 0$, $x \geq 0$; $\mu = (x + y)/(x^2 + y^2)$.
- 3.7. $y^2 + 6y + x^2 = 0$, $y^2 + 4y + x^2 = 0$, $y = -x$ $x = 0$.
 2) D : $x = 1, y = 0$, $y^2 = x/2$ ($y \geq 0$); $\mu = 7x^2/2 + 6y$.
- 3.8. $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 10x + y^2 = 0$, $y = \sqrt{3}x$ $y = 0$.
 2) D : $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 25$, $y \leq 0$, $x \geq 0$; $\mu = (2x - 3y)/(x^2 + y^2)$.
- 3.9. $y^2 - 6y + x^2 = 0$, $y^2 - 10y + x^2 = 0$, $y = x$ $x = 0$.
 2) D : $x = 0, y = 1$, $y^2 = x$ ($y \geq 0$); $\mu = 3x^2 + 6y$.
- 3.10. $x^2 + 2x + y^2 = 0$, $x^2 + 4x + y^2 = 0$, $y = -x/\sqrt{3}$, $y = -\sqrt{3}x$.
 2) D : $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 9$, $y \leq 0$, $x \geq 0$; $\mu = (2x - y)/(x^2 + y^2)$.
- 3.11. $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 4y + x^2 = 0$, $y = \sqrt{3}x$ $x = 0$.
 2) D : $x = 1, y = 1$, $x^2 = 4y$ ($x \geq 0$); $\mu = x^2 + 3y$.
- 3.12. $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 6x + y^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.
 2) D : $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 = 25$, $y \geq 0$, $x \leq 0$; $\mu = (2y - x)/(x^2 + y^2)$.
- 3.13. $y^2 + 3y + x^2 = 0$, $y^2 + 6y + x^2 = 0$, $y = -\sqrt{3}x$ $x = 0$.
 2) D : $x = 3, y = 0$, $y^2 = x/2$ ($y \geq 0$); $\mu = 2x^2 + 3y$.
- 3.14. $x^2 - 2x + y^2 = 0$, $x^2 - 8x + y^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.
 2) D : $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 16$, $y \geq 0$, $x \leq 0$; $\mu = (2y - 3x)/(x^2 + y^2)$.
- 3.15. $x^2 - 5x + y^2 = 0$, $x^2 - 7x + y^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$.
 2) D : $x = 1/2, y = 0$, $y^2 = 8x$ ($y \geq 0$); $\mu = 7x^2 + 3y$.
- 3.16. $y^2 + 2y + x^2 = 0$, $y^2 + 5y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = -\sqrt{3}x$.
 2) D : $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 = 36$, $y \leq 0$, $x \geq 0$; $\mu = (2x - 8y)/(x^2 + y^2)$.
- 3.17. $x^2 - 7x + y^2 = 0$, $x^2 - 12x + y^2 = 0$, $y = -x/\sqrt{3}$, $y = 0$.
 2) D : $x = 0, y = 5$, $x^2 = 4y$ ($x \geq 0$); $\mu = 7x^2 + 2y$.
- 3.18. $y^2 + 6y + x^2 = 0$, $y^2 + 8y + x^2 = 0$, $y = x/\sqrt{3}$, $y = -\sqrt{3}x$.
 2) D : $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 49$, $y \geq 0$, $x \leq 0$; $\mu = (2y - 5x)/(x^2 + y^2)$.
- 3.19. $x^2 + 12x + y^2 = 0$, $x^2 + 16x + y^2 = 0$, $y = -x$ $y = 0$.
 2) D : $x = 0, y = 4$, $x^2 = 6y$ ($x \geq 0$); $\mu = 3x^2 + y$.
- 3.20. $y^2 - 10y + x^2 = 0$, $y^2 - 20y + x^2 = 0$, $x = -y/\sqrt{3}$, $x = \sqrt{3}y$.

2) $D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4, y \geq 0, x \geq 0; \mu = (3x + 7y)/(x^2 + y^2).$

3.21. $x^2 - 7x + y^2 = 0, x^2 - 12x + y^2 = 0, y = -x, y = 0.$

2) $D: x = 2, y = 0, y^2 = 6x (y \geq 0); \mu = 7x^2/4 + y.$

3.22. $y^2 + 14y + x^2 = 0, y^2 + 16y + x^2 = 0, y = -x, x = 0.$

2) $D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 64, y \leq 0, x \geq 0; \mu = (x - 5y)/(x^2 + y^2).$

3.23. $x^2 - 9x + y^2 = 0, x^2 - x + y^2 = 0, y = -\sqrt{3}x, y = 0.$

2) $D: x = 2, y = 0, y^2 = x/3 (y \geq 0); \mu = 7x^2 + 8y.$

3.24. $y^2 + 6y + x^2 = 0, y^2 + 10y + x^2 = 0, y = -x, x = 0.$

2) $D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 25, y \leq 0, x \geq 0; \mu = (2x - 3y)/(x^2 + y^2).$

3.25. $x^2 + 12x + y^2 = 0, x^2 + 14x + y^2 = 0, y = x/\sqrt{3}, y = -\sqrt{3}x.$

2) $D: x = 1, y = 0, x^2 = 4y (x \geq 0); \mu = 9x^2 + y.$

3.26. $y^2 - 5y + x^2 = 0, y^2 - 9y + x^2 = 0, y = -\sqrt{3}x, x = 0.$

2) $D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 16, y \leq 0, x \geq 0; \mu = (7x - y)/(x^2 + y^2).$

3.27. $x^2 - 22x + y^2 = 0, x^2 - 16x + y^2 = 0, y = x/\sqrt{3}, y = -\sqrt{3}x.$

2) $D: x = 2, y = 0, y^2 = x/4 (y \geq 0); \mu = 5x^2 + 2y.$

3.28. $y^2 + 10y + x^2 = 0, y^2 + 16y + x^2 = 0, y = -\sqrt{3}x, x = 0.$

2) $D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 4, y \geq 0, x \leq 0; \mu = (2y - 8x)/(x^2 + y^2).$

3.29. $x^2 - 4x + y^2 = 0, x^2 - 14x + y^2 = 0, y = -x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

2) $D: x = 1/2, y = 0, x^2 = 4y (x \geq 0); \mu = 4x^2 + 5y.$

3.30. $x^2 - 15x + y^2 = 0, x^2 - 7x + y^2 = 0, y = -x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

2) $D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 36, y \geq 0, x \leq 0; \mu = (2y - 5x)/(x^2 + y^2).$

Задание 4. Вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями, с помощью двойного или тройного интеграла.

4.1. $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2z \\ x^2 + y^2 = z^2 \end{cases}$.

4.2. $\begin{cases} z = 4x^2 + 2y^2 + 1 \\ x + y - 3 = 0 \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$.

4.3. $\begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ 4x + 3y - 2z = 0 \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$.

4.4. $\begin{cases} z = a^2 - x^2 \\ x + y = a \\ y = 2x \\ z = 0, y = 0 \end{cases}$.

4.5. $\begin{cases} x = 0, y = 0, z = 0 \\ x = 1, x + y = 2 \\ z = x^2 + \frac{1}{2}y^2 \end{cases}$.

4.6. $\begin{cases} z + x + y = 3a \\ x^2 + y^2 = a^2 \\ z = 0 \end{cases}$.

$$4.7. \begin{cases} z = 4 - x^2 \\ y = 5, y = 0. \\ z = 0 \end{cases}$$

$$4.8. \begin{cases} y^2 + z^2 = 2ax \\ y^2 + z^2 = 2az, \quad a > 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$4.9. \begin{cases} x^2 = y \\ x^2 = 4 - 3y \\ z = 0, \quad z = 9 \end{cases}$$

$$4.10. \begin{cases} 2z = x^2 + y^2 \\ y + z = 4 \end{cases}$$

$$4.11. \begin{cases} y = x^2 + z^2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$4.12. \begin{cases} x = 6 - z^2 - y^2 \\ x^2 = y^2 + z^2 \end{cases}$$

$$4.13. \begin{cases} y^2 + z^2 = 3x \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4 \end{cases}$$

$$4.14. \begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ y = x^2, y = 1, z = 0 \end{cases}$$

$$4.15. \begin{cases} z = 0, \quad z = 2 - x \\ x = 1, \quad x = y^2 \end{cases}$$

$$4.16. \begin{cases} z = 0 \\ z = \sqrt{1 - y} \\ y = x^2 \end{cases}$$

$$4.17. \begin{cases} z = 0; \quad z = 1 - y^2 \\ x = y^2; \quad x = 2y^2 + 1 \end{cases}$$

$$4.18. \begin{cases} x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0 \\ y + z = 1 \\ x = y^2 + 1 \end{cases}$$

$$4.19. \quad x = 0, z = 0, y = 3x, z = \sqrt{y}, y = 2.$$

$$4.20. \quad x = 3, z = 0, y = 2x, z = y^2.$$

$$4.21. \quad x = 2, z = 0, y = 3x, z = \sqrt{y}.$$

$$4.22. \quad x = 0, z = 0, x + y = 2, z = y^2.$$

$$4.23. \quad x = 0, z = 0, x + y = 4, z = 4\sqrt{y}.$$

$$4.24. \quad z = 0, z = 3x, y^2 = 2 - x.$$

$$4.25. \quad z = 0, 2x - y = 0, 4z = y^2, x + y = 9.$$

$$4.26. \quad y = 0, z = 0, x + y = 2, z = x^2.$$

$$4.27. \quad x = 0, y = 0, z = 0, z = y^2 + 1, x + y = 1.$$

$$4.28. \quad y = 0, z = 0, 2x + 3y = 6, z = x^2.$$

$$4.29. \quad x = 0, z = 0, y = 3x, z = \sqrt{y}, y = 2.$$

$$4.30. \quad x = 3, z = 0, y = 2x, z = y^2.$$

Задание 5. Вычислить тройной интеграл по пространственной области, определяемой указанными неравенствами или ограниченной указанными поверхностями.

$$5.1. 1) \iiint_V \frac{dx dy dz}{(1 + x + y + z)^3} \quad V: x + z = 3, y = 2, x = 0, y = 0, z = 0.$$

$$2) \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz \quad V: z \geq 0, r^2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2.$$

$$5.2. 1) \iiint_V 15(x^2 + z^2) dx dy dz \quad V: z = x + y, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$$

$$2) \iiint_V \frac{dx \cdot dy \cdot dz}{\sqrt{a^2 + (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}} \quad V: x^2 + y^2 + z^2 \leq 4a^2$$

$$5.3. 1) \iiint_V (3x + 4y) dx dy dz \quad V: y = x, y = 0, x = 1, z = 0, z = 5(x^2 + y^2)$$

$$2) \iiint_V 8y^2 z e^{2xyz} dx dy dz \quad V: x = -1, y = 2, z = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$$

$$5.4.1) \iiint_V \frac{dx \cdot dy \cdot dz}{\left(1 + \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8}\right)^4} \quad \mathbf{V}: \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1 \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases}.$$

$$2) \iiint_V z \, dx \, dy \, dz \quad \mathbf{V}: x=0, x=\frac{1}{2}, y=x, y=2x, z=0, z=\sqrt{1-x^2-y^2}$$

$$5.5.1) \iiint_V (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz \quad \mathbf{V}: \begin{cases} x^2 + y^2 = 2z \\ z=2 \end{cases}.$$

$$2) \iiint_V z\sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz \quad \mathbf{V}: x^2 + y^2 = 2x, y=0, z=0, z=a$$

$$5.6.1) \iiint_V \frac{dx \, dy \, dz}{1-x-y} \quad \mathbf{V}: \begin{cases} x+y+z=1 \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases} \quad 2) \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2 + 1) \, dx \, dy \, dz,$$

$$\mathbf{V}: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z=0$$

$$5.7.1) \iiint_V x \, dx \, dy \, dz \quad \mathbf{V}: x^2 + y^2 = 4, z=0, z=3.$$

$$2) \iiint_V \frac{dx \cdot dy \cdot dz}{\sqrt{a^2 + (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}} \quad \mathbf{V}: x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, z=0.$$

$$5.8.1) \iiint_V x^2 y^2 z \, dx \, dy \, dz \quad \mathbf{V}: \begin{cases} x=1, x=3 \\ y=0, y=2 \\ z=2, z=5 \end{cases} \quad 2) \int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \frac{dy}{4-x^2} \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} (x^2 + y^2) dz.$$

$$5.9.1) \iiint_V (x^2 + 3y^2) \, dx \, dy \, dz \quad \mathbf{V}: \begin{cases} z=10x \\ x+y=1 \\ y=0, z=0 \end{cases} \quad 2) \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} \frac{z^2}{\sqrt{x^2+y^2}} dz.$$

$$5.10.1) \iiint_V (x+y+z) \, dx \, dy \, dz \quad \mathbf{V}: x=0, x=1, y=0, y=1, z=0, z=1.$$

$$2) \iiint_V (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz, \quad \mathbf{V}: x^2 + y^2 = 2z, z=2.$$

$$5.11.1) \iiint_V \frac{x \, y}{\sqrt{z}} \, dx \, dy \, dz \quad \mathbf{V}: \begin{cases} 4z^2 = x^2 + y^2 \\ x=0, y=0, z=1 \end{cases} \quad 2) \int_{-a}^a dx \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{x^2+y^2}} dz.$$

$$5.12.1) \iiint_V (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz \quad \mathbf{V}: x^2 + y^2 = 2z, z=2$$

$$2) \iiint_V (4+8x^3) \, dx \, dy \, dz, \quad \mathbf{V}: y=x, y=0, x=1, z=\sqrt{xy}, z=0.$$

$$5.13.1) \iiint_V (x+y) \, dx \, dy \, dz \quad \mathbf{V}: y=x, y=0, x=1, z=3x^2+6y^2, z=0.$$

$$2) \iiint_V 21xz \, dx \, dy \, dz, \quad \mathbf{V}: y=x, y=0, x=2, z=xy, z=0.$$

$$5.14.1) \iiint_V (15x+30z) \, dx \, dy \, dz \quad \mathbf{V}: z=x^2+3y^2, x=0, y=x, y=0, x=1.$$

$$2) \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} z^2 \cdot dz$$

$$5.15. \iiint_V (3y+12z) dx dy dz \quad \mathbf{V}: \begin{matrix} z=10(x+3y), & x+y=1, \\ x=0, & y=0, & z=0 \end{matrix} \quad 2) \int_{-a}^a dx \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{x^2+y^2}} dz$$

$$5.16.1) \iiint_V (3x+4y) dx dy dz \quad \mathbf{V}: \begin{matrix} y=x, & y=0, & x=1 \\ z=5(x^2+y^2), & z=0 \end{matrix} \quad 2) \int_0^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{R^2-x^2-y^2}} dz$$

$$5.17.1) \iiint_V \frac{dx \cdot dy \cdot dz}{\left(1 + \frac{x}{8} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5}\right)^6} \quad \mathbf{V}: \begin{matrix} \frac{x}{8} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1 \\ x=0, & y=0, & z=0 \end{matrix} \quad 2) \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^a dy \int_0^a dz$$

$$5.18.1) \iiint_V (4+z) dx dy dz \quad \mathbf{V}: y = x^2, y = 1, z = 0, z = 2.$$

$$2) \iiint_V (3x^2 + y^2) \cdot dx \cdot dy \cdot dz, \quad \mathbf{V}: x = 10y, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$$

$$5.19.1) \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz, \quad \mathbf{V}: x^2 + y^2 \leq 2z, z \leq 2.$$

$$2) \iiint_V yx dx dy dz, \quad \mathbf{V}: y = 3x, y = 0, x = 2, z = xy, z = 0.$$

$$5.20.1) \iiint_V \frac{5(x^2 + y^2)}{3} dx dy dz, \quad \mathbf{V}: 9(x^2 + y^2) \geq z^2, x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$2) \iiint_V xy dx dy dz, \quad \mathbf{V}: x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$5.21. 1) \iiint_V 5x dx dy dz, \quad \mathbf{V}: x^2 + y^2 \leq 4, x^2 + y^2 \geq 8z, z \geq 0. \quad 2) \iiint_V 10z dx dy dz,$$

$$\mathbf{V}: x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \leq 3z^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$5.22.1) \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz, \quad \mathbf{V}: x^2 + y^2 \leq 2z, z \leq 2. \quad 2) \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz,$$

$$\mathbf{V}: x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq y, z \geq 0, y \geq 0.$$

$$5.23.1) \iiint_V \frac{5(x^2 + y^2)}{3} dx dy dz, \quad \mathbf{V}: 9(x^2 + y^2) \geq z^2, x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$2) \iiint_V z^2 dx dy dz, \quad \mathbf{V}: z = x + y, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$$

$$5.24.1) \iiint_V 5x \, dx \, dy \, dz, \quad V: x^2 + y^2 \leq 4, x^2 + y^2 \geq 8z, z \geq 0.$$

$$2) \iiint_V x^2 \, dx \, dy \, dz, \quad V: z = 10(x + 3y), x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$$

$$5.25. 1) \iiint_V yx \, dx \, dy \, dz, \quad V: z = x, z = 0, x = 2, y = xz, y = 0.$$

$$2) \iiint_V xy \, dx \, dy \, dz, \quad V: x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$5.26. 1) \iiint_V 5x \, dx \, dy \, dz, \quad V: y = 15x, y = 0, x = 1, z = xy, z = 0.$$

$$2) \iiint_V 10z \, dx \, dy \, dz, \quad V: x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \leq 3z^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$5.27. 1) \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dx \, dy \, dz, \quad V: x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq y, z \geq 0, y \geq 0.$$

$$2) \iiint_V z^2 \, dx \, dy \, dz, \quad V: x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z^2 \geq x^2 + y^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$5.28. 1) \iiint_V x^2 \, dx \, dy \, dz, \quad V: y = 2x, y = 0, x = 2, z = 0, z = xy.$$

$$2) \iiint_V yx \, dx \, dy \, dz, \quad V: x^2 + y^2 \leq 2z, z \leq 2.$$

$$5.29. 1) \iiint_V xy \, dx \, dy \, dz, \quad V: x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$2) \iiint_V (4 + z) \, dx \, dy \, dz, \quad V: z = 2x + y, x + y = 2, x = 0, y = 0, z = 0.$$

$$5.30. 1) \iiint_V 10z \, dx \, dy \, dz, \quad V: x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \leq 3z^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$2) \iiint_V (3x^2 + y^2) \cdot dx \cdot dy \cdot dz, \quad V: z = 10x, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$$

Задание 6. Найти работу, совершаемую силой \vec{F} при перемещении материальной точки вдоль указанной кривой (пути) L .

6.1. $\vec{F} = \{x - 2y, 3x + 5y\}$, вдоль ломаной ABC, где A(1,-2), B(1, 3), C(5,3).

6.2. $\vec{F} = (-y, x)$, вдоль верхней полуокружности $x^2 + y^2 = 4$ в положительном направлении.

6.3. $\vec{F} = \{xy, x + y\}$, вдоль дуги L от точки $A(0,0)$ до точки $B(1,1)$ в случае, если L – отрезок прямой и в случае, если L – дуга параболы $y = x^2$.

6.4. $\vec{F} = (x^2 + y)\vec{i} + (x + y^2)\vec{j}$ при перемещении по прямой из $A(1,2)$ в $B(2,1)$.

6.5. $\vec{F} = x^6\vec{i} + xy\vec{j}$ вдоль кубической параболы $y = x^3$ от $A(0,0)$ до $B(2,8)$.

6.6. $f(x, y) = (x^2 - y)\vec{i} - (x - y)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x^2 + y^2 = 4$ от $B(2,0)$ до $A(0,2)$.

6.7. $f(x, y) = (x^2 - y)\vec{i} - (x - y)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x = 2\cos t, y = 2\sin t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

6.8. $f(x, y) = (x^2 + y)\vec{i} - (2x - y)\vec{j}$ вдоль участка кривой $y = x^2$ от $A(0,0)$ до $B(2,4)$.

6.9. $f(x, y) = (x + y)\vec{i} + (x^2)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x = 2t, y = t^3, 0 \leq t \leq 2$.

6.10. $f(x, y) = (x^2 + y^2)\vec{i} - (x + y)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x = 2\cos t, y = 3\sin t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

6.11. $f(x, y) = (2xy - y)\vec{i} - (x^2 - y)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x = 2y^2$ от $A(0,0)$ до $B(8,2)$.

6.12. $f(x, y) = (x^2 - y)\vec{i} + (x - y^2)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x = 4\cos t, y = 2\sin t, 0 \leq t \leq \pi$.

6.13. $f(x, y) = (x^2y)\vec{i} + (x + y)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x^2 + y^2 = 4$ от $A(0,2)$ до $B(2,0)$.

6.14. $f(x, y) = (xy^2)\vec{i} + (x^2 - y)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x = 4\cos t, y = 5\sin t, 0 \leq t \leq \frac{3\pi}{2}$.

6.15. $f(x, y, z) = (2xy - y)\vec{i} - (x - y)\vec{j} + z\vec{k}$ вдоль участка кривой $x = 2\cos t, y = 2\sin t, z = t, 0 \leq t \leq \pi$.

6.16. $f(x, y) = (x + y)\vec{i} - (x + y^2)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x^3 = y$ от $A(1,1)$ до $B(2,8)$.

6.17. $f(x, y) = (x^2 - y)\vec{i} - (x - y)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x = 2\cos t, y = 2\sin t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

6.18. $f(x, y) = (x^2 + y)\vec{i} - (2x - y)\vec{j}$ вдоль участка кривой $y = x^2$ от $A(0,0)$ до $B(2,4)$.

6.19. $f(x, y) = (x + y)\vec{i} + (x^2)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x = 2t, y = t^3, 0 \leq t \leq 2$.

6.20. $f(x, y) = (x^2 + y^2)\vec{i} - (x + y)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x = 2\cos t, y = 3\sin t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

6.21. $f(x, y) = (2xy - y)\vec{i} - (x^2 - y)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x = 2y^2$ от $A(0,0)$ до $B(8,2)$.

6.22. $f(x, y) = (x^2 - y)\vec{i} + (x - y^2)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x = 4\cos t, y = 2\sin t, 0 \leq t \leq \pi$.

6.23. $f(x, y) = (x^2y)\vec{i} + (x + y)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x^2 + y^2 = 4$ от $A(0,2)$ до $B(2,0)$.

6.24. $f(x, y) = (xy^2)\vec{i} + (x^2 - y)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x = 4\cos t, y = 5\sin t, 0 \leq t \leq \frac{3\pi}{2}$.

6.25. $f(x, y, z) = (2xy - y)\vec{i} - (x - y)\vec{j} + z\vec{k}$ вдоль участка кривой $x = 2\cos t, y = 2\sin t, z = t, 0 \leq t \leq \pi$.

6.26. $f(x, y) = (x + y)\vec{i} - (x + y^2)\vec{j}$ вдоль участка кривой $x^3 = y$ от $A(1,1)$ до $B(2,8)$.

6.27. $f(x, y) = (x^2 - y)\mathbf{i} - (x - y)\mathbf{j}$ вдоль участка кривой $x = 2\cos t, y = 2\sin t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

6.28. $f(x, y) = (x^2 + y)\mathbf{i} - (2x - y)\mathbf{j}$ вдоль участка кривой $y = x^2$ от $A(0,0)$ до $B(2,4)$.

6.29. $f(x, y) = (x + y)\mathbf{i} + (x^2)\mathbf{j}$ вдоль участка кривой $x = 2t, y = t^3, 0 \leq t \leq 2$.

6.30. $f(x, y) = (x^2 + y^2)\mathbf{i} - (x + y)\mathbf{j}$ вдоль участка кривой $x = 2\cos t, y = 3\sin t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

Задание 7. Вычислить циркуляцию векторного поля $\bar{a} = P(x, y)\bar{i} + Q(x, y)\bar{j}$ вдоль замкнутого контура L , лежащего в плоскости Oxy (обход против хода часовой стрелки), используя формулу Грина:

7.1. $\bar{a} = (xy^2 - 1)\bar{i} + 2yx\bar{j}$, L : параллелограмм с вершинами в точках $A(0,0), B(2,0), C(3,1), D(1,1)$.

7.2. $\bar{a} = (y + 3)x\bar{i} + xy^2\bar{j}$, L : треугольник с вершинами в точках $A(0,0), B(1,0), C(1,1)$.

7.3. $\bar{a} = 2(xy^2 - 1)\bar{i} + (x^2 + 3)y\bar{j}$, L : дуга BC окружности $x^2 + y^2 = R^2$ и отрезки прямых CA и AB , $A(0,0), B(R, 0), C\left(-\frac{R}{\sqrt{2}}, \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$.

7.4. $\bar{a} = 5x(y - 7)\bar{i} + (y - 1)x\bar{j}$, L : параллелограмм с вершинами в точках $A(0,0), B(2,0), C(4,3), D(2,3)$.

7.5. $\bar{a} = (x^2 + 3)y\bar{i} + (x - 2)y\bar{j}$, L : треугольник с вершинами в точках $A(0,0), B(0,1), C(-1,0)$.

7.6. $\bar{a} = x(y^2 + 3)\bar{i} + 2(y + 1)x\bar{j}$, L : прямоугольник с вершинами в точках $A(0,0), B(5,0), C(5,3), D(0,3)$.

7.7. $\bar{a} = (x - 1)y\bar{i} - (y - 3)x\bar{j}$, L : параллелограмм с вершинами в точках $A(0,0), B(7,0), C(2,2), D(-5,2)$.

7.8. $\bar{a} = 2(y^2 - 1)x\bar{i} + (y + 3)x\bar{j}$, L : дуга BC окружности $x^2 + y^2 = 4$ и отрезки прямых CA и AB , $A(0,0), B(2,0), C(\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

7.9. $\bar{a} = 5x(y^2 + 1)\bar{i} - (y + 2)\bar{j}$, L : параллелограмм с вершинами в точках $A(0,0), B(3,0), C(2,5), D(5,5)$.

7.10. $\bar{a} = (x + 3)y\bar{i} - 2(y - 2)x\bar{j}$, L : треугольник с вершинами в точках $A(0,3), B(3,1), C(3,6)$.

7.11. $\bar{a} = (y^2 - 2)\bar{i} + 3(y - 2)x\bar{j}$, L : прямоугольник с вершинами в точках $A(3,1), B(-3,1), C(-3, -1), D(3, -1)$.

7.12. $\bar{a} = 3(x + 1)y\bar{i} + (y + 3)x\bar{j}$, L : параллелограмм с вершинами в точках $A(0,0), B(1,3), C(-3,3), D(-4,0)$.

7.13. $\bar{a} = y^2(x + 5)\bar{i} + xy\bar{j}$, L : треугольник с вершинами в точках $A(0,0), B(4,0), C(2,2)$.

7.14. $\bar{a} = 2(x - 2)\bar{i} - 4xy\bar{j}$, L : дуга BC окружности $x^2 + y^2 = 9$ и отрезки прямых CA и AB , $A(0,0), C(0,3), B\left(\frac{3}{\sqrt{2}}, -\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$.

7.15. $\bar{a} = 2y\bar{i} - (x^2 + 1)\bar{j}$, L : параллелограмм с вершинами в точках $A(2,0), B(0,2), C(-5,2), D(-3,0)$.

- 7.16. $\bar{a} = xy\bar{i} + 2(x - 2)y\bar{j}$, L : треугольник с вершинами в точках $A(0,0), B(3,2), C(0,2)$.
- 7.17. $\bar{a} = 2xy\bar{i} - 5(y^2 - 2)\bar{j}$, L : прямоугольник с вершинами в точках $A(3,2), B(-1,2), C(-1,0), D(3,0)$.
- 7.18. $\bar{a} = 3(y^2 + 3)\bar{i} + 5xy\bar{j}$, L : параллелограмм с вершинами в точках $A(0,0), B(1,1), C(1,4), D(0,3)$.
- 7.19. $\bar{a} = 3y(x^2 - 1)\bar{i} + 2yx\bar{j}$, L : треугольник с вершинами в точках $A(0,0), B(3,2), C(-1,2)$.
- 7.20. $\bar{a} = 2y\bar{i} - (x + 1)\bar{j}$, L : дуга BC окружности $x^2 + y^2 = 16$ и отрезки прямых CA и AB , $A(0,0), C(0,4), B\left(-\frac{4}{\sqrt{2}}, -\frac{4}{\sqrt{2}}\right)$.
- 7.21. $\bar{a} = (y + 1)\bar{i} - 5(x^2 + 3)\bar{j}$, L : параллелограмм с вершинами в точках $A(0,0), B(-2, -2), C(1, -2), D(3,0)$.
- 7.22. $\bar{a} = 3xy\bar{i} + 3xy^2\bar{j}$, L : треугольник с вершинами: $A(0,0), B(4,2), C(0,3)$.
- 7.23. $\bar{a} = 3y^2\bar{i} + 3(x + 2)y\bar{j}$, L : прямоугольник с вершинами в точках $A(0,0), B(0,4), C(-2,4), D(-2,0)$.
- 7.24. $\bar{a} = (y + 4)^2\bar{i} - yx\bar{j}$, L : параллелограмм с вершинами в точках $A(0,0), B(-1, -3), C(1, -3), D(2,0)$.
- 7.25. $\bar{a} = 3y^2\bar{i} + 2yx\bar{j}$, L : треугольник с вершинами: $A(0,0), B(1,3), C(-2,3)$.
- 7.26. $\bar{a} = x^2y\bar{i} - (y^2 + 1)x\bar{j}$, L : дуга BC окружности $x^2 + y^2 = 1$ и отрезки прямых CA и AB , $A(0,0), C\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right), B\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.
- 7.27. $\bar{a} = (2y^2 + x^5)\bar{i} - (x + y)^2\bar{j}$, L : параллелограмм с вершинами в точках $A(0,0), B(-2, -4), C(1, -4), D(3,0)$.
- 7.28. $\bar{a} = 5xy\bar{i} + 3x^2y\bar{j}$, L : треугольник с вершинами: в точках $A(0,3), B(-3,0), C(0, -2)$.
- 7.29. $\bar{a} = 3x^2\bar{i} + 3(y + 2)\bar{j}$, L : прямоугольник с вершинами в точках $A(0,0), B(0, -2), C(4, -2), D(4,0)$.
- 7.30. $\bar{a} = 3x(y + 4)^2\bar{i} - 5yx\bar{j}$, L : параллелограмм с вершинами в точках $A(4,2), B(1,2), C(-1, -2), D(2, -2)$.

Задание 8. Найти с помощью формулы Гаусса-Остроградского поток векторного поля $\bar{a} = P(x, y, z)\bar{i} + Q(x, y, z)\bar{j} + R(x, y, z)\bar{k}$ через замкнутую поверхность, заданную с помощью равенств или неравенств.

- 8.1. $1 \leq z \leq 2 - x^2 - y^2$, $\bar{a} = (2y + x)\bar{i} + (3x + 2y)\bar{j} + 3z\bar{k}$.
- 8.2. $x^2 + y^2 \leq 1$, $0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}$, $\bar{a} = x\bar{i} + (3y + z)\bar{j} + 5(2x + y - z)\bar{k}$.
- 8.3. $x^2 + y^2 \leq 18$, $0 \leq z \leq y$, $0 \leq x \leq y\sqrt{3}$, $\bar{a} = (y^5 + 3x)\bar{i} + 2xz\bar{j} + 5z\bar{k}$.
- 8.4. $x^2 + y^2 \leq 1$, $0 \leq z \leq 3$, $0 \leq y \leq 3$, $\bar{a} = 6x\bar{i} + (2y - z)\bar{j} + 3(y - z)\bar{k}$.
- 8.5. $z \leq 2x + y$, $x + y \leq 5$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $\bar{a} = (2y + 5x)\bar{i} + xz\bar{j} + 8z\bar{k}$.

- 8.6. $x \geq y^2$, $0 \leq z \leq 1 - x$, $\bar{a} = (-2y + 5x)\bar{i} + (3x + 2y)\bar{j} + (x + y + z)\bar{k}$.
- 8.7. $x \geq 0$, $0 \leq z \leq 1 - x$, $0 \leq y \leq 1 - x$, $\bar{a} = (-y + 2x)\bar{i} + 6y\bar{j} + (x + z)\bar{k}$.
- 8.8. $x^2 + y^2 = z$, $x = 1, y = 0, y = 2x, z = 0$, $\bar{a} = (-y + 3x)\bar{i} + xz\bar{j} + 7z\bar{k}$.
- 8.9. $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$, $x \geq 0$, $\bar{a} = (3x - 5y)\bar{i} + (3y + z)\bar{j} + (x + y - 2z)\bar{k}$.
- 8.10. $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$, $0 \leq z \leq 5 - x$, $\bar{a} = (x + z^5)\bar{i} + (y - z)\bar{j} + 3(y - z)\bar{k}$.
- 8.11. $-1 \leq z \leq -x^2 - y^2$, $\bar{a} = (3x - y^3)\bar{i} + (3y + z + 2y)\bar{j} + (x + 4y - z)\bar{k}$.
- 8.12. $x^2 + y^2 \leq 4$, $0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}$, $\bar{a} = x\bar{i} + (y + 2z)\bar{j} + (x + y - 7z)\bar{k}$.
- 8.13. $1 \leq x^2 + y^2 \leq 9$, $0 \leq z \leq 4 - x - y$, $\bar{a} = 5x\bar{i} + (3 - z)\bar{j} + (y - z)\bar{k}$.
- 8.14. $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4$, $\bar{a} = (3x - 5y^6)\bar{i} + (3y + z + x^3)\bar{j} + (x - y - 2z)\bar{k}$.
- 8.15. $0 \leq z \leq x^2 + y^2$, $x = 1, y = 2x, y = 0$, $\bar{a} = 4x\bar{i} + (5x + 2y)\bar{j} + 10z\bar{k}$.
- 8.16. $0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2$, $\bar{a} = (2y - z^4 + x)\bar{i} + (3x + 2y)\bar{j} + (z + xy)\bar{k}$.
- 8.17. $0,5\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2$, $\bar{a} = (x - 8y^6)\bar{i} + (3y + z + x^3)\bar{j} + (x - 2z)\bar{k}$.
- 8.18. $10x + 5y + 4z = 20, x = 0, y = 0, z = 0$, $\bar{a} = (-y + 5x)\bar{i} + xz\bar{j} + 9z\bar{k}$.
- 8.19. $0 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -1 \leq z \leq 4$, $\bar{a} = 5(x - zy^5)\bar{i} + (3y - z)\bar{j} + (y - z)\bar{k}$.
- 8.20. $0 \leq z \leq \sqrt{xy}$, $x = 1, y = 9x, y = 0$, $\bar{a} = 3x\bar{i} - (5x + 2y)\bar{j} + 10(x - z)\bar{k}$.
- 8.21. $x^2 \leq y \leq 1$, $0 \leq z \leq 1 - x$, $x \geq 0$, $\bar{a} = 5x\bar{i} + (2y - z^3)\bar{j} + 3(y - z)\bar{k}$.
- 8.22. $0 \leq y \leq 4x$, $0 \leq z \leq xy, x = 1$, $\bar{a} = 7(x - zy^8)\bar{i} + (6y - z)\bar{j} + (y - z)\bar{k}$.
- 8.23. $4x + 3y + 6z = 12, x = 0, y = 0, z = 0$, $\bar{a} = (-7yz + 5x)\bar{i} + xz\bar{j} + 6z\bar{k}$.
- 8.24. $1 - x \leq y \leq 1$, $0 \leq z \leq 1 - y$, $x \leq 1$, $\bar{a} = (x - zy^8)\bar{i} + (y - z)\bar{j} + 3z\bar{k}$.
- 8.25. $0 \leq x^2 + y^2 \leq 4$, $0 \leq z \leq (xy)^2$, $\bar{a} = (x - zy^5)\bar{i} + (y - z)\bar{j} + (y - z)\bar{k}$.
- 8.26. $0 \leq y \leq 1 - x^2$, $0 \leq z \leq y$, $\bar{a} = 2(x - 3zy^7)\bar{i} + (4y - z)\bar{j} + (y - 5z)\bar{k}$.
- 8.27. $0 \leq y \leq 1$, $0 \leq z \leq 1 - x, x \geq 0,5$, $\bar{a} = (x - y^2)\bar{i} + (y - z)\bar{j} + (y - z)\bar{k}$.
- 8.28. $5x - 20y + 8z - 40 = 0, x = 0, y = 0, z = 0$, $\bar{a} = (y + 3x)\bar{i} + xz\bar{j} + 7z\bar{k}$.
- 8.29. $0 \leq z \leq (2xy)^2, y = 0, y = 2x, x = -2$, $\bar{a} = (y + x)\bar{i} + (xz - y)\bar{j} + z\bar{k}$.

$$8.30. \quad -x^2 - y^2 \leq z \leq 0, \quad x = 0, y = 4, y = 3x, \quad \bar{a} = (y + 3x)\bar{i} - xz\bar{j} + 3z\bar{k}.$$