

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

Ю. И. Дементьев, Е. Н. Кушнер, В. А. Ухова

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

ПОСОБИЕ

по выполнению практических работ

*для студентов I курса
направления 230100
дневного обучения*

Москва – 2014

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ (МГТУ ГА)

Кафедра высшей математики

Ю. И. Дементьев, Е. Н. Кушнер, В. А. Ухова

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

ПОСОБИЕ

по выполнению практических работ

*для студентов I курса
направления 230100
дневного обучения*

Москва – 2014

П Е Р В Ы Й С Е М Е С Т Р
КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1

Часть 1. Элементарные преобразования графиков функций

Задания 1 – 4. С помощью элементарных преобразований построить графики функций.

Вариант 1.

1. $y = 2^x + 3$

2. $y = \frac{1}{2-x}$

3. $y = 3 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

4. $y = x|x| - x + 2$

Вариант 2.

1. $y = \log_2(x + 2)$

2. $y = e^{-x} - 1$

3. $y = -\sin(2x + 1)$

4. $y = \frac{1}{|x| - 1}$

Вариант 3.

1. $y = \log_2(2 - x)$

2. $y = 2 \cos 2x$

3. $y = \frac{x}{1-x}$

4. $y = 2 + |x| - x^2$

Вариант 4.

1. $y = 3^{-x} + 1$

2. $y = \sqrt{x-3}$

3. $y = \sin(2x - 4)$

4. $y = \frac{1}{1-|x|}$

Вариант 5.

1. $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$

2. $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x)$

3. $y = \frac{2x}{2x+1}$

4. $y = 2x^2 - 4|x|$

Вариант 6.

1. $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

2. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$

3. $y = \frac{8-x}{2x}$

4. $y = x|x| - 4$

Вариант 7.

1. $y = 1 - \ln x$

2. $y = -2 \cos \frac{x}{2}$

3. $y = |x^2 + 6x - 7|$

4. $y = \frac{x}{2+x}$

Вариант 8.

1. $y = 1 + e^{-x}$

2. $y = \cos\left(\frac{x}{2} - 1\right)$

3. $y = \frac{x}{x+3}$

4. $y = x^2 - 4|x| - 5$

Вариант 9.

1. $y = \log_2 4x$

2. $y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

3. $y = \frac{x-2}{x+2}$

4. $y = x|x| + 2x - 1$

Вариант 10.

1. $y = \log_2(x-3)$

2. $y = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2}$

3. $y = 3 - \sqrt{x}$

4. $y = |-x^2 + x + 2|$

Вариант 11.

1. $y = 1 - \cos \frac{x}{2}$

2. $y = -x^2 + 3x + 4$

3. $y = \frac{x+3}{x+2}$

4. $y = \left| \log_{\frac{1}{2}} x \right|$

Вариант 12.

1. $y = -\frac{1}{(x+2)^2}$

2. $y = 2 - 3^x$

3. $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

4. $y = |x^2 - 5x - 6|$

Вариант 13.

1. $y = \ln(x - 3)$
2. $y = 1 - e^{-x}$
3. $y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$
4. $y = \frac{1}{|x - 1|}$

Вариант 16.

1. $y = \log_2(x + 4)$
2. $y = 2 \sin(3x + 3)$
3. $y = \frac{x}{x - 4}$
4. $y = 2 - x|x|$

Вариант 19.

1. $y = \arcsin(-x)$
2. $y = 1 - \sqrt{x - 2}$
3. $y = 1 + 3 \cos 2x$
4. $y = \frac{|x|}{x + 1}$

Вариант 22.

1. $y = \sqrt{x + 2}$
2. $y = 3 - \log_2 x$
3. $y = -3 \cos(2x - 2)$
4. $y = |4 - x^2|$

Вариант 14.

1. $y = 3^x - 5$
2. $y = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}(x - 1)$
3. $y = -x^2 + 2x + 3$
4. $y = \frac{|x|}{|x| + 1}$

Вариант 17.

1. $y = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{4}$
2. $y = 1 + \log_2(x + 1)$
3. $y = \frac{3x - 1}{x + 3}$
4. $y = x^2 + 2|x| - 3$

Вариант 20.

1. $y = \log_2 8x$
2. $y = (2 - x)^3$
3. $y = 2 \cos \frac{x}{2} - 2$
4. $y = 6|x| - x^2 - 5$

Вариант 23.

1. $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$
2. $y = \frac{x - 1}{x + 2}$
3. $y = x^2 - 2|x| - 3$
4. $y = |\log_2(x + 1)|$

Вариант 25.

1. $y = \operatorname{arctg}(-x)$
2. $y = 6x - x^2$
3. $y = \frac{4 - x}{x}$
4. $y = |\log_2|x||$

Вариант 15.

1. $y = 3 - \sqrt{x + 1}$
2. $y = \ln(-x)$
3. $y = 1 - \sin \frac{x}{2}$
4. $y = |x^2 + 4x - 12|$

Вариант 18.

1. $y = 2^{-x} + 3$
2. $y = -x^2 + 6x - 5$
3. $y = -3 \sin(x + 1)$
4. $y = 2\sqrt{|x|}$

Вариант 21.

1. $y = \frac{1}{(x - 2)^2} + 1$
2. $y = -\log_3(x - 1)$
3. $y = 1 - \sin|x|$
4. $y = |x - x^2|$

Вариант 24.

1. $y = 1 - 3 \sin(x - 1)$
2. $y = x^2 - 8x + 7$
3. $y = \frac{2x}{x - 3}$
4. $y = |2^x - 1|$

Часть 2. Пределы

Задания 5 – 10. Вычислить пределы.

Задание 11. Найти точку разрыва функции. Определить характер разрыва.

Вариант 1.

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x + 1}{x^3 + 2x^2 + 4}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt{2x} - 4}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{x^4}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x-2} \right)^{-7x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\ln(1+5x)}$$

$$11. y = \frac{2x}{2-x}$$

Вариант 2.

$$5. \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{5}} \frac{15x^2 - 2x - 1}{5x^2 - 4x - 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2}{\sqrt{x^8 + 3x} + 4}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{3 \operatorname{arctg} x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x-3}{10x-1} \right)^{5x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \ln(1-x)}{2x}$$

$$11. y = \frac{x+2}{x+5}$$

Вариант 3.

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^4 - 3x^2 - 4}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^3 - 2}{4x^3 - x}}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{8x+1}}{\sqrt{5-x} - \sqrt{7x-3}}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\cos 3x - \cos x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5-x}{7-x} \right)^{\frac{x}{2}+2}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{\ln(1+x^2)}$$

$$11. y = \frac{5x}{x-3}$$

Вариант 4.

$$5. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x^3 - 3x^2 - 10x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x^3 - 2}{4x^2 - 7}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 4}{x^3 + 9} \right)^{\frac{1}{x+2}}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^x}{\sin 2x}$$

$$11. y = \frac{x^2 - x - 2}{x + 1}$$

Вариант 5.

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + x - 2}{4x^2 + 2x + 7} \right)^3$

7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{\sqrt{6x^2 + 3} + 3x}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\operatorname{ctg} \frac{x}{2} \sin 10x}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x - 7}{6x + 4} \right)^{3x+2}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin 2x - \sin x}$

11. $y = \frac{1}{x^3 + x}$

Вариант 6.

5. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}$

6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - 2^x}{3^{x-1} + 2^x}$

7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{\sqrt{6x^2 + 3} + 3x}$

8. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1)^{\frac{3x}{x^2 + 2x - 3}}$

10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2) (\ln(2x + 3) - \ln(2x - 1))$

11. $y = \frac{\cos x}{x}$

Вариант 7.

5. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - x^3 + x^2}{x^3 - 2x^2 - 2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9 + 5x + 4x^2} - 3}{x^2 - 3x}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\cos 3x - \cos x}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 5}{1 + 2x} \right)^{2x-1}$

10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x + 1) (\ln(x + 1) - \ln(x - 3))$

11. $y = \frac{x^2 + 4x + 3}{x - 1}$

Вариант 8.

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 7^x}{2^x - 7^{x-1}}$

7. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1 + 3x} - \sqrt{2x + 6}}{\sqrt{5x} - 5}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - 1}{\operatorname{tg} 5x \sin x}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 5}{x - 3} \right)^{4x+1}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 5x}{\ln(1 - x^2)}$

11. $y = \frac{2x^2 + 5x + 2}{x + 2}$

Вариант 9.

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 13x^2 - 3}{10x^3 + 2x^2 + 15x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin \frac{x}{3}}{\cos x - 1}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 3}{x} \right)^{2x}$

10. $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e}$

11. $y = 2^{1/x}$

Вариант 10.

5. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{tg} 5x \operatorname{ctg}^2 2x$

11. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 5x + 1}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{3x+1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{2x^2 - 5x - 3}$

10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x (\ln(x+4) - \ln x)$

Вариант 11.

5. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{1 - \cos x}$

11. $y = \frac{x^3 + x}{2|x|}$

6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x - 3^{x+1}}{2^{x+1} + 3^{x+2}}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{3+x} \right)^{2x-1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{\sqrt{3x} - 3}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{e^{2x} - 1}$

Вариант 12.

5. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{x}$

11. $y = \frac{2x}{x+3}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5+x)x}{x - x^2 + 3}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+1} \right)^{5-2x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - 1}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}}{\sin 2x}$

Вариант 13.

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x(\sqrt{1+x} - 1)}$

11. $y = \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3+x)x}{2\sqrt{9x^4+1}}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^{x+1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sin 2x}$

Вариант 14.

5. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin 5x}$

11. $y = \frac{1}{2 + 3^{\frac{1}{x}}}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x^2 + x}{2x^2 - x + 12}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x} \right)^{x+3}$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - x \right)$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{x}$

Вариант 15.

5. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{2 + x - x^2}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x+1}}{2^x + 3^x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt{x} - \sqrt{8}}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{1 - e^x}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x + 5} \right)^{8x+1}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$

11. $y = \frac{x^3 - x^2}{2|x - 1|}$

Вариант 16.

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x)^3 - (1 + 3x)}{x + x^5}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 4x + 1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x + 2} - \sqrt{2}}$

8. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sin(x + 1)}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2} \right)^{5x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x - 3} - \frac{6}{x^2 - 9} \right)$

11. $y = 2 - \frac{|x|}{x}$

Вариант 17.

5. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 + x)^3 + (x - 1)x^3}{x^3 - 3x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1 - x)}{\sqrt{x} - 1}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg}^2 2x \operatorname{ctg}^2 6x$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x - 3} \right)^{\frac{x}{3}}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + 2) - \ln 2}{x}$

11. $y = \operatorname{arctg} \frac{2}{x - 2}$

Вариант 18.

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^2 + 3}{x - x^2 + 5x^3}$

7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{x^2 - 9}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x + 1} \right)^{3-x}$

10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 3}{2^x - 3}$

11. $y = \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$

Вариант 19.

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 + 2x)^3 - 8x^3}{(1 + 2x)^2 + 4x^2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3 + x} - \sqrt{3}}{\sin \frac{x}{2}}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{\sin^2 2x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\frac{x}{1-x}}$

10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - 1)(\ln(x + 2) - \ln x)$

11. $y = 5^{-1/x^2}$

Вариант 20.

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 3x}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x}{1 - x - x^2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+1} - 1}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2 \sin \frac{x}{5} \operatorname{ctg} \frac{x}{3}}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{3+x} \right)^{1-5x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-5^x}{1-e^x}$

11. $y = e^{\frac{x}{x+1}}$

Вариант 21.

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{x^4 - 3x^2 + 1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x^2 - 4x - 5}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 3x}{1 - \cos x}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{6x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{x}$

11. $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x-2}$

Вариант 22.

5. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{15x^2 - 2x - 1}{3x - 1}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 2x^3}}{x + 1}$

7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{1 - \sqrt{1 + x + x^2}}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{4x \sin 5x}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+x}{x} \right)^{-3x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\ln^2(1-2x)}$

11. $y = \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$

Вариант 23.

5. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x^4 - x^2 - 6}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x + 1}{2x^4 - x^2 + 5}$

7. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{3 - \sqrt{2x+1}}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{7x \sin 3x}$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{4x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{\ln(x+1)}$

11. $y = \frac{1}{\ln x}$

Вариант 24.

5. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x^2 - 25}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{(x+1)^2 + (x-1)^2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x}}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x + \sin 2x}{6x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 3} (3x - 8)^{\frac{2}{x-3}}$

10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x-4)(\ln(3x-2) - \ln(3x+5))$

11. $y = \frac{\sqrt{7+x} - 3}{x-2}$

Вариант 25.

5. $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{5}} \frac{15x^2 - 2x - 1}{5x + 1}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{\sin 5x \sin 7x}$

11. $y = \frac{1 + x^3}{1 + x}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x - 1}}{x + 2}$

9. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5)^{\frac{2x}{x^2 - 4}}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x \sin x} - 1}{x^2}$

10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 5) (\ln(x - 3) - \ln x)$

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2

Часть 1. Производные

Задания 1 – 8. Найти производные функций.

Задание 9. Найти дифференциал функции.

Задание 10. Найти вторую производную функции.

Задание 11. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции.

Вариант 1.

1. $y = e^x \arccos x$

5. $y = 2\sqrt{4x + 3} - \frac{3}{\sqrt{x^2 + 1}}$

8. $y = (\sin x)^{5e^x}$

2. $y = \frac{1 - \cos x}{2x + 3}$

6. $y = \frac{\sin 3x}{\cos^2 x}$

9. $y = \arccos \sqrt{1 - x}$

3. $y = \operatorname{arctg}(\ln x)$

7. $y = \frac{2}{3} \sqrt{(\operatorname{arctg} e^x)^3}$

10. $y = \operatorname{tg}^2 x$

4. $y = \sqrt{x} \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x + 3}) - \sqrt{x + 3}$

11. $z = \frac{y}{x^2 - y^2}$

Вариант 2.

1. $y = \log_3 x \arcsin x$

5. $y = 2\sqrt{x} - 4 \ln(2 + \sqrt{x})$

8. $y = (\operatorname{ctg} x)^{2e^x}$

2. $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

6. $y = (e^{\cos x} + 3)^4$

9. $y = 2^{\cos x}$

3. $y = \sqrt{x^3} \ln x + \frac{1}{x}$

7. $y = 5^{x + \operatorname{arctg} x}$

10. $y = x^2 e^x$

4. $y = \sqrt{9x^2 - 12x + 5} \operatorname{arctg}(3x - 2)$

11. $z = x \arcsin(xy)$

Вариант 3.

1. $y = \sqrt{x^5} \left(1 - \frac{x}{2}\right)$
2. $y = \frac{x^3 - 3}{\operatorname{arctg} x}$
3. $y = \cos^3 x \cdot 2^{\arcsin x}$
4. $y = 2x - \ln \left(1 + \sqrt{1 - e^{4x}}\right)$
5. $y = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{4x + 1}{\sqrt{2}}$
6. $y = \sqrt{\frac{1 + x^2}{1 - x}}$
7. $y = \frac{1}{\operatorname{tg}^5 5x}$
8. $y = (\operatorname{ctg} x)^{3^x}$
9. $y = \ln^2 x^3$
10. $y = \ln(x^2 - 1)$
11. $z = x^2 \sin \frac{x}{y}$

Вариант 4.

1. $y = \frac{2}{3x^2} - \frac{x\sqrt[3]{x}}{2}$
2. $y = \frac{1 + \cos x}{\arccos x}$
3. $y = \ln^3(1 + e^{3x})$
4. $y = x \arcsin^2 x + 2\sqrt{1 - x^2} \arcsin x$
5. $y = 3 \sin x \cos^2 x + \sin^3 x$
6. $y = \operatorname{arcctg} \frac{1}{x}$
7. $y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}})$
8. $y = (x^8 + 2)^{\frac{1}{x}}$
9. $y = 5^{\operatorname{tg} x}$
10. $y = \cos^3 x$
11. $z = \frac{x}{x^2 + 3y^2}$

Вариант 5.

1. $y = x^{10} \log_5 x$
2. $y = \frac{2^x}{\cos x + 5}$
3. $y = \frac{\sin^4 x}{\operatorname{ctg} x}$
4. $y = 2\sqrt{e^x + 1} + \ln \frac{\sqrt{e^x + 1} - 1}{\sqrt{e^x + 1} + 1}$
5. $y = \frac{x^4}{81} \arcsin \frac{3}{x}$
6. $y = e^{-3x} \arcsin 2x$
7. $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$
8. $y = (\arcsin x)^{e^x}$
9. $y = \arccos 2x$
10. $y = \frac{\ln x}{x}$
11. $z = y^2 e^{x^2 + y^2}$

Вариант 6.

1. $y = \frac{2^x}{1 + 2^x}$
2. $y = 3^{\arcsin^2 x}$
3. $y = \lg \ln \operatorname{ctg} x$
4. $y = \frac{x^4}{81} \arcsin \frac{3}{x} + \sqrt{x^2 - 9}$
5. $y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}$
6. $y = \left(1 + \sqrt[4]{x^3}\right) \arcsin x$
7. $y = \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \ln(\sin x)$
8. $y = (x)^{e^{\cos x}}$
9. $y = x^3 e^x$
10. $y = x \operatorname{arctg} x$
11. $z = \sqrt[3]{4xy + y^2}$

Вариант 7.

- | | | |
|-----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|-------------------------------------------|
| 1. $y = \sqrt[7]{x^3} \sin x$ | 5. $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} + \arcsin x$ | 8. $y = (\sin 2x)^{\frac{\ln \cos x}{4}}$ |
| 2. $y = \frac{4+x^3}{x - \operatorname{ctg} x}$ | 6. $y = e^{2x} \ln(1+x^2)$ | 9. $y = \cos^2 \frac{1}{x^2}$ |
| 3. $y = \operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{\cos x}$ | 7. $y = \sqrt{2x-x^2} + \frac{1}{3x^3}$ | 10. $y = \ln(12+x)$ |
| 4. $y = \frac{1}{2} \ln(e^{2x}+1) - 2 \operatorname{arctg} e^x$ | | 11. $z = e^{xy} (2x+y^2)$ |

Вариант 8.

- | | | |
|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1. $y = \log_5 x \arccos x$ | 5. $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{1-\sqrt{x}}$ | 8. $y = (\cos x)^{\frac{2 \ln \cos x}{5}}$ |
| 2. $y = \frac{e^x}{1-x^2}$ | 6. $y = \left(x^5 + 3x + \frac{1}{x}\right)^{10}$ | 9. $y = \frac{1}{3x}$ |
| 3. $y = 3 \sin 2x \cos^2 x$ | 7. $y = \sqrt{\ln(x^2+1)}$ | 10. $y = \cos^2 3x$ |
| 4. $y = -\frac{1}{3 \sin^2 x} + \frac{1}{2} \ln \frac{1+\sin x}{1-\sin x}$ | | 11. $z = (x^2 - y^2) \cos xy$ |

Вариант 9.

- | | | |
|-------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
| 1. $y = \sqrt[5]{x} 3^x$ | 5. $y = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ | 8. $y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}$ |
| 2. $y = \frac{x^2 + 5x - 6}{\ln x}$ | 6. $y = \frac{1}{2 \sin^2 x} + \ln(\operatorname{tg} x)$ | 9. $y = e^{-\frac{1}{x^2}}$ |
| 3. $y = e^{\frac{1}{\cos x}}$ | 7. $y = \operatorname{arctg} \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}$ | 10. $y = 5\sqrt{x}$ |
| 4. $y = \ln(e^{5x} + \sqrt{e^{10x} - 1})$ | | 11. $z = y \ln(x^2 - y^2)$ |

Вариант 10.

- | | | |
|-----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1. $y = 2x 5^x$ | 5. $y = \frac{2 \cos x}{\sin^4 x} + \frac{3 \cos x}{\sin^2 x}$ | 8. $y = (\cos 5x)^{e^x}$ |
| 2. $y = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$ | 6. $y = (x^3 + 3x^4) \log_3 x$ | 9. $y = \operatorname{arctg} x^2$ |
| 3. $y = \operatorname{ctg}^3 x - \frac{1}{\sin x}$ | 7. $y = \frac{\ln(x^2 + 2x)}{3x}$ | 10. $y = x e^x$ |
| 4. $y = \frac{x^3}{3} \arccos x - \frac{2+x^2}{9} \sqrt{1-x^2}$ | | 11. $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ |

Вариант 11.

1. $y = \frac{1}{6(1-x^2)}$

5. $y = \ln \frac{\sqrt{2} + \operatorname{tg} x}{\sqrt{2} - \operatorname{tg} x}$

8. $y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}$

2. $y = 3\sqrt[3]{x} \arccos x$

6. $y = \frac{1}{\ln^2 x}$

9. $y = \frac{1}{3x+1}$

3. $y = \sin^6 x + \cos^6 x$

7. $y = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+2}}$

10. $y = 2^{\sin x}$

4. $y = (2x+3)^4 \arcsin \frac{1}{2x+3}$

11. $z = \arcsin \frac{x^2}{y}$

Вариант 12.

1. $y = \frac{4}{x^3} + 5\sqrt[5]{x^4} + 2$

5. $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$

8. $y = (x-5)^{\operatorname{ctg} 2x}$

2. $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}$

6. $y = e^{\sin x} \cos 2x$

9. $y = \log_{\frac{1}{3}}(1-x)$

3. $y = e^{\sqrt{1+\ln x}}$

7. $y = x + \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

10. $y = \arcsin x$

4. $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x$

11. $z = x \ln(3x^2 + 2y^3)$

Вариант 13.

1. $y = \frac{1+x^2}{2} \operatorname{arctg} x$

5. $y = \cos^2 x - 2 \ln \cos x$

8. $y = (x^3+4)^{\operatorname{tg} x}$

2. $y = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$

6. $y = \ln \sin \frac{2x+4}{x+1}$

9. $y = \log_2(2x-1)$

3. $y = \frac{2}{3} \sqrt{(1+\ln x)^3}$

7. $y = \frac{4+x^4}{x^3} \operatorname{arcctg} \frac{x}{2}$

10. $y = 2^{x^2}$

4. $y = e^{2x}(2 \sin 2x - \cos 2x)$

11. $z = \arccos \frac{x}{\sqrt{y}}$

Вариант 14.

1. $y = x^2 \sqrt{x} + \frac{1}{4x^2} - 6x$

5. $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{x}{\sin x}$

8. $y = x^{\sin^3 x}$

2. $y = \frac{\ln x}{\sin x} + x 2^x$

6. $y = 2^{\sin x}$

9. $y = \sqrt[5]{1-x^3}$

3. $y = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + e^{\sin x}$

7. $y = \log_{16} \log_5 \operatorname{ctg} x$

10. $y = (1+x^2) \operatorname{arctg} x$

4. $y = (1 + \ln \sin 2x)^2$

11. $z = \frac{4x}{x^3 - y^3}$

Вариант 15.

1. $y = 3\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x^3} + 4$
2. $y = \frac{x}{4}(\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x)$
3. $y = \frac{2}{3}\sqrt{(1 + \ln x)^3}$
4. $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2}\ln \frac{1-x}{1+x}$
5. $y = 5e^{-x^2} + \frac{1}{\operatorname{arctg} x}$
6. $y = \sqrt[5]{\frac{x^2-1}{x^2+2}}$
7. $y = \log_4 \log_2 \operatorname{tg} x$
8. $y = (x^2 - 1)^{\ln x}$
9. $y = \sqrt[3]{1-x^3}$
10. $y = \operatorname{ctg} 3x$
11. $z = 12 \cos^2 \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{4} \right)$

Вариант 16.

1. $y = \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$
2. $y = \left(x^2 + \frac{1}{x} \right) \log_3 x$
3. $y = 2^{x^2} - e^{-x^2}$
4. $y = \frac{x}{2}(\cos \ln x + \sin \ln x)$
5. $y = \arccos \frac{1}{x^2}$
6. $y = e^{3x} \cos 2x$
7. $y = \sqrt{\operatorname{ctg} x} + \frac{1}{3}\sqrt{\operatorname{tg}^3 x}$
8. $y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x}$
9. $y = \frac{x^2}{1-x}$
10. $y = \operatorname{arctg}(-x)$
11. $z = (2x + y)e^{-xy}$

Вариант 17.

1. $y = \frac{3e^x}{\sqrt{x}}$
2. $y = \frac{1}{2}\operatorname{tg} x \operatorname{arctg} x$
3. $y = \ln \cos \frac{2x+3}{2x+1}$
4. $y = \arcsin e^{-2x} + \ln \sqrt{e^{4x} - 1}$
5. $y = \frac{3}{2}\sin^2 x + \ln(\operatorname{tg} x)$
6. $y = \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}}$
7. $y = 3^{\operatorname{ctg}^2 x}$
8. $y = (\sin x)^{5^x}$
9. $y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$
10. $y = (5 - 2x)^6$
11. $z = \sqrt{x} \sin \frac{y}{x}$

Вариант 18.

1. $y = \frac{2}{x^2 - 4x + 5}$
2. $y = x\sqrt{x} \operatorname{arctg} x$
3. $y = e^{\operatorname{tg} 2x} \ln(1 - x^3)$
4. $y = 3 \arcsin \frac{3}{x+2} + \sqrt{x^2 + 4x - 5}$
5. $y = x \arccos x - \sqrt{1 - x^2}$
6. $y = \sqrt[3]{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos x}$
7. $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{e^{4x} - 1}$
8. $y = x^{e^{\operatorname{ctg} x}}$
9. $y = \sin^3 2x$
10. $y = \operatorname{tg} 5x$
11. $z = \operatorname{arctg} \frac{x^2}{y}$

Вариант 19.

- | | | |
|------------------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------|
| 1. $y = \frac{\ln x}{2x + 1}$ | 5. $y = (1 - 2x^2) \operatorname{arccctg} x$ | 8. $y = (\sqrt{x})^{2^x}$ |
| 2. $y = \sqrt[3]{\operatorname{tg} 3x}$ | 6. $y = x \sqrt{\frac{2x + 1}{2x - 1}}$ | 9. $y = \sin \sqrt{x}$ |
| 3. $y = \ln^2 x - \ln \ln x$ | 7. $y = \log_3 \frac{1}{1 - x^4}$ | 10. $y = e^x \cos x$ |
| 4. $y = \arcsin e^x - \sqrt{1 - e^{2x}}$ | | 11. $z = \sqrt{xy + 2y^2}$ |

Вариант 20.

- | | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| 1. $y = \frac{2x + 1}{4 - x^2}$ | 5. $y = 3 \sin x \cos^2 x + \sin^3 x$ | 8. $y = (\cos 2x)^{\cos 2x}$ |
| 2. $y = \sqrt[3]{\operatorname{arctg}^2 x}$ | 6. $y = \ln \sqrt[5]{e^{5x} - e^{-5x}}$ | 9. $y = \log_3 (x^2 - 1)$ |
| 3. $y = 5^x (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)$ | 7. $y = e^{5x} - \frac{1}{2} \operatorname{tg} 4x + \frac{1}{4} x^4$ | 10. $y = (7x - 3x^2)^5$ |
| 4. $y = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left(\sqrt{2} \operatorname{tg} x + \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 x} \right)$ | | 11. $z = \ln \operatorname{tg} \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{6} \right)$ |

Вариант 21.

- | | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $y = \frac{2}{x^3} + \frac{6}{\sqrt{x}} + \frac{3x^4}{4}$ | 5. $y = x \operatorname{arctg} x + \ln \sqrt{1 + x^2}$ | 8. $y = (\sin \sqrt{x})^{e^x}$ |
| 2. $y = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ | 6. $y = \operatorname{arctg} \frac{2x}{1 - x^2}$ | 9. $y = 3e^{\operatorname{arctg} x}$ |
| 3. $y = \cos^3 x 2^{\operatorname{tg} x}$ | 7. $y = 2^{\operatorname{ctg} \frac{1}{x}}$ | 10. $y = x \ln x$ |
| 4. $y = \sqrt{1 + x^2} \operatorname{arctg} x - \ln \left(x + \sqrt{1 + x^2} \right)$ | | 11. $z = 2 \arcsin (x\sqrt{y})$ |

Вариант 22.

- | | | |
|-----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 1. $y = \frac{1 - 10^x}{1 + 10^x}$ | 5. $y = \sqrt{\ln x + 1} + \ln (\sqrt{x} + 1)$ | 8. $y = (x^2 + 1)^{\cos x}$ |
| 2. $y = 2x \arcsin x$ | 6. $y = 2e^{2x} \sin x \cos x$ | 9. $y = \cos \left(2 - \frac{1}{x} \right)$ |
| 3. $y = \lg \ln \operatorname{ctg} x$ | 7. $y = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}}{x}$ | 10. $y = \frac{1}{2} \log_2 (3 + x^2)$ |
| 4. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ | | 11. $z = \sin^2 (4x + y)$ |

Вариант 23.

- | | | |
|-----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|------------------------------|
| 1. $y = 3^x \operatorname{tg} x$ | 5. $y = (2x - 1)^4 \arcsin \frac{1}{2x - 1}$ | 8. $y = x^{\arcsin x}$ |
| 2. $y = \frac{2 - x}{x^2 + \sqrt{x}}$ | 6. $y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$ | 9. $y = x^2 \sqrt[3]{\ln x}$ |
| 3. $y = (3 + 2x^2)^5$ | 7. $y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} \frac{1}{x}}$ | 10. $y = \cos^2 2x$ |
| 4. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ | | 11. $z = x^2 e^{x^2 - y^2}$ |

Вариант 24.

- | | | |
|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|------------------------------|
| 1. $y = \sqrt[3]{x^2} \cos x$ | 5. $y = \arcsin(1 - x) + \sqrt{2x - x^2}$ | 8. $y = (3 \sin x)^{\cos x}$ |
| 2. $y = \frac{x + e^x}{x - e^x}$ | 6. $y = 3 \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + e^{\arcsin x}$ | 9. $y = 7 \sin^2 x$ |
| 3. $y = 3^{\sin \frac{1}{x}}$ | 7. $y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$ | 10. $y = \sqrt{1 - x^2}$ |
| 4. $y = \ln(3x - 2 + \sqrt{9x^2 - 12x + 5})$ | | 11. $z = y e^{\frac{y}{x}}$ |

Вариант 25.

- | | | |
|--------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| 1. $y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$ | 5. $y = -\frac{1}{2 \sin^2 x} + \ln(\arcsin x)$ | 8. $y = (\operatorname{arctg} 2x)^x$ |
| 2. $y = \operatorname{arctg} x \log_3 x$ | 6. $y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x} + \arcsin x$ | 9. $y = (2x + 1)^{15}$ |
| 3. $y = \sqrt{\frac{2x + 1}{x}}$ | 7. $y = \frac{1}{(2x - 5)^5} + \frac{2}{\sqrt{x}}$ | 10. $y = e^{-x^2}$ |
| 4. $y = \operatorname{arctg}(\ln x) + \ln(\operatorname{arctg} x)$ | | 11. $z = \left(xy + \frac{x}{y}\right)^2$ |

Часть 2. Применение производных

Задания 12 – 13. Провести полные исследования функций и построить графики.

Вариант 1. 12. $y = \frac{x^2}{4} (x^2 - 8)$ 13. $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$

Вариант 2. 12. $y = 3x^4 - 4x^3$ 13. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

Вариант 3.	12. $y = -\frac{(x^2 - 4)^2}{16}$	13. $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$
Вариант 4.	12. $y = \frac{x^3}{27} (x - 4)$	13. $y = \frac{4x^2}{x^2 + 3}$
Вариант 5.	12. $y = \frac{x^2}{64} (32 - x^2)$	13. $y = \frac{12x}{x^2 + 9}$
Вариант 6.	12. $y = \frac{x^3}{16} (8 - 3x)$	13. $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$
Вариант 7.	12. $y = \frac{1}{9} (x^2 - 3)^2$	13. $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$
Вариант 8.	12. $y = \frac{x^2}{27} (x^2 - 18)$	13. $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$
Вариант 9.	12. $y = 3x^5 - 5x^3$	13. $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$
Вариант 10.	12. $y = \frac{x^4}{64} (x - 5)$	13. $y = \frac{(x - 1)^2}{x^2}$
Вариант 11.	12. $y = x^4 - 8x^3 + 16x^2$	13. $y = \frac{x^2}{(x - 1)^2}$
Вариант 12.	12. $y = \frac{3}{2} (x^4 - 2x^2)$	13. $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$
Вариант 13.	12. $y = x^2 (x - 2)^2$	13. $y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$
Вариант 14.	12. $y = \frac{x^3}{9} (x + 4)$	13. $y = \frac{x^2 + 6x + 3}{x + 4}$
Вариант 15.	12. $y = \frac{x^3}{72} (x - 8)$	13. $y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$
Вариант 16.	12. $y = (x + 1)^2 (x - 1)^2$	13. $y = \frac{1}{x^2 - 1}$
Вариант 17.	12. $y = \frac{1}{8} x^2 (x - 4)^2$	13. $y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$
Вариант 18.	12. $y = \frac{32}{27} x^2 (2 - x)$	13. $y = \frac{3x - 2}{x^3}$
Вариант 19.	12. $y = 3x^4 + 4x^3$	13. $y = \frac{x^3 - 32}{x^2}$
Вариант 20.	12. $y = \frac{x^3 (x^2 - 15)}{81}$	13. $y = \frac{1 - 2x^2}{x^2}$

Вариант 21.	12. $y = \frac{x^3}{9} (4 - x)$	13. $y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$
Вариант 22.	12. $y = \frac{x^3}{27} (15 - x^2)$	13. $y = -\left(\frac{x}{x+2}\right)^2$
Вариант 23.	12. $y = \frac{16}{27} (x+1)(1-x)^3$	13. $y = \frac{4x}{(x+1)^2}$
Вариант 24.	12. $y = \frac{3}{8} x^3 + x^2$	13. $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$
Вариант 25.	12. $y = \frac{x^4 - 8x^2 - 9}{5}$	13. $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

В Т О Р О Й С Е М Е С Т Р

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1

Часть 1. Неопределённые интегралы

Задания 1 – 8. Вычислить интегралы.

Вариант 1.

1. $\int \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}} dx$	4. $\int \left(2 \sin 6x + \cos \frac{x}{4}\right) dx$	7. $\int x \cos^2 x dx$
2. $\int \frac{dx}{\sqrt{9x+5}}$	5. $\int \frac{e^{\arcsin x} + x}{\sqrt{1-x^2}} dx$	8. $\int \frac{x^4 + 1}{x^3 - x} dx$
3. $\int (4 - 3x) e^{-3x} dx$	6. $\int \left(\frac{2+x}{4+x^2} - \frac{3}{\sqrt{2-x^2}}\right) dx$	

Вариант 2.

1. $\int \left(\frac{x^2}{3} - \frac{3}{x\sqrt{x}}\right) dx$	4. $\int (4x - 1) e^{4x} dx$	7. $\int (x + 1) \ln x dx$
2. $\int \frac{e^{2x} dx}{e^{2x} + 1}$	5. $\int (6e^{-3x} + 3 \cos 2x) dx$	8. $\int \frac{3x^5 + 1}{x^4 - 1} dx$
3. $\int \frac{dx}{(1 + 2x)^3}$	6. $\int \frac{\sqrt{7-x^2} + x\sqrt{7+x^2}}{\sqrt{49-x^4}} dx$	

Вариант 3.

1. $\int \frac{\cos x dx}{3 + \sin^2 x}$	4. $\int \frac{x^3 - 17}{x^3 - 4x^2 + 3x} dx$	7. $\int \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx$
2. $\int \left(6e^{2x} + \sin \frac{x}{2}\right) dx$	5. $\int \left(\frac{4}{5x} - \frac{2}{x^3} + 4\sqrt[3]{x}\right) dx$	8. $\int (2 + 3x) e^{2x} dx$
3. $\int 2^{2x+1} dx$	6. $\int \left(\frac{3x+2}{x^2-9} + \frac{3}{2\sqrt{9-x^2}}\right) dx$	

Вариант 4.

1. $\int \frac{dx}{(3+4x)^2}$	4. $\int (4x - 2) \cos 2x dx$	7. $\int x \operatorname{ctg}^2 x dx$
2. $\int \left(\cos 4x + \frac{1}{e^x}\right) dx$	5. $\int \left(3\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{3x}\right) dx$	8. $\int \frac{8x^5 dx}{x^4 - 16}$
3. $\int \frac{3^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$	6. $\int \left(\frac{3x+1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{4}{x^2+4}\right) dx$	

Вариант 5.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \left(\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + x\sqrt{x} \right) dx & 4. \int \frac{\sqrt{x^2 + 25} + 8x + 2}{x^2 + 25} dx & 7. \int x \operatorname{tg}^2 x dx \\
2. \int 2^{1-5x} dx & 5. \int (2 \sin 6x + 4e^{\frac{x}{2}}) dx & 8. \int \frac{2x^3 - 1}{x^3 + x} dx \\
3. \int \frac{e^x dx}{\sqrt{16 - e^{2x}}} & 6. \int (4 - 16x) \sin 4x dx &
\end{array}$$

Вариант 6.

$$\begin{array}{lll}
1. \int 2^x \left(5 - \frac{2^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx & 4. \int \frac{\sqrt{25 - x^2} - 3x - 1}{25 - x^2} dx & 7. \int \ln(x^2 + 6) dx \\
2. \int x e^{-5x^2} dx & 5. \int (2 \cos 3x + e^{-5x}) dx & 8. \int \frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2} dx \\
3. \int \sin(4x - 1) dx & 6. \int (5x - 2) \cos 10x dx &
\end{array}$$

Вариант 7.

$$\begin{array}{lll}
1. \int 5^{4-3x} dx & 4. \int \left(4\sqrt{x} - \frac{5}{2\sqrt{x}} + 1 \right) dx & 7. \int (1 - 6x) e^{2x} dx \\
2. \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{2 + \cos x}} & 5. \int (4 \sin 4x - 3e^{\frac{x}{3}}) dx & 8. \int \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{(x-1)(x-3)} dx \\
3. \int \sqrt{x} \ln x dx & 6. \int \left(\frac{5x + 2}{\sqrt{x^2 + 3}} - \frac{1}{\sqrt{3 - x^2}} \right) dx &
\end{array}$$

Вариант 8.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{(\sqrt{x} - 2)^2}{x} dx & 4. \int \frac{1 + 7x + \sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 4} dx & 7. \int \left(\cos \frac{x}{2} + \frac{5}{e^{2x}} \right) dx \\
2. \int \sin(8x + 3) dx & 5. \int \frac{\arcsin^5 x + x}{\sqrt{1 - x^2}} dx & 8. \int \frac{5x^4 dx}{(x+1)(x^2+4)} \\
3. \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx & 6. \int (3x + 2) \cos 3x dx &
\end{array}$$

Вариант 9.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{7x + x^2 - \sqrt{x}}{x^2} dx & 4. \int \left(10 \sin \frac{x}{2} + \frac{3}{e^x} \right) dx & 7. \int x \operatorname{arctg} 2x dx \\
2. \int (4 + 5x)^9 dx & 5. \int (x - 5) \sin 5x dx & 8. \int \frac{6x^3 dx}{(x^2 - 1)(x + 2)} \\
3. \int \frac{x + \operatorname{arctg}^3 x}{1 + x^2} dx & 6. \int \frac{\sqrt{1 - x^2} + x\sqrt{1 + x^2}}{\sqrt{1 - x^4}} dx &
\end{array}$$

Вариант 10.

$$\begin{array}{lll}
1. \int e^x \left(\frac{e^{-x}}{\sqrt{x^3}} - 8 \right) dx & 4. \int (2 \cos 6x - 2e^{\frac{x}{4}}) dx & 7. \int \operatorname{arctg} \sqrt{x-1} dx \\
2. \int \frac{3}{\sqrt{5-3x}} dx & 5. \int \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx & 8. \int \frac{6x^5 dx}{(x^2-1)(x^2+2)} \\
3. \int \frac{x\sqrt{x^2+3}-3}{x^2+3} dx & 6. \int (2-4x) \sin 2x dx &
\end{array}$$

Вариант 11.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)^2 dx & 4. \int \left(\frac{7}{5 \sin^2 x} + 2e^{-8x} \right) dx & 7. \int x \operatorname{arctg} 2x dx \\
2. \int 4^{3x-1} dx & 5. \int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{x(x-3)(x-4)} dx & 8. \int \frac{x^2}{\sqrt{2-x}} dx \\
3. \int \frac{\ln x}{x^4} dx & 6. \int (3-2x) \cos \frac{x}{2} dx &
\end{array}$$

Вариант 12.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{(2-x)^2}{x^3} dx & 4. \int \frac{1+2x-\sqrt{4-x^2}}{4-x^2} dx & 7. \int e^{3\sqrt{x}} dx \\
2. \int \frac{(5+3 \ln x)^4}{x} dx & 5. \int \left(\frac{1}{2 \sin^2 x} - 4e^{\frac{x}{4}} \right) dx & 8. \int \frac{2x^6}{x^4-1} dx \\
3. \int \frac{4 dx}{(2x-5)^5} & 6. \int (4x-3) \cos 4x dx &
\end{array}$$

Вариант 13.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \left(\frac{x^4}{2} - \frac{4}{\sqrt{x}} \right) dx & 4. \int e^{-3x} (2-9x) dx & 7. \int \ln(1+2x) dx \\
2. \int (4x+1)^3 dx & 5. \int x^2 \sqrt{x^3+5} dx & 8. \int \frac{3x^4-2}{x^3-x} dx \\
3. \int (2 \sin 6x + e^{\frac{x}{10}}) dx & 6. \int \left(\frac{2x+3}{x^2+9} + \frac{7}{\sqrt{x^2+9}} \right) dx &
\end{array}$$

Вариант 14.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{x^3 \cos x + 7x}{x^3} dx & 4. \int \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{\operatorname{tg}^2 x + 3}} dx & 7. \int x^3 \operatorname{arctg} x dx \\
2. \int \left(\cos \frac{x}{3} - \frac{2}{e^x} \right) dx & 5. \int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{x(x-2)(x-4)} dx & 8. \int \frac{x \sin x}{\cos^3 x} dx \\
3. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{4x+3}} & 6. \int \left(\frac{4x+2}{x^2+2} + \frac{2}{\sqrt{2-x^2}} \right) dx &
\end{array}$$

Вариант 15.

1. $\int \frac{7 - 4x^2 \sin x}{x^2} dx$

4. $\int (4x + 5) e^{\frac{x}{2}} dx$

7. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

2. $\int 2^{3-4x} dx$

5. $\int \left(5 \sin \frac{2x}{5} + \frac{1}{e^{2x}} \right) dx$

8. $\int \frac{x^5 - x^3 + 1}{x^3 - x^2} dx$

3. $\int \frac{x^3}{4 + x^8} dx$

6. $\int \frac{2\sqrt{x^2 - 25} + 5x}{x^2 - 25} dx$

Вариант 16.

1. $\int \frac{dx}{8x + 6}$

4. $\int (2 - x) e^{-x} dx$

7. $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$

2. $\int \frac{x dx}{\sqrt{4 - x^4}}$

5. $\int \left(\frac{1}{e^{2x}} + 2 \cos \frac{2x}{3} \right) dx$

8. $\int \frac{x^5 + 3x^3 - 1}{x^4 + x^2} dx$

3. $\int \frac{\sqrt{x} - 3x^5 + 1}{2x} dx$

6. $\int \left(\frac{2\sqrt{2 - x^2} + 4x - 3}{2 - x^2} \right) dx$

Вариант 17.

1. $\int \frac{dx}{(5x + 1)^6}$

4. $\int (5x + 6) \cos 2x dx$

7. $\int 4x^3 \operatorname{arctg} 2x dx$

2. $\int \left(6x^5 - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right) dx$

5. $\int \left(e^{10x} - \frac{10}{\sin^2 10x} \right) dx$

8. $\int \frac{2x^5 - 8x^3 + 3}{x^3 - 2x^2} dx$

3. $\int \frac{1 - 2 \sin x}{\cos^2 x} dx$

6. $\int \left(\frac{3x + 4}{x^2 + 36} - \frac{x}{\sqrt{36 - x^2}} \right) dx$

Вариант 18.

1. $\int \frac{x - 2x^2 \cos x}{x^2} dx$

4. $\int (3x - 2) \sin 6x dx$

7. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$

2. $\int \frac{dx}{(2x - 7)^3}$

5. $\int \left(\cos \frac{x}{3} + \frac{2}{\cos^2 3x} \right) dx$

8. $\int \frac{x^5 - 12x^3 - 7}{x^3 + 2x^2} dx$

3. $\int \frac{dx}{x\sqrt{3 - \ln^2 x}}$

6. $\int \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 5x + 3}{x^2 + 1} dx$

Вариант 19.

1. $\int (2 \sin 8x + e^{5x}) dx$

4. $\int \left(5x^4 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x^2} \right) dx$

7. $\int \ln (4x^2 + 1) dx$

2. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 + x}}$

5. $\int (2x - 3) \cos 4x dx$

8. $\int \frac{(20 - x^3) dx}{x(x + 5)(x - 4)}$

3. $\int \frac{\sin x}{2 + \cos^2 x} dx$

6. $\int \left(\frac{5x}{\sqrt{x^2 + 7}} + \frac{8x + 10}{x^2 - 4} \right) dx$

Вариант 20.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \sqrt[3]{1+5x} dx & 4. \int \frac{\sqrt{25-x^2}-3x-1}{25-x^2} dx & 7. \int 3x^2 \operatorname{arctg} x dx \\
2. \int \frac{x^2+x3^x-3}{x} dx & 5. \int \left(2\sin^2 3x + \frac{4}{e^{4x}}\right) dx & 8. \int \frac{x^5-25x^3-1}{x^3+5x} dx \\
3. \int \frac{x^3+x}{\sqrt{x^4-9}} dx & 6. \int (4x+7) \sin \frac{x}{3} dx &
\end{array}$$

Вариант 21.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{3x^3+\sqrt{x}-2}{x} dx & 4. \int \frac{1-6x-\sqrt{x^2+16}}{x^2+16} dx & 7. \int \operatorname{arctg} 2x dx \\
2. \int \sqrt{5x-4} dx & 5. \int (2x-5) \cos \frac{x}{4} dx & 8. \int \frac{1-e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx \\
3. \int (\cos^2 5x - e^{8x}) dx & 6. \int \frac{x^3-5x^2+5x+23}{(x-1)(x+1)(x-5)} dx &
\end{array}$$

Вариант 22.

$$\begin{array}{lll}
1. \int (1-8x)^8 dx & 4. \int \left(7x^6 - \frac{3}{x^3} + \frac{2}{3x}\right) dx & 7. \int 2x \ln(1+x) dx \\
2. \int \frac{x^2+3x}{x^2-1} dx & 5. \int \left(\frac{14}{\cos^2 7x} - e^{\frac{x}{4}}\right) dx & 8. \int \frac{4x^4+3}{x^3+x} dx \\
3. \int \frac{x+\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx & 6. \int (8-3x) \sin 3x dx &
\end{array}$$

Вариант 23.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{dx}{5-3x} & 4. \int (x+5) \sin \frac{x}{2} dx & 7. \int \ln(2x^2+4) dx \\
2. \int \frac{3x+2x^2 \sin x}{x^2} dx & 5. \int \left(\frac{5}{\sin^2 10x} + 8e^{-\frac{x}{4}}\right) dx & 8. \int \frac{x^4+4x^2+2}{x^3+2x} dx \\
3. \int \frac{\sin x + \cos^2 x}{\cos^4 x} dx & 6. \int \left(\frac{4}{\sqrt{4-x^2}} + \frac{2x-5}{\sqrt{x^2+4}}\right) dx &
\end{array}$$

Вариант 24.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{3x^3 5^x - 5}{x^3} dx & 4. \int (x-10) \sin 7x dx & 7. \int \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} dx \\
2. \int \frac{5 dx}{\sqrt{1-5x}} & 5. \int \frac{2+\operatorname{tg}^5 x}{\cos^2 x} dx & 8. \int \frac{4x^5-1}{x^3-x} dx \\
3. \int \left(\sin \frac{x}{5} + 9e^{3x}\right) dx & 6. \int \frac{x\sqrt{9-x^2}-\sqrt{9+x^2}}{\sqrt{81-x^4}} dx &
\end{array}$$

Вариант 25.

$$\begin{array}{lll} 1. \int \frac{(\sqrt{x} + 2)^2}{x^2} dx & 4. \int \frac{x}{\sin^2 x} dx & 7. \int \ln(x + 2) dx \\ 2. \int \left(\cos \frac{x}{5} - \frac{12}{e^{3x}} \right) dx & 5. \int \frac{3x^4 + 3x^3 + 2}{x(x-1)(x+2)} dx & 8. \int \frac{x^2 - 4 \ln^3 x}{x} dx \\ 3. \int (4x + 2)^5 dx & 6. \int \left(\frac{4}{x^2 - 49} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 7}} \right) dx & \end{array}$$

Часть 2. Определённые интегралы

Задания 9, 10. Вычислить определённые интегралы.

Задания 11, 12. Вычислить несобственные интегралы.

Задание 13. Найти площадь области, ограниченной данными кривыми.

Задание 14. Вычислить длину дуги кривой.

Задание 15. Фигура, ограниченная данными кривыми, вращается вокруг оси OX . Вычислить объём полученного тела вращения.

Вариант 1.

$$\begin{array}{llll} 9. \int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} dx & 10. \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin 2x dx & 11. \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^3} & 12. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2} \\ 13. y = (x-2)^2, y = x & & 15. y = -x^2 + x, y = 0 & \\ 14. y = \ln(x^2 - 1), 2 \leq x \leq 3 & & & \end{array}$$

Вариант 2.

$$\begin{array}{llll} 9. \int_0^2 \frac{x dx}{16+x^4} & 10. \int_0^{\frac{\pi}{6}} x \cos 3x dx & 11. \int_1^2 \frac{dx}{x \ln x} & 12. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x)^2} \\ 13. y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x & & 15. y = 5 \cos x, y = \cos x, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} & \\ 14. y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15} & & & \end{array}$$

Вариант 3.

9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 4x dx$ 10. $\int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9} + \sqrt{x}}$ 11. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^4}$ 12. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$
 13. $y = \sin x \cos^2 x, y = 0, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 15. $y = -x^2 + 2x, y = 0, x = 1$
 14. $y = e^x + 3, \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}$

Вариант 4.

9. $\int_0^1 x e^{-2x} dx$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 2x \sin 4x dx$ 11. $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 2x}$ 12. $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{4x^2 + 1}$
 13. $y = (x+1)^2, y = 0, x = 0$ 15. $y = x^2, y^2 = x$
 14. $y = -\ln \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$

Вариант 5.

9. $\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^3 x dx$ 11. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$ 12. $\int_0^2 \frac{dx}{x^2}$
 13. $y = \sqrt{4-x^2}, y = 0, 0 \leq x \leq 2$ 15. $y = \sin^2 x, y = 0, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
 14. $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2} \ln x, 1 \leq x \leq e$

Вариант 6.

9. $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x}{e^x + 3} dx$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ 11. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{1+x+x^2}$ 12. $\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$
 13. $y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$ 15. $y = x^3 + 1, y = 0, x = 0, x = 1$
 14. $y = \frac{2}{3} \sqrt{x^3}, 0 \leq x \leq 3$

Вариант 7.

9. $\int_1^e \ln x dx$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^3 x dx$ 11. $\int_1^3 \frac{dx}{(x-3)^3}$ 12. $\int_0^{+\infty} e^{-3x} dx$
 13. $y = \sqrt{x+4}, y = 0, x = 0$ 15. $y = 3 \sin x, y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi$
 14. $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, 0 \leq x \leq 1$

Вариант 8.

$$9. \int_0^1 \frac{x+4}{\sqrt{4-x^2}} dx \quad 10. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin 2x dx \quad 11. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{2-2x+x^2} \quad 12. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$13. y = 0, y = x\sqrt{9-x^2}, 0 \leq x \leq 3 \quad 15. y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1$$

$$14. y = \sqrt{1-x^2} + \arccos x, 0 \leq x \leq \frac{8}{9}$$

Вариант 9.

$$9. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}+1} \quad 10. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx \quad 11. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5} \quad 12. \int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}$$

$$13. y = x^2 - 4x, y = x \quad 15. y = -x^2 + 2x, y = -x + 2$$

$$14. y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x, 0 \leq x \leq \frac{7}{9}$$

Вариант 10.

$$9. \int_1^4 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}} \quad 10. \int_0^{\pi} x \cos \frac{x}{4} dx \quad 11. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+5} \quad 12. \int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^4}$$

$$13. y = -x^2 + 1, y = x - 1 \quad 15. y = e^{1-x}, y = 0, x = 0, x = 1$$

$$14. y = 2 \ln(4-x^2), 0 \leq x \leq 1$$

Вариант 11.

$$9. \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}} \quad 10. \int_0^{\pi} x \sin \frac{x}{2} dx \quad 11. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}} \quad 12. \int_{-\infty}^1 \frac{dx}{x^2+3}$$

$$13. y = \frac{1}{4}x^2, y = 5-x^2 \quad 15. y = \sqrt{e^x-1}, y = 0, x = 1$$

$$14. y = e^x + 13, \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}$$

Вариант 12.

$$9. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}-2} \quad 10. \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 4x \sin 2x dx \quad 11. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2-2x+5} \quad 12. \int_0^1 \frac{dx}{(x-1)^5}$$

$$13. y = \sqrt{2-x}, y = 0, x = 0 \quad 15. y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1$$

$$14. y = e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}, 0 \leq x \leq 2$$

Вариант 13.

9. $\int_1^e x \ln x dx$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{\sin x} dx$ 11. $\int_1^e \frac{dx}{x \ln x}$ 12. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{9x^2 + 4}$
 13. $y = x\sqrt{4 - x^2}, y = 0, 0 \leq x \leq 2$ 15. $y = \sqrt{9 - x^2}, y = 0, x = 0, x = 1$
 14. $y = 1 - \ln(\cos x), 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$

Вариант 14.

9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$ 10. $\int_1^e \frac{dx}{x(1 + \ln x)^2}$ 11. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 8x + 17}$ 12. $\int_{-2}^2 \frac{dx}{x^4}$
 13. $y = x^2, y = 2 - x^2$ 15. $y = x^2, y = 1$
 14. $y = -\arccos \sqrt{x} + \sqrt{x - x^2}, 0 \leq x \leq \frac{1}{4}$

Вариант 15.

9. $\int_0^1 \frac{x dx}{2x^2 + 1}$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{8}} x \cos 4x dx$ 11. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}$ 12. $\int_{-3}^3 \frac{dx}{x^2}$
 13. $y = -x^2 + 2x + 3, y = 2x + 2$ 15. $y = x^3, y = \sqrt{x}$
 14. $y = \sqrt{2x - x^2}, \frac{1}{2} \leq x \leq 1$

Вариант 16.

9. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 x dx$ 10. $\int_1^e \frac{dx}{x(1 + \ln x)^2}$ 11. $\int_0^2 \frac{dx}{1 - x}$ 12. $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{3x^2 + 4}$
 13. $y = \sin x, y = x^2 - \pi x$ 15. $y = x, y = \frac{1}{x}, x = 2$
 14. $y = \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}, 0 \leq x \leq \frac{3}{4}$

Вариант 17.

9. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{1 + x^2}$ 10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin x dx$ 11. $\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{x - 2}}$ 12. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{9x^2 + 1}$
 13. $y = x^2 - 3x, y = x$ 15. $y = \frac{4}{x}, y = 0, x = 1, x = 4$
 14. $y = 1 - \ln \sin x, \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

Вариант 18.

$$9. \int_0^4 \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + 9}} \quad 10. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \cos 3x dx \quad 11. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 4x + 5} \quad 12. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$$

$$13. y = \frac{4}{x}, y = 5 - x \quad 15. y = x^2 + 1, y = 9 - x^2$$

$$14. y = 1 - \ln(x^2 - 1), 3 \leq x \leq 4$$

Вариант 19.

$$9. \int_0^1 x e^{-x} dx \quad 10. \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right) dx \quad 11. \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{16x^2 + 9} \quad 12. \int_4^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-4}}$$

$$13. y = \frac{1}{x}, y = x, x = 2 \quad 15. y = e^x, y = 1, x = 1$$

$$14. y = \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}, 0 \leq x \leq \frac{9}{16}$$

Вариант 20.

$$9. \int_1^e \ln x dx \quad 10. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^2 x dx \quad 11. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 10} \quad 12. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$13. y^2 = 2x, x = 8 \quad 15. y = x^2 + 1, y = 1, x = 2$$

$$14. y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}, \frac{1}{4} \leq x \leq 1$$

Вариант 21.

$$9. \int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^4 + 1} \quad 10. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{25 - 3x}} \quad 11. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9} \quad 12. \int_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{x \ln x}$$

$$13. y = \ln x, y = 0, x = e \quad 15. y^2 = x, x = 2$$

$$14. y = \frac{1}{3} (3 - x) \sqrt{x}, 1 \leq x \leq 4$$

Вариант 22.

$$9. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 - x^6}} \quad 10. \int_0^{\pi} x \cos x dx \quad 11. \int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx \quad 12. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x \ln^2 x}$$

$$13. y = 3 - 2x, y = x^2 \quad 15. x^2 + y^2 = 4, y = 0, y \geq 0$$

$$14. y = \arcsin e^{-x}, 0 \leq x \leq 1$$

Вариант 23.

$$9. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x dx}{\cos^2 x} \quad 10. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \operatorname{ctg} x}{\sin^2 x} dx \quad 11. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}} \quad 12. \int_0^{+\infty} e^{-2x} dx$$

$$13. y = x^2, y = 2x^2, x = 3$$

$$15. y = 2x - x^2, y = 0$$

$$14. y = x^{\frac{3}{2}}, 0 \leq x \leq 4$$

Вариант 24.

$$9. \int_0^1 \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}} \quad 10. \int_{-3}^{-1} \frac{x + 3}{x^2 + 6x + 13} dx \quad 11. \int_0^1 \frac{\ln x}{x} dx \quad 12. \int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{(x + 2)^3}$$

$$13. y = \frac{x^2}{3}, y = 4 - \frac{2}{3}x^2$$

$$15. y = x^2, y = 4$$

$$14. y = \ln \sin x, \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

Вариант 25.

$$9. \int_0^4 \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt{x}} \quad 10. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \sin x dx \quad 11. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg} x dx \quad 12. \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$$

$$13. y = \frac{6}{x}, y = 7 - x$$

$$15. \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$$

$$14. y = 2 - \arccos \sqrt{x} + \sqrt{x - x^2}, \frac{1}{4} \leq x \leq 1$$

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2

Часть 1. Ряды

Задания 1 – 4. Исследовать сходимости знакоположительных рядов.

Задание 5. Исследовать сходимость знакпеременного ряда. Если он сходится, то указать, абсолютно или условно.

Задание 6. Найти область сходимости степенного ряда.

Задание 7. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x . Указать интервал, в котором это разложение имеет место.

Задание 8. Вычислить интеграл с точностью до 0,001.

Задание 9. Разложить функцию в ряд Фурье в заданном интервале. Построить график функции и график суммы ряда Фурье.

Вариант 1.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2 + 1}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$

7. $f(x) = \sqrt{1 + \frac{x}{5}}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^n}{(2n+1)^n}$

8. $\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n}$

9. $f(x) = x + 5, x \in (-2; 2)$

Вариант 2.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 3}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$

7. $f(x) = \frac{4}{1-x^2}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3}$

8. $\int_0^1 \cos x^2 dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-3)^n$

9. $f(x) = |x| + 1, x \in (-\pi; \pi)$

Вариант 3.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln n}}$

7. $f(x) = \frac{1}{4-x}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n}{3n-1}$

8. $\int_0^1 \frac{1 - \cos x}{x} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+2)^n}{n}$

9. $f(x) = \frac{\pi - x}{2}, x \in (-\pi; \pi)$

Вариант 4.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{n(n+1)}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3n}$

7. $f(x) = \frac{6}{2x+3}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n 2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$

8. $\int_0^{0,25} x \sin 2x dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{2n}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{n^3}$

9. $f(x) = 2x + 1, x \in (-1; 1)$

Вариант 5.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$

7. $f(x) = \ln(3 - x)$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n}}$

8. $\int_0^{0,5} \frac{\sin 2x}{x} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n (x + 1)^n$

9. $f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\pi; 0] \\ 2, & x \in (0; \pi) \end{cases}$

Вариант 6.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n^2}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^3}$

7. $f(x) = \sqrt{1 + 5x}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n! 3^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2}}$

8. $\int_0^{0,5} e^{-\frac{x^2}{4}} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1}\right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{3^n}$

9. $f(x) = x + 1, x \in (-\pi; \pi)$

Вариант 7.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n^2}$

7. $f(x) = 2 \cos^2 x$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

5. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$

8. $\int_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^3}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3n^2}$

9. $f(x) = |x|, x \in (-3; 3)$

Вариант 8.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2n^2 + 1}{(1+n^2)}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[4]{n}}$

7. $f(x) = \ln(1+x^2)$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n+1}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$

8. $\int_0^{0,2} \cos \left(\frac{5x}{2}\right)^2 dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n e^{-n}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{\sqrt{n}}$

9. $f(x) = x - 1, x \in (-1; 1)$

Вариант 9.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3+5n+1}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{\sqrt{n^3}}$$

7.
$$f(x) = \frac{1}{1-x^4}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{8^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n5^n}$$

8.
$$\int_0^{0,4} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3} \right)^n$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n}(x-4)^n$$

9.
$$f(x) = x, x \in (-5; 5)$$

Вариант 10.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+2}}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9+n^2}$$

7.
$$f(x) = \frac{x}{1+x^3}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n3^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$$

8.
$$\int_0^1 \sin x^3 dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$$

9.
$$f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (-\pi; 0] \\ -1, & x \in (0; \pi) \end{cases}$$

Вариант 11.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+2}}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{n\sqrt[3]{n}}$$

7.
$$f(x) = x e^{3x}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{n}$$

8.
$$\int_0^1 \frac{\sin x^2}{x} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{3n+2}{2n+1} \right)^n$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^n}{n+1}$$

9.
$$f(x) = 1-x, x \in (-\pi; \pi)$$

Вариант 12.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+2}}$$

4.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^5 n}$$

7.
$$f(x) = \ln(1+2x)$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+2}$$

8.
$$\int_0^{0,5} \sin 4x^2 dx$$

3.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\ln n}{n} \right)^n$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \sqrt{n}}$$

9.
$$f(x) = 2|x|, x \in (-\pi; \pi)$$

Вариант 13.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 3}}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^4}$$

7.
$$f(x) = \frac{1}{1 - x^3}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$$

8.
$$\int_0^{0,4} e^{-\frac{3x^2}{4}} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^n}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} (x + 2)^n$$

9.
$$f(x) = \begin{cases} -x, & x \in (-\pi; 0] \\ 0, & x \in (0; \pi) \end{cases}$$

Вариант 14.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^3 + 1}}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n+1}\right)^n$$

7.
$$f(x) = \sin \frac{x^3}{2}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 2^n}{3^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n!}$$

8.
$$\int_0^{0,2} \frac{1 - e^{-x}}{x} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{2n+1}\right)^{3n}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-2)^n}{n+1}$$

9.
$$f(x) = 2x + 3, x \in (-\pi; \pi)$$

Вариант 15.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$$

4.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^4 n}$$

7.
$$f(x) = \sqrt[5]{1 + x^2}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arcsin \frac{1}{n^2}$$

8.
$$\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+2x)}{x} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{n+1}\right)^n$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{2^n}$$

9.
$$f(x) = 3 - x, x \in (-3; 3)$$

Вариант 16.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^3 + n + 7}}$$

4.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^{3/2} n}$$

7.
$$f(x) = \sqrt[4]{16 - x}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^3}}$$

8.
$$\int_0^{0,5} \cos \sqrt{x} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{n}}$$

9.
$$f(x) = \begin{cases} 4, & x \in (-3; 0] \\ 2, & x \in (0; 3) \end{cases}$$

Вариант 17.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[3]{\ln n}}$

7. $f(x) = x^2 \sin x$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n}$

8. $\int_0^{1/3} \sqrt{1+x^3} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{\sqrt{n+1}}$

9. $f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-\pi; 0] \\ 3, & x \in (0; \pi) \end{cases}$

Вариант 18.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[5]{\ln n}}$

7. $f(x) = \frac{e^{3x} - 1}{x}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 3^n}{2^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2}}$

8. $\int_0^{0.5} \cos 4x^2 dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+2}\right)^{2n}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n(n+1)}$

9. $f(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-2; 0] \\ 3, & x \in (0; 2) \end{cases}$

Вариант 19.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + n^2 + 1}}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{25}{n^2\sqrt{n}}$

7. $f(x) = \sqrt[3]{1+2x}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n!}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n 3^n}$

8. $\int_0^{0.5} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-3}{3n+1}\right)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n\sqrt{n}}$

9. $f(x) = x + 2, x \in (-1; 1)$

Вариант 20.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + n}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^6 n}$

7. $f(x) = \sqrt{9+x}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}}$

8. $\int_0^{0.2} \sin 5x^2 dx$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{n}}$

9. $f(x) = \begin{cases} 5, & x \in (-\pi; 0] \\ -1, & x \in (0; \pi) \end{cases}$

Вариант 21.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+3}$$

7.
$$f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{x^2}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{\sqrt{2^n}}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{3^n}$$

8.
$$\int_0^{0,5} \sqrt{1+x^4} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^3+1}{4n^3+2n} \right)^{2n}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n}$$

9.
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-1; 0] \\ x, & x \in (0; 1) \end{cases}$$

Вариант 22.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+4n^2+1}}$$

4.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$$

7.
$$f(x) = \ln(x^3+1)$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!4^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+6}$$

8.
$$\int_0^1 \frac{1-e^{-x^2}}{x^2} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-2}{3n-1} \right)^n$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n}$$

9.
$$f(x) = |x|, x \in (-1; 1)$$

Вариант 23.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{n^4+3}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2+1}$$

7.
$$f(x) = 1 - \cos 2x$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(n+1)}{n!}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+2}{n+1} \right)$$

8.
$$\int_0^1 \frac{1}{x} \sin \frac{x}{4} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}$$

9.
$$f(x) = x - 2, x \in (-3; 3)$$

Вариант 24.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+4)}}$$

4.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln n}}{n}$$

7.
$$f(x) = \frac{1}{2+x}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{10^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+1}$$

8.
$$\int_0^{0,2} e^{-3x^2} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3} \right)^{2n}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n!}$$

9.
$$f(x) = 3 - x, x \in (-2; 2)$$

Вариант 25.

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+2)}}$$

4.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{5}{n\sqrt{n}}$$

7.
$$f(x) = \frac{\ln(1+4x)}{x}$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^2}{10^n}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n!}$$

8.
$$\int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{3n}$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n!}$$

9.
$$f(x) = 3x - 1, x \in (-4; 4)$$

Часть 2. Дифференциальные уравнения

Задания 10, 12 – 15. Найти общие решения дифференциальных уравнений.

Задания 11, 16. Решить задачи Коши.

Вариант 1.

10. $6x dx - 2y dy = 2y x^2 dy - 3xy^2 dx$

13. $(1+x^2) y'' + 2x y' = 2x$

11. $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, y(\pi) = 0$

14. $y''' + 8y'' + 15y' = 0$

12. $y'' = 2 \sin(5x - 3) - 4x^3 + 13$

15. $y'' - 2y' + y = 9e^{-2x}$

16. $y'' + y' = 16x + 10, y(0) = 0, y'(0) = 0$

Вариант 2.

10. $y' \sin x = y \ln y$

13. $2xy'y'' = (y')^2 - 1$

11. $y' + y \operatorname{ctg} x = \cos x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$

14. $y''' + 25y' = 0$

12. $y'' = 6x + 5e^{2-x} + \sqrt[3]{3x}$

15. $y'' + 2y' + y = 3x + 5$

16. $y'' - 3y' + 2y = 10 \sin x, y(0) = 1, y'(0) = 0$

Вариант 3.

10. $y' \sin x - y \cos x = 0$

13. $y'' = \frac{y'}{x} + 1$

11. $y' - 4xy = 2x e^{x^2}, y(0) = 1$

14. $y'''' - 7y'' = 0$

12. $y'' = 12^{6x-5} + \sqrt{x} + 7$

15. $y'' - 9y = 3x^{2x}$

16. $y'' + 4y' + 5y = 25x, y(0) = 2, y'(0) = 0$

Вариант 4.

10. $(5 + y^2) + y' y (1 - x^2) = 0$ 13. $y'' \operatorname{ctg} x + 2y' = 0$
 11. $y' - 4xy = 4x^3 e^{2x^2}$, $y(0) = 0$ 14. $y''' - 3y'' - 4y' = 0$
 12. $y'' = 6x^5 - 3e^{-2x} + \sin 7x$ 15. $y'' + 2y' + 5y = 17 \sin 2x$
 16. $y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 3x - 4$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 5$

Вариант 5.

10. $y \ln y + x y' = 0$ 13. $x y'' - 2y' = -\frac{2}{x^2}$
 11. $y' - 3x^2 y = x^2 e^{x^3}$, $y(0) = 0$ 14. $y''' - 3y'' - 4y' = 0$
 12. $y'' = 3 \cos 6x - \frac{5}{\cos^2 x} + 1$ 15. $y'' - 2y' + y = (2x + 5) e^{2x}$
 16. $y'' - 4y' + 13y = 26x + 5$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$

Вариант 6.

10. $(1 - x^2) y' + x y^2 + x = 0$ 13. $x y'' + 2y' = 0$
 11. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}$, $y(1) = 1$ 14. $y''' + 5y'' - 14y' = 0$
 12. $y'' = \sqrt{x} - 15 - 3 \sin 4x$ 15. $y'' + y = x^2 + 6$
 16. $y'' - 5y' - 6y = e^x (-10x - 3)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 8$

Вариант 7.

10. $\sqrt{4 - x^2} y' + x (y^2 + 1) = 0$ 13. $(1 + \sin x) y'' = y' \cos x$
 11. $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3$, $y(0) = \frac{1}{2}$ 14. $y'''' - 81y = 0$
 12. $y'' = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sin^2 x} + 4$ 15. $y'' - 4y' + 3y = -4x e^x$
 16. $y'' + 6y' + 9y = 25 e^{2x}$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 2$

Вариант 8.

10. $y' y \sqrt{\frac{1 - x^2}{1 - y^2}} + 1 = 0$ 13. $x^3 y'' + x^2 y' = 1$
 11. $y' + \frac{y}{2x} = x$, $y(1) = 0$ 14. $y''' - 9y'' + 8y' = 0$
 12. $y'' = 15e^{3-2x} - \frac{1}{x^2} + 8x$ 15. $y'' - y' - 2y = (1 - 2x) e^x$
 16. $y'' - 2y' + y = 16 e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$

Вариант 9.

10. $\sqrt{4+x^2} dx - 4y dy = x^2 y dy$

13. $x^5 y'' + x^4 y' = 9$

11. $y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0$

14. $y''' - 6y'' + 9y' = 0$

12. $y'' = 14 \cos 7x - \sqrt[5]{x+4} + 6$

15. $y'' + 6y' + 13y = 75 \cos 2x$

16. $y'' + y = 4e^x, y(0) = 4, y'(0) = -3$

Вариант 10.

10. $x \sqrt{1+y^2} + y y' (1+x^2) = 0$

13. $x^2 y'' + x y' = 1$

11. $y' - \frac{y}{x} = x \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$

14. $y''' - 2y'' - 8y' = 0$

12. $y'' = 6 \sin 3x + \frac{2}{x^3} + \frac{5}{\sin^2 x}$

15. $y'' + 2y' + y = 2 - 3x^2$

16. $y'' + 81y = 162e^{9x}, y(0) = 0, y'(0) = 9$

Вариант 11.

10. $y(1 - \ln y) + x y' = 0$

13. $2x y'' = y'$

11. $xy' + y = \ln x, y(1) = 1$

14. $y''' - 6y'' + 12y' - 8y = 0$

12. $y'' = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2 \cos^2 x} + 4$

15. $y'' + y' - 6y = 10e^{2x}$

16. $y'' + y = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

Вариант 12.

10. $2x + 2xy^2 + (2 - x^2) y' = 0$

13. $x y'' + y' = x + 1$

11. $y' + \frac{y}{x} = 3x, y(1) = 1$

14. $y''' + 2y'' - 24y' = 0$

12. $y'' = 10e^{1-5x} + (x+3)^5 - 2$

15. $y'' + 3y' + 2y = (6x-1)e^x$

16. $y'' + 9y = 18x + 9, y(0) = 0, y'(0) = 5$

Вариант 13.

10. $2x dx - y dy = y x^2 dy - x y^2 dx$

13. $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$

11. $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1$

14. $y''' + 4y'' + 4y' = 0$

12. $y'' = 3\sqrt{x-8} - 4 \cos 5x + \frac{2}{x^4}$

15. $y'' + 2y' - 3y = 30 \cos 3x$

16. $y'' - 2y' = 2e^x, y(0) = 0, y'(0) = 0$

Вариант 14.

- | | |
|-----------------------------------------|------------------------------|
| 10. $(1 + e^x) y y' = e^x$ | 13. $x y'' + y' + x = 0$ |
| 11. $y' + \frac{y}{x} = e^x, y(1) = 0$ | 14. $y''' + 3y'' - 4y' = 0$ |
| 12. $y'' = (2x + 5)^6 - e^{-x} + 4$ | 15. $y'' - 3y' + 2y = -5e^x$ |
| 16. $y'' - y = 2x, y(0) = 0, y'(0) = 0$ | |

Вариант 15.

- | | |
|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| 10. $\sqrt{5 + y^2} dx + 4(x^2 y + y) dy = 0$ | 13. $y'' \operatorname{tg} x = y'$ |
| 11. $y' + \frac{2xy}{1 + x^2} = \frac{3x^2}{1 + x^2}, y(0) = 0$ | 14. $y''' - 9y'' + 8y' = 0$ |
| 12. $y'' = \frac{5}{x^2} - 2\sqrt{x + 4} - 7$ | 15. $y'' + y' - 2y = 9e^x$ |
| 16. $y'' + y = 48 \cos 5x + 72 \sin 5x, y(0) = 0, y'(0) = 0$ | |

Вариант 16.

- | | |
|---------------------------------------------------------|------------------------------------|
| 10. $(e^{2x} + 2) dy + y e^{2x} dx = 0$ | 13. $x y'' - y' + \frac{1}{x} = 0$ |
| 11. $y' + \frac{y}{x} = \sin x, y(\pi) = 1$ | 14. $y''' + 4y'' - 5y' = 0$ |
| 12. $y'' = \sqrt[3]{x - 5} - \frac{11}{\cos^2 x} + 3$ | 15. $y'' + y' = x$ |
| 16. $y'' - 3y' + 2y = 24 e^{-2x}, y(0) = -1, y'(0) = 4$ | |

Вариант 17.

- | | |
|-----------------------------------------------------|--------------------------------------|
| 10. $x dx - 3y dy = y x^2 dy - x y^2 dx$ | 13. $y'' \operatorname{ctg} x = 2y'$ |
| 11. $y' - \frac{y}{x + 1} = e^x (x + 1), y(0) = 1$ | 14. $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$ |
| 12. $y'' = \frac{1}{(2x - 5)^2} + 9e^{3x-1}$ | 15. $y'' + 3y' + 2y = 12x^2 + 8x$ |
| 16. $y'' - 5y' + 4y = 3e^{4x}, y(0) = 0, y'(0) = 4$ | |

Вариант 18.

- | | |
|----------------------------------------------------|---------------------------------|
| 10. $(x^2 y + 9y) dy + \sqrt{2 + y^2} dx = 0$ | 13. $(1 + x^2) y'' + 2x y' = 2$ |
| 11. $x y' + y = x^5, y(1) = 0$ | 14. $y''' + 36y' = 0$ |
| 12. $y'' = 24 \sin(2x) + 3x^2 + 1$ | 15. $y'' + 25y = 50 e^{5x}$ |
| 16. $y'' + y = -\sin(2x), y(\pi) = 1, y'(\pi) = 1$ | |

Вариант 19.

10. $x\sqrt{5+y^2} dx + y\sqrt{4+x^2} dy = 0$ 13. $x y'' + y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$
 11. $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4}$ 14. $y''' + y'' - 2y' = 0$
 12. $y'' = 3 \cos(7x - 2) - 5e^{2x-7} + \sqrt{x}$ 15. $y'' - 3y' + 2y = -5e^x$
 16. $y'' - 64y = 128 \cos 8x, y(0) = 0, y'(0) = 0$

Вариант 20.

10. $6x dx - y dy = y x^2 dy - 3x y^2 dx$ 13. $x^4 y'' + x^3 y' = 1$
 11. $y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0$ 14. $y''' + 6y'' + 5y' = 0$
 12. $y'' = (2x - 1)^9 - \frac{1}{e^{3x}} + 11$ 15. $y'' + y = 2 \cos 7x - 3 \sin 7x$
 16. $y'' + 3y' + 2y = 1 - 2x^2, y(0) = 0, y'(0) = 0$

Вариант 21.

10. $(2 - e^x) dy + 3e^x \operatorname{tg} y dx = 0$ 13. $y'' x \ln x = y'$
 11. $y' - y \operatorname{tg} x = 1, y(0) = 0$ 14. $y''' + 6y'' + 9y' = 0$
 12. $y'' = 3\sqrt{x-8} + \frac{7}{x^2} - 5 \sin(2x - 3)$ 15. $y'' + y = 16 \cos 3x - 24 \sin 3x$
 16. $y'' - y' = 2x, y(0) = 0, y'(0) = 0$

Вариант 22.

10. $y' = (2y + 1) \operatorname{ctg} x$ 13. $y'' - \frac{y'}{x(2 + \ln x)} = 2 + \ln x$
 11. $y' - \frac{3y}{x} = x, y(1) = 6$ 14. $y''' + y' = 0$
 12. $y'' = 2x + 15e^{1-5x} - \frac{1}{x}$ 15. $y'' + 4y' + 4y = 8x^2 + 6$
 16. $y'' + 6y' + 5y = 84e^{2x}, y(0) = -1, y'(0) = 1$

Вариант 23.

10. $\sqrt{3+y^2} + \sqrt{1-x^2} y y' = 0$ 13. $x^5 y'' + x^4 y' = 1$
 11. $y' - \frac{y}{x} = \ln x, y(1) = 0$ 14. $y''' - 3y'' + 2y' = 0$
 12. $y'' = 6e^{2x} - x^2 + 7$ 15. $y'' + y' = 4x - 1$
 16. $y'' - 2y' = e^x(3x - 1), y(0) = 2, y'(0) = 0$

Вариант 24.

10. $x\sqrt{1-y^2} dx + y\sqrt{1-x^2} dy = 0$

13. $xy'' + y' = 3x + 2$

11. $y' + y \cos x = \cos x, y(0) = 1$

14. $y'''' - 16y = 0$

12. $y'' = 20 \sin 2x + 3x^2 + 6$

15. $y'' - 2y' + y = 6$

16. $y'' - 4y' + 3y = 10 \cos x, y(0) = 1, y'(0) = 2$

Вариант 25.

10. $y(5 + \ln y) + xy' = 0$

13. $x^4 y'' + x^3 y' = 4$

11. $y' - y \cos x = \cos^2 x e^{\sin x}, y(0) = 0$

14. $y'''' - 9y'' = 0$

12. $y'' = \frac{2}{x^3} + 8e^{4x} + 5$

15. $y'' - 6y' + 9y = 4x e^x$

16. $y'' + 4y = e^{-2x}, y(0) = 0, y'(0) = 0$

П Р И Л О Ж Е Н И Я

Приложение 1.

Таблица преобразований графика функции

Функция	Преобразование, которое следует провести с графиком функции $y = f(x)$
$f(x) + b, b \neq 0$	$b > 0 \Rightarrow$ сдвиг вверх на b единиц $b < 0 \Rightarrow$ сдвиг вниз на $ b $ единиц
$f(x + a), a \neq 0$	$a > 0 \Rightarrow$ сдвиг влево на a единиц $a < 0 \Rightarrow$ сдвиг вправо на $ a $ единиц
$kf(x), k > 0, k \neq 1$	$k > 1 \Rightarrow$ растяжение в k раз вдоль оси Oy $0 < k < 1 \Rightarrow$ сжатие в $\frac{1}{k}$ раз вдоль оси Oy
$f(kx), k > 0, k \neq 1$	$k > 1 \Rightarrow$ сжатие в k раз вдоль оси Ox $0 < k < 1 \Rightarrow$ растяжение в $\frac{1}{k}$ раз вдоль оси Ox
$f(-x)$	симметричное отражение относительно оси Oy
$-f(x)$	симметричное отражение относительно оси Ox
$ f(x) $	1) всё, что ниже оси Ox симметрично отражается вверх; 2) всё, что выше оси Ox (включая точки на оси), остаётся
$f(x)$	1) всё, что левее оси Oy , исчезает; 2) всё, что правее оси Oy (включая точку на оси), остаётся; 3) правая часть симметрично относительно оси Oy отражается налево

Некоторые формулы элементарной математики

$$\begin{array}{lll}
 (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 & (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 & a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \\
 \frac{1}{x^n} = x^{-n} & \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}} & \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \\
 a^b \cdot a^c = a^{b+c} & a^c \cdot b^c = (ab)^c & (a^b)^c = a^{bc} \\
 \frac{a^b}{a^c} = a^{b-c} & \frac{a^c}{b^c} = \left(\frac{a}{b}\right)^c & \\
 \log_a 1 = 0 & \log_a a = 1 & \log_a \frac{1}{a} = -1 \\
 \lg x \equiv \log_{10} x & \ln x \equiv \log_e x & e \approx 2,7 \\
 \log_a(bc) = \log_a b + \log_a c & \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c & \\
 \log_a b^p = p \log_a b & \log_{a^q} b = \frac{1}{q} \log_a b & \\
 \sin^2 x + \cos^2 x = 1 & \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} & \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x} \\
 & \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1 & \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} - 1 \\
 \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x & \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 & \cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x \\
 \sin x \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x-y) + \sin(x+y)) & & \sin 2x = 2 \sin x \cos x \\
 \cos x \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) + \cos(x+y)) & & \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \\
 \sin x \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(x+y)) & & \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}
 \end{array}$$

Приложение 3.

Таблица эквивалентностей при $x \rightarrow 0$

$\sin x \sim x$	$\arcsin x \sim x$	$e^x - 1 \sim x$
$\operatorname{tg} x \sim x$	$\operatorname{arctg} x \sim x$	$a^x - 1 \sim x \ln a$
$\ln(1+x) \sim x$	$1 - \cos x \sim \frac{x^2}{2}$	$(1+x)^m - 1 \sim mx$
$\log_a(1+x) \sim \frac{x}{\ln a}$		$\sqrt[n]{1+x} - 1 \sim \frac{x}{n}$

Приложение 4.

Таблица эквивалентностей при $x \rightarrow a$,

$\lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = 0$ (a — число или символ ∞)

$\sin \varphi(x) \sim \varphi(x)$	$\arcsin \varphi(x) \sim \varphi(x)$	$e^{\varphi(x)} - 1 \sim \varphi(x)$
$\operatorname{tg} \varphi(x) \sim \varphi(x)$	$\operatorname{arctg} \varphi(x) \sim \varphi(x)$	$a^{\varphi(x)} - 1 \sim \varphi(x) \ln a$
$\ln(1+\varphi(x)) \sim \varphi(x)$	$1 - \cos \varphi(x) \sim \frac{\varphi^2(x)}{2}$	$(1+\varphi(x))^m - 1 \sim m\varphi(x)$
$\log_a(1+\varphi(x)) \sim \frac{\varphi(x)}{\ln a}$		$\sqrt[n]{1+\varphi(x)} - 1 \sim \frac{\varphi(x)}{n}$

Приложение 5.

Таблица производных

$(c)' = 0$ (c — число)	$x' = 1$	$(x^2)' = 2x$
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
$(e^x)' = e^x$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\sin x)' = \cos x$
$(a^x)' = a^x \ln a$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
$(u+v)' = u' + v'$	$(u-v)' = u' - v'$	$(cu)' = cu'$ (c — число)
$(uv)' = u'v + uv'$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$	

Таблица интегралов

$$\int 0 dx = C$$

$$\int dx = \int 1 dx = x + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + k}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + k}| + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\int F'(x) dx = \int d(F(x)) = F(x) + C$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

Таблица дифференциалов

$d(a) = 0$ (a — число)	$dx = d(x + a)$	$dx = d(x - a)$
$dx = -d(-x)$	$dx = \frac{1}{b} d(bx)$	$dx = b d\left(\frac{x}{b}\right)$
$x^n dx = \frac{1}{n+1} d(x^{n+1})$	$\frac{dx}{x} = d(\ln x)$	
$x dx = \frac{1}{2} d(x^2)$	$\frac{dx}{x^2} = -d\left(\frac{1}{x}\right)$	$\frac{dx}{\sqrt{x}} = 2 d(\sqrt{x})$
$e^x dx = d(e^x)$	$\cos x dx = d(\sin x)$	$\frac{dx}{\cos^2 x} = d(\operatorname{tg} x)$
$a^x dx = \frac{1}{\ln a} d(a^x)$	$\sin x dx = -d(\cos x)$	$\frac{dx}{\sin^2 x} = -d(\operatorname{ctg} x)$
$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = d(\arcsin x)$	$\frac{dx}{1+x^2} = d(\operatorname{arctg} x)$	
$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = -d(\arccos x)$	$\frac{dx}{1+x^2} = -d(\operatorname{arcctg} x)$	$d(f(x)) = (f(x))' dx$

Таблица разложений функций в ряд Тейлора

$$\begin{aligned}
 e^x &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots, \quad |x| < \infty, \\
 \sin x &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots, \\
 & \hspace{25em} |x| < \infty, \\
 \cos x &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots, \quad |x| < \infty, \\
 \ln(1+x) &= \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots, \\
 & \hspace{25em} -1 < x \leq 1, \\
 \ln(1-x) &= -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots - \frac{x^n}{n} - \dots, \quad -1 \leq x < 1, \\
 \frac{1}{1+x} &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots + (-1)^n x^n + \dots, \quad |x| < 1, \\
 \frac{1}{1-x} &= \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + \dots, \quad |x| < 1, \\
 (1+x)^m &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m(m-1)(m-2)\dots(m-n+1)}{n!} x^n = \\
 &= 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!} x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!} x^3 + \dots \\
 & \dots + \frac{m(m-1)(m-2)\dots(m-n+1)}{n!} x^n + \dots, \quad m \in \mathbb{R}, \quad |x| < 1.
 \end{aligned}$$

Рекомендуемая литература

1. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс. Издательство Айрис-пресс, 2013.
2. Шипачёв В. С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство Юрайт, 2013.
3. Шипачёв В. С. Начала высшей математики. Издательство Лань, 2013.

Содержание

1 семестр

Контрольное домашнее задание №1	3
Часть 1. Элементарные преобразования графиков функций	3
Часть 2. Пределы	5
Контрольное домашнее задание №2	10
Часть 1. Производные	10
Часть 2. Применение производных	16

2 семестр

Контрольное домашнее задание №1	19
Часть 1. Неопределённые интегралы	19
Часть 2. Определённые интегралы	24
Контрольное домашнее задание №2	29
Часть 1. Ряды	29
Часть 2. Дифференциальные уравнения	36

Приложения

Приложение 1. Таблица преобразований графика функции	42
Приложение 2. Некоторые формулы элементарной математики	43
Приложение 3. Таблица эквивалентностей при $x \rightarrow 0$	44
Приложение 4. Таблица эквивалентностей при $x \rightarrow a$	44
Приложение 5. Таблица производных	44
Приложение 6. Таблица интегралов	45
Приложение 7. Таблица дифференциалов	46
Приложение 8. Таблица разложений функций в ряд Тейлора	47
Рекомендуемая литература	47