**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

Ю. И. Дементьев, В. А. Ухова

# МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

ПОСОБИЕ
по выполнению практических работ

*для студентов I курса*
*специальностей 10.05.02, 090302*
*очной формы обучения*

**Москва – 2014**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ (МГТУ ГА)

**Кафедра высшей математики**

Ю. И. Дементьев,    В. А. Ухова

# МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

ПОСОБИЕ
по выполнению практических работ

*для студентов I курса*
*специальностей 10.05.02, 090302*
*очной формы обучения*

**Москва – 2014**

## П Е Р В Ы Й С Е М Е С Т Р
## КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1
### Функции. Пределы

**Задания 1 – 4.** С помощью элементарных преобразований построить графики функций.

**Задания 5 – 11.** Вычислить пределы.

**Задание 12.** Найти точку разрыва функции. Определить характер разрыва.

### Вариант 1.

1. $y = 2^x + 3$
2. $y = 3\,\sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right)$
3. $y = \dfrac{1}{2-x}$
4. $y = x\,|x| - x + 2$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x + 1}{x^3 + 2x^2 + 4}$
6. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$
7. $\lim\limits_{x\to 8} \dfrac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt{2x} - 4}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{x^4}$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x}{\ln(1+5x)}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+4}{x-2}\right)^{-7x}$
11. $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 5x}$
12. $y = \dfrac{2x}{2-x}$

### Вариант 2.

1. $y = \log_2(x+2)$
2. $y = e^{-x} - 1$
3. $y = -\sin(2x+1)$
4. $y = \dfrac{1}{|x| - 1}$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^4 - 2}{\sqrt{x^8 + 3x + 4}}$
6. $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{5}} \dfrac{15x^2 - 2x - 1}{5x^2 - 4x - 1}$
7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{4+x} - 2}{3\operatorname{arctg} x}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x) - \ln(1-x)}{2x}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{10x-3}{10x-1}\right)^{5x}$
11. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$
12. $y = \dfrac{x+2}{x+5}$

### Вариант 3.

1. $y = \log_2(2-x)$
2. $y = 2\,\cos 2x$
3. $y = \dfrac{x}{1-x}$
4. $y = 2 + |x| - x^2$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{\dfrac{x^3 - 2}{4x^3 - x}}$
6. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^4 - 3x^2 - 4}$
7. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+8} - \sqrt{8x+1}}{\sqrt{5-x} - \sqrt{7x-3}}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos x}{\cos 3x - \cos x}$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\sin 3x}{\ln(1+x^2)}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{5-x}{7-x}\right)^{\frac{x}{2}+2}$
11. $\lim\limits_{x\to\pi/4} \dfrac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}$
12. $y = \dfrac{5x}{x-3}$

## Вариант 4.

1. $y = 3^{-x} + 1$
2. $y = \sqrt{x-3}$
3. $y = \sin(2x-4)$
4. $y = \dfrac{1}{1-|x|}$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^2 - x^3 - 2}{4x^2 - 7}$
6. $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{5x^2 - 24x - 5}{x^3 - 3x^2 - 10x}$
7. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{3x} - e^x}{\sin 2x}$
10. $\lim\limits_{x\to 1} (7-6x)^{\frac{x}{3x-3}}$
11. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{\operatorname{tg} \pi x}{x+2}$
12. $y = \dfrac{x^2 - x - 2}{x+1}$

## Вариант 5.

1. $y = \operatorname{tg} \dfrac{x}{2}$
2. $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x)$
3. $y = \dfrac{2x}{2x+1}$
4. $y = 2x^2 - 4|x|$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{3x^2 + x - 2}{4x^2 + 2x + 7}\right)^3$
6. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$
7. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x+1}{\sqrt{6x^2+3} + 3x}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{\operatorname{ctg} \frac{x}{2} \sin 10x}$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x} - e^x}{\sin 2x - \sin x}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{6x-7}{6x+4}\right)^{3x+2}$
11. $\lim\limits_{x\to 1} (1-x) \operatorname{tg} \dfrac{\pi x}{2}$
12. $y = \dfrac{1}{x^3 + x}$

## Вариант 6.

1. $y = \operatorname{tg}\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$
2. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$
3. $y = \dfrac{8-x}{2x}$
4. $y = x\,|x| - 4$
5. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{3^x - 2^x}{3^{x-1} + 2^x}$
6. $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}$
7. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x+1}{\sqrt{6x^2+3} + 3x}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{ctg} 5x}{\operatorname{ctg} 2x}$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1-x)}{\log_5(1+2x)}$
10. $\lim\limits_{x\to 1} (2x-1)^{\frac{3x}{x^2+2x-3}}$
11. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$
12. $y = \dfrac{\cos x}{x}$

## Вариант 7.

1. $y = 1 - \ln x$
2. $y = -2\cos\dfrac{x}{2}$
3. $y = \left|x^2 + 6x - 7\right|$
4. $y = \dfrac{x}{2+x}$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3 - x^3 + x^2}{x^3 - 2x^2 - 2}$
6. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$
7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{9 + 5x + 4x^2} - 3}{x^2 - 3x}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos 6x}{\cos 3x - \cos x}$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log_3(1+x)}{\log_2(1-3x)}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x-5}{1+2x}\right)^{2x-1}$
11. $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\cos\frac{x}{2}}{x-\pi}$
12. $y = \dfrac{x^2 + 4x + 3}{x-1}$

## Вариант 8.

1. $y = 1 + e^{-x}$

2. $y = \cos\left(\dfrac{x}{2} - 1\right)$

3. $y = \dfrac{x}{x+3}$

4. $y = x^2 - 4\,|x| - 5$

5. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2^x + 7^x}{2^x - 7^{x-1}}$

6. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$

7. $\lim\limits_{x\to5} \dfrac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{\sqrt{5x} - 5}$

8. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\cos 6x - 1}{\operatorname{tg} 5x\ \sin x}$

9. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\operatorname{tg}^2 5x}{\ln\left(1 - x^2\right)}$

10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+5}{x-3}\right)^{4x+1}$

11. $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin 3x}{\pi^2 - x^2}$

12. $y = \dfrac{2x^2 + 5x + 2}{x+2}$

## Вариант 9.

1. $y = \log_2 4x$

2. $y = 2\,\cos\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right)$

3. $y = \dfrac{x-2}{x+2}$

4. $y = x\,|x| + 2x - 1$

5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^3 + 13x^2 - 3}{10x^3 + 2x^2 + 15x}$

6. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$

7. $\lim\limits_{x\to4} \dfrac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$

8. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{2x \sin \dfrac{x}{3}}{\cos x - 1}$

9. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(x+e) - 1}{x}$

10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x-3}{x}\right)^{2x}$

11. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sin 3\pi x}{\operatorname{tg} 2\pi x}$

12. $y = 2^{1/x}$

## Вариант 10.

1. $y = \log_2(x-3)$

2. $y = \dfrac{1}{2}\,\sin\dfrac{x}{2}$

3. $y = 3 - \sqrt{x}$

4. $y = \left|-x^2 + x + 2\right|$

5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 5x + 1}$

6. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

7. $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{2x^2 - 5x - 3}$

8. $\lim\limits_{x\to0} x\ \operatorname{tg} 5x\ \operatorname{ctg}^2 2x$

9. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln\left(x + x^2\right) - \ln x}{3x}$

10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x+2}{x+1}\right)^{3x+1}$

11. $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{x^2 - \pi^2}{\sin x}$

12. $y = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}$

## Вариант 11.

1. $y = 1 - \cos\dfrac{x}{2}$

2. $y = -x^2 + 3x + 4$

3. $y = \dfrac{x+3}{x+2}$

4. $y = \left|\log_{\frac{1}{2}} x\right|$

5. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2^x - 3^{x+1}}{2^{x+1} + 3^{x+2}}$

6. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{\left(x^2 + 3x + 2\right)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

7. $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{9 - x^2}{\sqrt{3x} - 3}$

8. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x\ \sin 3x}{1 - \cos x}$

9. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(1+5x)}{e^{2x} - 1}$

10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x}{3+x}\right)^{2x-1}$

11. $\lim\limits_{x\to\pi/4} \dfrac{\sin x - \cos x}{\pi - 4x}$

12. $y = \dfrac{x^3 + x}{2|x|}$

## Вариант 12.

1. $y = 2 - 3^x$
2. $y = -\dfrac{1}{(x+2)^2}$
3. $y = 2\,\sin\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right)$
4. $y = \left|x^2 - 5x - 6\right|$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(5+x)x}{x - x^2 + 3}$
6. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$
7. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x}{\sqrt{1+x} - 1}$
8. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{1 - \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}}{\sin 2x}$
9. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{2x} - e^{3x}}{x}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{3x-2}{3x+1}\right)^{5-2x}$
11. $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{1 - \sin\frac{x}{2}}{\pi - x}$
12. $y = \dfrac{2x}{x+3}$

## Вариант 13.

1. $y = \ln(x-3)$
2. $y = 1 - e^{-x}$
3. $y = 2\,\cos\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right)$
4. $y = \dfrac{1}{|x-1|}$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(3+x)x}{2\sqrt{9x^4+1}}$
6. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$
7. $\lim\limits_{x\to7} \dfrac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$
8. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1 - \cos x}{x\left(\sqrt{1+x} - 1\right)}$
9. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{3x} - 1}{\sin 2x}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)^{x+1}$
11. $\lim\limits_{x\to\pi/3} \dfrac{1 - 2\cos x}{3x - \pi}$
12. $y = \dfrac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$

## Вариант 14.

1. $y = 3^x - 5$
2. $y = \dfrac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}(x-1)$
3. $y = -x^2 + 2x + 3$
4. $y = \dfrac{|x|}{|x|+1}$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1 - 3x^2 + x}{2x^2 - x + 12}$
6. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$
7. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - x\right)$
8. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin 5x}$
9. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{-x} - 1}{x}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1 + \dfrac{4}{x}\right)^{x+3}$
11. $\lim\limits_{x\to\pi/4} \dfrac{\cos x - \sin x}{1 - \operatorname{tg} x}$
12. $y = \dfrac{1}{2 + 3^{\frac{1}{x}}}$

## Вариант 15.

1. $y = \ln(-x)$
2. $y = 3 - \sqrt{x+1}$
3. $y = 1 - \sin\dfrac{x}{2}$
4. $y = \left|x^2 + 4x - 12\right|$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2^{x+1} + 3^{x+1}}{2^x + 3^x}$
6. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{2 + x - x^2}$
7. $\lim\limits_{x\to8} \dfrac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt{x} - \sqrt{8}}$
8. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1 + x\,\sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$
9. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sin 3x - \sin x}{1 - e^x}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x+3}{2x+5}\right)^{8x+1}$
11. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{1 - x^2}{\sin 3\pi x}$
12. $y = \dfrac{x^3 - x^2}{2|x-1|}$

## Вариант 16

1. $y = \log_2 (x+4)$
2. $y = 2\,\sin(3x+3)$
3. $y = \dfrac{x}{x-4}$
4. $y = 2 - x\,|x|$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5x^2-3x+2}{2x^2+4x+1}$
6. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+x)^3-(1+3x)}{x+x^5}$
7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 3x}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}$
8. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3+1}{\sin(x+1)}$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-5^{-2x}}{2^x-1}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+1}{x^2}\right)^{5x}$
11. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\cos\frac{\pi x}{2}}{1-\sqrt{x}}$
12. $y = 2 - \dfrac{|x|}{x}$

## Вариант 17.

1. $y = 2\,\mathrm{tg}\,\dfrac{x}{4}$
2. $y = 1 + \log_2 (x+1)$
3. $y = \dfrac{3x-1}{x+3}$
4. $y = x^2 + 2\,|x| - 3$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(1+x)^3+(x-1)x^3}{x^3-3x}$
6. $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{\left(x^2+2x-3\right)^2}{x^3+4x^2+3x}$
7. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sin(1-x)}{\sqrt{x}-1}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \mathrm{tg}^2\,2x\;\mathrm{ctg}^2\,6x$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x+2)-\ln 2}{x}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x}{x-3}\right)^{\frac{x}{3}}$
11. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sin\pi x}{\sin 3\pi x}$
12. $y = \mathrm{arctg}\,\dfrac{2}{x-2}$

## Вариант 18

1. $y = 2^{-x} + 3$
2. $y = -x^2 + 6x - 5$
3. $y = -3\,\sin(x+1)$
4. $y = 2\,\sqrt{|x|}$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3+x^2+3}{x-x^2+5x^3}$
6. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\left(2x^2-x-1\right)^2}{x^3+2x^2-x-2}$
7. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x}{\cos 7x-\cos 3x}$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^{-3x}-1}{1-3^x}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x+3}{2x+1}\right)^{3-x}$
11. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\mathrm{arctg}(x^2-2x)}{\sin 3\pi x}$
12. $y = \dfrac{x^2-1}{|x-1|}$

## Вариант 19.

1. $y = \arcsin(-x)$
2. $y = 1 - \sqrt{x-2}$
3. $y = 1 + 3\,\cos 2x$
4. $y = \dfrac{|x|}{x+1}$
5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(1+2x)^3-8x^3}{(1+2x)^2+4x^2}$
6. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3-1}{2x^4-x^2-1}$
7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3}}{\sin\frac{x}{2}}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{\cos x}-1}{\sin^2 2x}$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(2x+5)-\ln 5}{2x}$
10. $\lim\limits_{x\to 1} (3-2x)^{\frac{x}{1-x}}$
11. $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin 5x}{\mathrm{tg}\,3x}$
12. $y = 5^{-1/x^2}$

## Вариант 20.

1. $y = \log_2 8x$
2. $y = (2-x)^3$
3. $y = 2\,\cos\dfrac{x}{2} - 2$
4. $y = 6\,|x| - x^2 - 5$
5. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+5x}{1-x-x^2}$
6. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+2x-3}{x^3-4x^2+3x}$
7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sqrt{x+1}-1}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{2\sin\frac{x}{5}\,\operatorname{ctg}\frac{x}{3}}$
9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-5^{4x}}{1-e^x}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2+x}{3+x}\right)^{1-5x}$
11. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3-\sqrt{10-x}}{\sin 3\pi x}$
12. $y = e^{\frac{x}{x+1}}$

## Вариант 21.

1. $y = -\log_3(x-1)$
2. $y = \dfrac{1}{(x-2)^2} + 1$
3. $y = 1 - \sin|x|$
4. $y = \left|x - x^2\right|$
5. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+x}{x^4-3x^2+1}$
6. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3+x-2}{x^3-x^2-x+1}$
7. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x-1}-2}{x^2-4x-5}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\,\operatorname{tg} 3x}{1-\cos x}$
9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^x-1}{\log_3(2x+1)}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-4}{3x+2}\right)^{6x}$
11. $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x}$
12. $y = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{x-2}$

## Вариант 22.

1. $y = \sqrt{x+2}$
2. $y = 3 - \log_2 x$
3. $y = -3\,\cos(2x-2)$
4. $y = \left|4 - x^2\right|$
5. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^2+2x^3}}{x+1}$
6. $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}}\dfrac{15x^2-2x-1}{3x-1}$
7. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x+1}{1-\sqrt{1+x+x^2}}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{4x\sin 5x}$
9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 3x}{\ln^2(1-2x)}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2+x}{x}\right)^{-3x}$
11. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1+\cos\pi x}{\operatorname{tg}^2\pi x}$
12. $y = \dfrac{1-\cos 4x}{x^2}$

## Вариант 23.

1. $y = \operatorname{ctg}\dfrac{x}{2}$
2. $y = \dfrac{x-1}{x+2}$
3. $y = x^2 - 2\,|x| - 3$
4. $y = |\log_2(x+1)|$
5. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+3x+1}{2x^4-x^2+5}$
6. $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{x^2-3}{x^4-x^2-6}$
7. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2-\sqrt{x}}{3-\sqrt{2x+1}}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 5x}{7x\sin 3x}$
9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x-\sin x}{\ln(x+1)}$
10. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{4x}$
11. $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin^2 x-\operatorname{tg}^2 x}{(x-\pi)^4}$
12. $y = \dfrac{1}{\ln x}$

### Вариант 24.

1. $y = 1 - 3\sin x$

2. $y = x^2 - 8x + 7$

3. $y = \dfrac{2x}{x-3}$

4. $y = |2^x - 1|$

5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{(x+1)^2 + (x-1)^2}$

6. $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{5x^2 - 24x - 5}{x^2 - 25}$

7. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x}}$

8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 4x + \sin 2x}{6x}$

9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log_3(3x+2) - \log_3 2}{5x}$

10. $\lim\limits_{x\to 3} (3x-8)^{\frac{2}{x-3}}$

11. $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$

12. $y = \dfrac{\sqrt{7+x} - 3}{x-2}$

### Вариант 25.

1. $y = \operatorname{arctg}(-x)$

2. $y = 6x - x^2$

3. $y = \dfrac{4-x}{x}$

4. $y = |\log_2 |x||$

5. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{x^3 + 2x - 1}}{x+2}$

6. $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{5}} \dfrac{15x^2 - 2x - 1}{5x+1}$

7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1 + x\sin x} - 1}{x^2}$

8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\ \operatorname{tg} x}{\sin 5x\ \sin 7x}$

9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln 4 - \ln(4-x)}{4x}$

10. $\lim\limits_{x\to 2} (3x-5)^{\frac{2x}{x^2-4}}$

11. $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$

12. $y = \dfrac{1+x^3}{1+x}$

## КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2

### Дифференциальное исчисление

**Задания 1 – 8.** Найти производные функций.

**Задание 9.** Найти дифференциал функции.

**Задание 10.** Найти вторую производную функции.

**Задание 11.** Вычислить предел, применив правило Лопиталя.

**Задания 12.** Провести полное исследование функции и построить график. Написать уравнение касательной к графику в точке с абсциссой $x_0$.

**Задания 13.** Провести полное исследование функции и построить график.

**Задание 14.** Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ функции.

**Задание 15.** Найти $grad\, z$ в точке $A$ и производную в точке $A$ по направлению вектора $\vec{a}$.

**Задание 16.** Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ от неявной функции.

**Задание 17.** Вычислить указанные производные, используя формулы производных сложной функции нескольких переменных.

**Задание 18.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z$ в замкнутой области $D$, ограниченной заданными линиями.

**Вариант 1.**

1. $y = e^x \arccos x$
2. $y = \dfrac{1-\cos x}{2^x + 3}$
3. $y = \operatorname{arctg}(\ln x)$
4. $y = \sqrt{x}\,\ln\left(\sqrt{x} + \sqrt{x+3}\right) - \sqrt{x+3}$
5. $y = 2\sqrt{4x+3} - \dfrac{3}{\sqrt{x^2+1}}$
6. $y = \dfrac{\sin 3x}{\cos^2 x}$
7. $y = \dfrac{2}{3}\sqrt{(\operatorname{arctg} e^x)^3}$
8. $y = (\sin x)^{5e^x}$
9. $y = \arccos\sqrt{1-x}$
10. $y = \operatorname{tg}^2 x$
11. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\log_3 x - 1}{\operatorname{tg}\pi x}$
12. $y = \dfrac{x^2}{4}\left(x^2 - 8\right);\ x_0 = 1$
13. $y = \dfrac{x^3+4}{x^2}$
14. $z = \dfrac{y}{x^2 - y^2}$
15. $z = x^2 + xy + y^2;\ A(1;1);\ \vec{a} = \{2;-1\}$
16. $x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xyz - 3y + 3 = 0$
17. $z = x^2 + xy + y^2,\ x = \sin t,\ y = \cos t;\ \dfrac{dz}{dt} = ?,\ dz = ?$
18. $z = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4(x+y);\ D:\ x = 0,\ x = 1,\ y = 0,\ y = 2$

**Вариант 2.**

1. $y = \log_3 x\ \arcsin x$
2. $y = \dfrac{\sin x}{1+\cos x}$
3. $y = \sqrt{x^3}\,\ln x + \dfrac{1}{x}$
4. $y = \sqrt{9x^2 - 12x + 5}\ \operatorname{arctg}(3x-2)$
5. $y = 2\sqrt{x} - 4\ln(2+\sqrt{x})$
6. $y = (e^{\cos x} + 3)^4$
7. $y = 5^{x + \operatorname{arctg} x}$
8. $y = (\operatorname{ctg} x)^{2e^x}$
9. $y = 2^{\cos x}$
10. $y = x^2 e^x$
11. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{e^x - e}{\sin(x^2-1)}$
12. $y = 3x^4 - 4x^3;\ x_0 = 2$
13. $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$
14. $z = x\,\arcsin(xy)$
15. $z = 2x^2 + 3xy + y^2;\ A(2;1);\ \vec{a} = \{3;-4\}$
16. $z^2 + 3xz - 4yz - 9 = 0$

17. $z = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}},\ x = u + v^2u,\ y = v - u^2v;\ \dfrac{\partial z}{\partial u} =?,\ \dfrac{\partial z}{\partial v} =?$

18. $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2;\ D:\ x = 0,\ y = 0,\ y = 1 - x$

## Вариант 3.

1. $y = \sqrt{x^5}\left(1 - \dfrac{x}{2}\right)$

2. $y = \dfrac{x^3 - 3}{\operatorname{arctg} x}$

3. $y = \cos^3 x\ 2^{\arcsin x}$

4. $y = 2x - \ln\left(1 + \sqrt{1 - e^{4x}}\right)$

5. $y = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \dfrac{4x+1}{\sqrt{2}}$

6. $y = \sqrt{\dfrac{1+x^2}{1-x}}$

7. $y = \dfrac{1}{\operatorname{tg}^5 5x}$

8. $y = (\operatorname{ctg} x)^{3^x}$

9. $y = \ln^2 x^3$

10. $y = \ln\left(x^2 - 1\right)$

11. $\lim\limits_{x\to\pi/2} \dfrac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x}$

12. $y = -\dfrac{\left(x^2-4\right)^2}{16};\ x_0 = 1$

13. $y = \dfrac{2}{x^2 + 2x}$

14. $z = x^2 \sin \dfrac{x}{y}$

15. $z = \ln(x^2 + 3y^2);\ A(1;1);\ \vec{a} = \{3;2\}$

16. $2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xz - z + 8 = 0$

17. $z = x^2y,\ y = \cos x;\ \dfrac{\partial z}{\partial x} =?,\ \dfrac{\partial z}{\partial y} =?,\ \dfrac{dz}{dx} =?$

18. $z = 3x^2 + 3y^2 - x - y + 1;\ D:\ x = 1,\ x = 5,\ y = 0,\ x - y = 1$

## Вариант 4.

1. $y = \dfrac{2}{3x^2} - \dfrac{x\sqrt[3]{x}}{2}$

2. $y = \dfrac{1 + \cos x}{\arccos x}$

3. $y = \ln^3\left(1 + e^{3x}\right)$

4. $y = x \arcsin^2 x + 2\sqrt{1 - x^2} \arcsin x$

5. $y = 3 \sin x \cos^2 x + \sin^3 x$

6. $y = \operatorname{arcctg} \dfrac{1}{x}$

7. $y = \ln\left(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}}\right)$

8. $y = \left(x^8 + 2\right)^{\frac{1}{x}}$

9. $y = 5^{\operatorname{tg} x}$

10. $y = \cos^3 x$

11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{\cos x} - 1}{\sin^2 2x}$

12. $y = \dfrac{x^3}{27}\ (x - 4);\ x_0 = 1$

13. $y = \dfrac{4x^2}{x^2 + 3}$

14. $z = \dfrac{x}{x^2 + 3y^2}$

15. $z = \ln(5x^2 + 4y^2);\ A(1;1);\ \vec{a} = \{2;-1\}$

16. $z^3 - 4y^2x + 1 - 2z^2 = 0$

17. $z = \dfrac{x+y}{xy},\ x = \operatorname{tg} t,\ y = \operatorname{ctg} t;\ \dfrac{dz}{dt} =?$

18. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x;\ D:\ y = x + 1,\ y = 0,\ x = 3$

## Вариант 5.

1. $y = x^{10} \log_5 x$
5. $y = \dfrac{x^4}{81} \arcsin \dfrac{3}{x}$
8. $y = (\arcsin x)^{e^x}$
2. $y = \dfrac{2^x}{\cos x + 5}$
6. $y = e^{-3x} \arcsin 2x$
9. $y = \arccos 2x$
3. $y = \dfrac{\sin^4 x}{\operatorname{ctg} x}$
7. $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$
10. $y = \dfrac{\ln x}{x}$
4. $y = 2\sqrt{e^x+1} + \ln \dfrac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1}$
11. $\lim\limits_{x\to 10} \dfrac{\lg x - 1}{\sqrt{x-9}-1}$
12. $y = \dfrac{x^2}{64}\left(32 - x^2\right);\ x_0 = 2$
13. $y = \dfrac{12x}{x^2+9}$
14. $z = y^2 e^{x^2+y^2}$
15. $z = 5x^2 + 6xy;\ A(2;1);\ \vec{a} = \{1;2\}$
16. $z^3 + 3x^2 z - 2xy = 0$
17. $z = e^{xy},\ x = \sin t^2,\ y = \cos(1-t);\ \dfrac{dz}{dt} =?$
18. $z = 4(x-y) - x^2 - y^2;\ D:\ 2y = 4 - x,\ x = 0,\ 2y = x - 4$

## Вариант 6.

1. $y = \dfrac{2^x}{1+2^x}$
5. $y = \ln \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}$
8. $y = (x)^{e^{\cos x}}$
2. $y = 3^{\arcsin^2 x}$
6. $y = \left(1 + \sqrt[4]{x^3}\right) \arcsin x$
9. $y = x^3 e^x$
3. $y = \lg \ln \operatorname{ctg} x$
7. $y = \dfrac{\cos x}{\sin^2 x} + \ln(\sin x)$
10. $y = x \operatorname{arctg} x$
4. $y = \dfrac{x^4}{81} \arcsin \dfrac{3}{x} + \sqrt{x^2-9}$
11. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt[3]{5+x}-2}{\sin \pi x}$
12. $y = \dfrac{x^3}{16}(8-3x);\ x_0 = 1$
13. $y = \dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$
14. $z = \sqrt[3]{4xy + y^2}$
15. $z = \operatorname{arctg}(xy^2);\ A(2;3);\ \vec{a} = \{4;-3\}$
16. $zx^2 + y^2 - 4z^3 y - 1 = 0$
17. $z = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-y}},\ x = \sin t,\ y = t\cos t;\ \dfrac{dz}{dt} =?$
18. $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27;\ D:\ x = 0,\ x = 3,\ y = 0,\ y = 3$

## Вариант 7.

1. $y = \sqrt[7]{x^3} \sin x$
5. $y = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x} + \arcsin x$
8. $y = (\sin 2x)^{\frac{\ln \cos x}{4}}$

2. $y = \dfrac{4+x^3}{x-\operatorname{ctg} x}$ 6. $y = e^{2x}\,\ln(1+x^2)$ 9. $y = \cos^2\dfrac{1}{x^2}$

3. $y = \operatorname{tg}^2 x + \dfrac{1}{\cos x}$ 7. $y = \sqrt{2x-x^2} + \dfrac{1}{3x^3}$ 10. $y = \ln(12+x)$

4. $y = \dfrac{1}{2}\ln\left(e^{2x}+1\right) - 2\operatorname{arctg} e^x$ 11. $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{e^{\pi}-e^x}{\sin 5x - \sin 3x}$

12. $y = \dfrac{1}{9}\,\left(x^2-3\right)^2;\ x_0 = 2$ 13. $y = \dfrac{4-x^3}{x^2}$ 14. $z = e^{xy}\,\left(2x+y^2\right)$

15. $z = \arcsin\dfrac{x^2}{y};\ A(1;2);\ \vec{a} = \{5;-12\}$

16. $2x^3 - 5x + z^3 + y^3 - 3xyz + 8 = 0$

17. $z = x^2y + xy^2,\ x = u+v,\ y = u-v;\ \dfrac{\partial z}{\partial u} =?,\ \dfrac{\partial z}{\partial v} =?$

18. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2(x-y);\ D:\ y = x+2,\ y = 0,\ x = 2$

## Вариант 8.

1. $y = \log_5 x\,\arccos x$ 5. $y = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}$ 8. $y = (\cos x)^{\frac{2\ln\cos x}{5}}$

2. $y = \dfrac{e^x}{1-x^2}$ 6. $y = \left(x^5 + 3x + \dfrac{1}{x}\right)^{10}$ 9. $y = \dfrac{1}{3^x}$

3. $y = 3\sin 2x\,\cos^2 x$ 7. $y = \sqrt{\ln(x^2+1)}$ 10. $y = \cos^2 3x$

4. $y = -\dfrac{1}{3\sin^2 x} + \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}$ 11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{1-\cos\sqrt{x}}$

12. $y = \dfrac{x^2}{27}\,\left(x^2-18\right);\ x_0 = 1$ 13. $y = \dfrac{x^2-4x+1}{x-4}$ 14. $z = \left(x^2-y^2\right)\cos xy$

15. $z = \ln(3x^2+4y^2);\ A(1;3);\ \vec{a} = \{2;-1\}$

16. $xy + xz + yz^2 - 1 = 0$

17. $z = \ln\left(e^x+e^y\right),\ y = x^2;\ \dfrac{\partial z}{\partial x} =?,\ \dfrac{dz}{dx} =?$

18. $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1;\ D:\ x = 0,\ y = 0,\ x+y+5 = 0$

## Вариант 9.

1. $y = \sqrt[5]{x}\,3^x$ 5. $y = \dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$ 8. $y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}$

2. $y = \dfrac{x^2+5x-6}{\ln x}$ 6. $y = \dfrac{1}{2\sin^2 x} + \ln(\operatorname{tg} x)$ 9. $y = e^{-\frac{1}{x^2}}$

3. $y = e^{\frac{1}{\cos x}}$ 7. $y = \operatorname{arctg}\dfrac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x}$ 10. $y = 5\sqrt{x}$

4. $y = \ln\left(e^{5x} + \sqrt{e^{10x} - 1}\right)$ 11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sin 3x}$

12. $y = \dfrac{1}{8}\left(3x^5 - 5x^3\right);\ x_0 = 2$ 13. $y = \dfrac{2x^3 + 1}{x^2}$ 14. $z = y\ \ln\left(x^2 - y^2\right)$

15. $z = 3x^4 + 2x^2y^3;\ \ A(-1;2);\ \ \vec{a} = \{4;-3\}$

16. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$

17. $z = x^2y + \dfrac{y}{x},\ \ x = e^t,\ \ y = \ln(t^2 + t);\ \ \dfrac{dz}{dt} = ?$

18. $z = x^2 - xy + y^2;\ \ D:\ \ |x| + |y| = 1$

## Вариант 10.

1. $y = 2x\,5^x$ 5. $y = \dfrac{2\cos x}{\sin^4 x} + \dfrac{3\cos x}{\sin^2 x}$ 8. $y = (\cos 5x)^{e^x}$

2. $y = \dfrac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$ 6. $y = \left(x^3 + 3x^4\right)\ \log_3 x$ 9. $y = \operatorname{arcctg} x^2$

3. $y = \operatorname{ctg}^3 x - \dfrac{1}{\sin x}$ 7. $y = \dfrac{\ln\left(x^2 + 2x\right)}{3x}$ 10. $y = xe^x$

4. $y = \dfrac{x^3}{3}\arccos x - \dfrac{2 + x^2}{9}\sqrt{1 - x^2}$ 11. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2^x - 2}{\ln x}$

12. $y = \dfrac{x^4}{64}\ (x - 5);\ x_0 = 2$ 13. $y = \dfrac{(x-1)^2}{x^2}$ 14. $z = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$

15. $z = 3x^2y^2 + 5y^2x;\ \ A(1;1);\ \ \vec{a} = \{2;1\}$

16. $5xy^3 + 4z^2y - x^3 + z^3 - 6 = 0$

17. $z = \dfrac{1 + xy}{x + y},\ \ x = \sin(uv),\ \ y = \cos(uv);\ \ \dfrac{\partial z}{\partial u} = ?,\ \ \dfrac{\partial z}{\partial v} = ?$

18. $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y;\ \ D:\ \ x^2 + y^2 = 25$

## Вариант 11.

1. $y = \dfrac{1}{6\left(1 - x^2\right)}$ 5. $y = \ln\dfrac{\sqrt{2} + \operatorname{tg} x}{\sqrt{2} - \operatorname{tg} x}$ 8. $y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}$

2. $y = 3\sqrt[3]{x}\arccos x$ 6. $y = \dfrac{1}{\ln^2 x}$ 9. $y = \dfrac{1}{3x + 1}$

3. $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ 7. $y = \dfrac{4}{3}\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+2}}$ 10. $y = 2^{\sin x}$

4. $y = (2x + 3)^4 \arcsin\dfrac{1}{2x + 3}$ 11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{\operatorname{tg} x}$

12. $y = x^4 - 8x^3 + 16x^2;\ x_0 = 1$ 13. $y = \dfrac{x^2}{(x-1)^2}$ 14. $z = \arcsin\dfrac{x^2}{y}$

15. $z = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x};\ A(1;1);\ \vec{a} = \{3;-4\}$

16. $\ln z = x^2 + yz - 1$

17. $z = \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{x}{y},\ x = \operatorname{tg}^2 t,\ y = \operatorname{ctg}^3 t;\ \dfrac{dz}{dt} = ?$

18. $z = x^2 + xy - 2;\ D:\ y = 4x^2 - 4,\ y = 0$

## Вариант 12.

1. $y = \dfrac{4}{x^3} + 5\sqrt[5]{x^4} + 2$
2. $y = \dfrac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2}$
3. $y = e^{\sqrt{1+\ln x}}$
4. $y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x$
5. $y = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{x} + \dfrac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$
6. $y = e^{\sin x}\cos 2x$
7. $y = x + \ln\sqrt{\dfrac{1 + x}{1 - x}}$
8. $y = (x - 5)^{\operatorname{ctg} 2x}$
9. $y = \log_{\frac{1}{3}}(1 - x)$
10. $y = \arcsin x$
11. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1 - x}{\log_2 x}$
12. $y = \dfrac{3}{2}\left(x^4 - 2x^2\right);\ x_0 = 2$
13. $y = \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^2$
14. $z = x\ln\left(3x^2 + 2y^3\right)$
15. $z = \ln(8x^2 + 3y);\ A(1;4);\ \vec{a} = \{2;-1\}$
16. $\ln(z + xy) = z^2 - y$
17. $z = \arcsin\dfrac{x}{y},\ y = \sqrt{x^2 + 1};\ \dfrac{\partial z}{\partial x} = ?,\ \dfrac{dz}{dx} = ?$
18. $z = x^2 + 2xy - 10;\ D:\ y = x^2 - 4,\ y = 0$

## Вариант 13.

1. $y = \dfrac{1 + x^2}{2}\operatorname{arctg} x$
2. $y = \dfrac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$
3. $y = \dfrac{2}{3}\sqrt{(1 + \ln x)^3}$
4. $y = e^{2x}(2\sin 2x - \cos 2x)$
5. $y = \cos^2 x - 2\ln\cos x$
6. $y = \ln\sin\dfrac{2x + 4}{x + 1}$
7. $y = \dfrac{4 + x^4}{x^3}\operatorname{arcctg}\dfrac{x}{2}$
8. $y = \left(x^3 + 4\right)^{\operatorname{tg} x}$
9. $y = \log_2(2x - 1)$
10. $y = 2^{x^2}$
11. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2^x - 8}{x - 3}$
12. $y = x^2(x - 2)^2;\ x_0 = -1$
13. $y = \dfrac{3 - x^2}{x + 2}$
14. $z = \arccos\dfrac{x}{\sqrt{y}}$
15. $z = \arcsin\dfrac{x}{x + y};\ A(1;1);\ \vec{a} = \{4;3\}$
16. $x\cos y + y\cos z + z\cos x = 1$

17. $z = x^2 \ln y,\ x = \dfrac{u}{v},\ y = 3u - 2v;\ \dfrac{\partial z}{\partial u} =?,\ \dfrac{\partial z}{\partial v} =?$

18. $z = x^2 - y^2 + 18;\ D:\ x^2 + y^2 = 9$

## Вариант 14.

1. $y = x^2\sqrt{x} + \dfrac{1}{4x^2} - 6x$
2. $y = \dfrac{\ln x}{\sin x} + x\,2^x$
3. $y = \dfrac{1}{3}\operatorname{arctg}\dfrac{x}{3} + e^{\sin x}$
4. $y = (1 + \ln\sin 2x)^2$
5. $y = \ln\operatorname{tg}\dfrac{x}{2} - \dfrac{x}{\sin x}$
6. $y = 2^{\sin x}$
7. $y = \log_{16}\log_5\operatorname{ctg} x$
8. $y = x^{\sin^3 x}$
9. $y = \sqrt[5]{1 - x^3}$
10. $y = \left(1 + x^2\right)\operatorname{arctg} x$
11. $\lim\limits_{x\to\pi/4}\dfrac{\sin x - \cos x}{\ln\operatorname{tg} x}$
12. $y = \dfrac{x^3}{9}\,(x + 4);\ x_0 = 3$
13. $y = \dfrac{x^2 + 6x + 3}{x + 4}$
14. $z = \dfrac{4x}{x^3 - y^3}$
15. $z = \operatorname{arctg}(xy);\ A(1;1);\ \vec{a} = \{1;1\}$
16. $xyz = e^{-(x+y+z)}$
17. $z = x\sin y + y\cos x,\ x = \dfrac{u}{v},\ y = u^3v^2;\ dz =?$
18. $z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy;\ D:\ y = x^2,\ y = 4$

## Вариант 15.

1. $y = 3\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x^3} + 4$
2. $y = \dfrac{x}{4}\,(\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x)$
3. $y = \dfrac{2}{3}\sqrt{(1 + \ln x)^3}$
4. $y = \dfrac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} + \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1 - x}{1 + x}$
5. $y = 5e^{-x^2} + \dfrac{1}{\operatorname{arctg} x}$
6. $y = \sqrt[5]{\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 2}}$
7. $y = \log_4\log_2\operatorname{tg} x$
8. $y = \left(x^2 - 1\right)^{\ln x}$
9. $y = \sqrt[3]{1 - x^3}$
10. $y = \operatorname{ctg} 3x$
11. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1 - x^2}{\sin\pi x}$
12. $y = \dfrac{x^3}{72}\,(x - 8);\ x_0 = 2$
13. $y = \dfrac{-8x}{x^2 + 4}$
14. $z = 12\cos^2\left(\dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{4}\right)$
15. $z = x - 3y + \sqrt{3xy};\ A(3;4);\ \vec{a} = \{1;-2\}$
16. $\ln(x + y + z) = \sin(x + y + z)$
17. $z = \ln(x^2 + y^2),\ x = u^2 + v,\ y = v^2 - u;\ \dfrac{\partial z}{\partial u} =?,\ \dfrac{\partial z}{\partial v} =?$
18. $z = y^2 + xy - 2;\ D:\ y = 0,\ y = 4x^2 - 4$

## Вариант 16.

1. $y=\dfrac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$
2. $y=\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)\log_3 x$
3. $y=2^{x^2}-e^{-x^2}$
4. $y=\dfrac{x}{2}\left(\cos\ln x+\sin\ln x\right)$
5. $y=\arccos\dfrac{1}{x^2}$
6. $y=e^{3x}\cos 2x$
7. $y=\sqrt{\operatorname{ctg} x}+\dfrac{1}{3}\sqrt{\operatorname{tg}^3 x}$
8. $y=\left(x^4+5\right)^{\operatorname{ctg} x}$
9. $y=\dfrac{x^2}{1-x}$
10. $y=\operatorname{arcctg}(-x)$
11. $\lim\limits_{x\to\pi/3}\dfrac{1-2\cos x}{\sin(\pi-3x)}$
12. $y=(x+1)^2(x-1)^2;\ x_0=2$
13. $y=\dfrac{1}{x^2-1}$
14. $z=(2x+y)\,e^{-xy}$
15. $z=\sqrt{4+x^2+y^2};\ A(2;1);\ \vec{a}=\{1;-1\}$
16. $x+y+z=e^{-(x+y+z)}$
17. $z=e^{x^2y},\ x=uv,\ y=\dfrac{v}{u};\ \dfrac{\partial z}{\partial u}=?,\ \dfrac{\partial z}{\partial v}=?$
18. $z=x^2-2xy+y^2;\ D:\ x+y=1,\ y=0,\ x=0$

## Вариант 17.

1. $y=\dfrac{3e^x}{\sqrt{x}}$
2. $y=\dfrac{1}{2}\operatorname{tg} x\operatorname{arctg} x$
3. $y=\ln\cos\dfrac{2x+3}{2x+1}$
4. $y=\arcsin e^{-2x}+\ln\sqrt{e^{4x}-1}$
5. $y=\dfrac{3}{2}\sin^2 x+\ln(\operatorname{tg} x)$
6. $y=\sqrt{3}\operatorname{arctg}\dfrac{x}{\sqrt{3}}$
7. $y=3^{\operatorname{ctg}^2 x}$
8. $y=(\sin x)^{5^x}$
9. $y=\sqrt{\operatorname{tg} x}$
10. $y=(5-2x)^6$
11. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3+1}{\sin(x+1)}$
12. $y=\dfrac{1}{8}x^2(x-4)^2;\ x_0=-2$
13. $y=\dfrac{3x^4+1}{x^3}$
14. $z=\sqrt{x}\sin\dfrac{y}{x}$
15. $z=\arcsin xx+y;\ A(3;4);\ \vec{a}=\{-2;1\}$
16. $z\ln(x+z)=\dfrac{xy}{z}$
17. $z=x+\ln(x^2+y^2),\ x=t^2,\ y=t(t+1);\ \dfrac{dz}{dt}=?$
18. $z=y^2-x^2+8;\ D:\ x^2+y^2=4$

## Вариант 18.

1. $y=\dfrac{2}{x^2-4x+5}$
5. $y=x\arccos x-\sqrt{1-x^2}$
8. $y=x^{e^{\operatorname{ctg} x}}$

2. $y = x\sqrt{x}\,\mathrm{arcctg}\,x$
6. $y = \sqrt[3]{\sin^2 x} + \dfrac{1}{\cos x}$
9. $y = \sin^3 2x$
3. $y = e^{\mathrm{tg}\,2x} \ln\left(1 - x^3\right)$
7. $y = \ln \mathrm{arctg}\,\sqrt{e^{4x} - 1}$
10. $y = \mathrm{tg}\,5x$
4. $y = 3\arcsin\dfrac{3}{x+2} + \sqrt{x^2 + 4x - 5}$
11. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\mathrm{tg}\,x - \mathrm{tg}\,2}{\ln x - \ln 2}$
12. $y = \dfrac{27}{32}\,x^2\,(2 - x);\ x_0 = 2$
13. $y = \dfrac{3x - 2}{x^3}$
14. $z = \mathrm{arctg}\,\dfrac{x^2}{y}$
15. $z = \sqrt{x^2 + y^2};\ A(4;3);\ \vec{a} = \{-1;2\}$
16. $x\sin y + y\sin z + z\sin x = 3$
17. $z = (x^2 + y^2)e^{x^2 - y^2},\ x = t + 1,\ y = \dfrac{1}{t^2};\ \dfrac{dz}{dt} = ?$
18. $z = x^2 + y^2 - 6x + 4y + 2;\ D:\ x = 1,\ x = 4,\ y = -3,\ y = 2$

## Вариант 19.

1. $y = \dfrac{\ln x}{2x + 1}$
5. $y = \left(1 - 2x^2\right)\mathrm{arcctg}\,x$
8. $y = (\sqrt{x})^{2^x}$
2. $y = \sqrt[3]{\mathrm{tg}\,3x}$
6. $y = x\sqrt{\dfrac{2x+1}{2x-1}}$
9. $y = \sin\sqrt{x}$
3. $y = \ln^2 x - \ln\ln x$
7. $y = \log_3 \dfrac{1}{1 - x^4}$
10. $y = e^x \cos x$
4. $y = \arcsin e^x - \sqrt{1 - e^{2x}}$
11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x}$
12. $y = 3x^4 + 4x^3;\ x_0 = 1$
13. $y = \dfrac{x^3 - 32}{x^2}$
14. $z = \sqrt{xy + 2y^2}$
15. $z = 5x^2y + y^2x;\ A(1;1);\ \vec{a} = \{-2;-1\}$
16. $xe^y + ye^z + ze^x = 2$
17. $z = \ln(x^2 + y^2),\ x = uv,\ y = \dfrac{u}{v - u};\ \dfrac{\partial z}{\partial u} = ?,\ \dfrac{\partial z}{\partial v} = ?$
18. $z = y^2 + 2xy - x^2;\ D:\ y = x - 1,\ x = 0,\ y = 3$

## Вариант 20.

1. $y = \dfrac{2x + 1}{4 - x^2}$
5. $y = 3\sin x\cos^2 x + \sin^3 x$
8. $y = (\cos 2x)^{\cos 2x}$
2. $y = \sqrt[3]{\mathrm{arctg}^2\,x}$
6. $y = \ln\sqrt[5]{e^{5x} - e^{-5x}}$
9. $y = \log_3\left(x^2 - 1\right)$
3. $y = 5^x\,(\mathrm{tg}\,x + \mathrm{ctg}\,x)$
7. $y = e^{5x} - \dfrac{1}{2}\,\mathrm{tg}\,4x + \dfrac{1}{4}x^4$
10. $y = \left(7x - 3x^2\right)^5$
4. $y = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\ln\left(\sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,x + \sqrt{1 + 2\,\mathrm{tg}^2\,x}\right)$
11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^{3x} - 3^{5x}}{\sin 7x - 2x}$

12. $y=\dfrac{x^3\left(x^2-15\right)}{81}$; $x_0=1$ 13. $y=\dfrac{1-2x^2}{x^2}$ 14. $z=\ln\operatorname{tg}\left(\dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{6}\right)$

15. $z=\operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$; $A(2;2)$; $\vec{a}=\{-3;1\}$

16. $\operatorname{tg}(x+z)=ye^z$

17. $z=\dfrac{x-2y}{x+2y}$, $x=\dfrac{u-v}{u}$, $y=\dfrac{v}{u+v}$; $\dfrac{\partial z}{\partial u}=?$, $\dfrac{\partial z}{\partial v}=?$

18. $z=y^2+2xy-x^2+2(x-y)$; $D:\ y=x-2,\ x=0,\ y=2$

## Вариант 21.

1. $y=\dfrac{2}{x^3}+\dfrac{6}{\sqrt{x}}+\dfrac{3x^4}{4}$

5. $y=x\operatorname{arctg}x+\ln\sqrt{1+x^2}$

8. $y=(\sin\sqrt{x})^{e^x}$

2. $y=\dfrac{\cos x}{1+\sin x}$

6. $y=\operatorname{arctg}\dfrac{2x}{1-x^2}$

9. $y=3e^{\operatorname{arctg}x}$

3. $y=\cos^3 x\,2^{\operatorname{tg}x}$

7. $y=2^{\operatorname{ctg}\frac{1}{x}}$

10. $y=x\ln x$

4. $y=\sqrt{1+x^2}\operatorname{arctg}x-\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-e^x}{x+\operatorname{tg}x^2}$

12. $y=\dfrac{x^3}{9}\,(4-x)$; $x_0=1$

13. $y=\dfrac{4}{x^2+2x-3}$

14. $z=2\arcsin\left(x\sqrt{y}\right)$

15. $z=\arcsin\dfrac{x}{y}$; $A(3;5)$; $\vec{a}=\{1;\sqrt{3}\}$

16. $z=x+\operatorname{arctg}\dfrac{y}{z-x}$

17. $z=\dfrac{x^2+2y^3}{x+2y}$, $x=\dfrac{u+v^2}{u}$, $y=\dfrac{v^2}{u+v}$; $\dfrac{\partial z}{\partial u}=?$, $\dfrac{\partial z}{\partial v}=?$

18. $z=2x^2+xy+y^2-2x+3y+1$; $D:\ x=0,\ y=0,\ y=x-5$

## Вариант 22.

1. $y=\dfrac{1-10^x}{1+10^x}$

5. $y=\sqrt{\ln x+1}+\ln\left(\sqrt{x}+1\right)$

8. $y=\left(x^2+1\right)^{\cos x}$

2. $y=2x\arcsin x$

6. $y=2e^{2x}\sin x\cos x$

9. $y=\cos\left(2-\dfrac{1}{x}\right)$

3. $y=\lg\ln\operatorname{ctg}x$

7. $y=\dfrac{\operatorname{arctg}\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x}$

10. $y=\dfrac{1}{2}\log_2\left(3+x^2\right)$

4. $y=\operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1}-\dfrac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}}$

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-e^{2x}}{2\operatorname{tg}x-\sin x}$

12. $y=\dfrac{x^3}{27}\left(15-x^2\right)$; $x_0=1$

13. $y=-\left(\dfrac{x}{x+2}\right)^2$

14. $z=\sin^2(4x+y)$

15. $z=\ln(2x^2+4y^2)$; $A(2;1)$; $\vec{a}=\{-2;-1\}$

16. $z = \sqrt{x^2 - y} \cdot \operatorname{tg} \dfrac{z}{\sqrt{y^2 - x}}$

17. $z = x^3 \sin y + y^3 \cos x,\ x = t(t-1),\ y = \dfrac{t^2}{t-1};\ \dfrac{dz}{dt} =?$

18. $z = 4x^2 + 2xy + y^2;\ D:\ 2|x| + |y| = 1$

## Вариант 23.

1. $y = 3^x\ \operatorname{tg} x$
5. $y = (2x-1)^4 \arcsin \dfrac{1}{2x-1}$
8. $y = x^{\arcsin x}$
2. $y = \dfrac{2-x}{x^2 + \sqrt{x}}$
6. $y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$
9. $y = x^2 \sqrt[3]{\ln x}$
3. $y = \left(3 + 2x^2\right)^5$
7. $y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} \dfrac{1}{x}}$
10. $y = \cos^2 2x$
4. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \dfrac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$
11. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\cos \frac{\pi x}{2}}{1 - \sqrt{x}}$
12. $y = \dfrac{16}{27}(x+1)(1-x)^3;\ x_0 = -1$
13. $y = \dfrac{4x}{(x+1)^2}$
14. $z = x^2 e^{x^2 - y^2}$
15. $z = \ln(x^2 + 4y^2);\ A(6;4);\ \vec{a} = \{-1; \sqrt{3}\}$
16. $\dfrac{x}{z} = \ln \dfrac{z}{y} + 1$
17. $z = x \ln(xy),\ x = u^2 v,\ y = \dfrac{v^2}{u};\ \dfrac{\partial z}{\partial u} =?,\ \dfrac{\partial z}{\partial v} =?$
18. $z = x^2 + 12y + y^2 - 16x;\ D:\ x^2 + y^2 = 25$

## Вариант 24.

1. $y = \sqrt[3]{x^2}\ \cos x$
5. $y = \arcsin(1-x) + \sqrt{2x - x^2}$
8. $y = (3 \sin x)^{\cos x}$
2. $y = \dfrac{x + e^x}{x - e^x}$
6. $y = 3 \operatorname{arctg} \dfrac{x}{3} + e^{\arcsin x}$
9. $y = 7 \sin^2 x$
3. $y = 3^{\sin \frac{1}{x}}$
7. $y = \dfrac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$
10. $y = \sqrt{1 - x^2}$
4. $y = \ln\left(3x - 2 + \sqrt{9x^2 - 12x + 5}\right)$
11. $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{1 - \sin \frac{x}{2}}{\pi - x}$
12. $y = \dfrac{x^3}{36}(x+8);\ x_0 = 1$
13. $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$
14. $z = y\, e^{\frac{y}{x}}$
15. $z = 3x^2 - 4xy + 5y^2;\ A(-1;-1);\ \vec{a} = \{-3; 2\}$
16. $e^{z/x} \cos \dfrac{x}{y} = \dfrac{x}{y}$
17. $z = \operatorname{arctg} \dfrac{y}{x},\ x = e^{2t} + 1,\ y = e^{2t} - 1;\ \dfrac{dz}{dt} =?$

18. $z = y^2 - 2xy - 2;\ D:\ y = 0,\ y = 16x^2 - 4$

## Вариант 25.

1. $y = \dfrac{1 + e^x}{1 - e^x}$

2. $y = \operatorname{arctg} x \, \log_3 x$

3. $y = \sqrt{\dfrac{2x + 1}{x}}$

4. $y = \operatorname{arctg}(\ln x) + \ln(\operatorname{arctg} x)$

5. $y = -\dfrac{1}{2\sin^2 x} + \ln(\arcsin x)$

6. $y = \dfrac{\sqrt{1 - x^2}}{x} + \arcsin x$

7. $y = \dfrac{1}{(2x - 5)^5} + \dfrac{2}{\sqrt{x}}$

8. $y = (\operatorname{arctg} 2x)^x$

9. $y = (2x + 1)^{15}$

10. $y = e^{-x^2}$

11. $\lim\limits_{x \to \pi/4} \dfrac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x}$

12. $y = \dfrac{x^4 - 8x^2 - 9}{5};\ x_0 = 1$

13. $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$

14. $z = \left(xy + \dfrac{x}{y}\right)^2$

15. $z = 5x^2 + 2xy + 3y^2;\ A(-3; 2);\ \vec{a} = \{-2; 4\}$

16. $ze^z - x \ln y = \sqrt{\dfrac{x}{y}}$

17. $z = \dfrac{x^2}{y},\ x = u - 2v,\ y = v + 2u;\ \dfrac{\partial z}{\partial u} = ?,\ \dfrac{\partial z}{\partial v} = ?$

18. $z = x^2 + 2xy + y^2;\ D:\ y = x + 1,\ x = 0,\ y = 0$

# В Т О Р О Й   С Е М Е С Т Р

## КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1

### Интегральное исчисление

**Задания 1 – 8.** Вычислить интегралы.

**Задания 9, 10.** Вычислить определённые интегралы.

**Задания 11, 12.** Вычислить несобственные интегралы.

**Задание 13.** Найти площадь области, ограниченной данными кривыми.

**Задание 14.** Вычислить длину дуги кривой.

**Задание 15.** Фигура, ограниченная данными кривыми, вращается вокруг оси $OX$. Вычислить объём полученного тела вращения.

### Вариант 1.

1. $\displaystyle\int \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}}\,dx$  4. $\displaystyle\int \left(2\sin 6x + \cos\frac{x}{4}\right)dx$  7. $\displaystyle\int x\cos^2 x\,dx$

2. $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{9x+5}}$  5. $\displaystyle\int \frac{e^{\arcsin x}+x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$  8. $\displaystyle\int \frac{x^4+1}{x^3-x}\,dx$

3. $\displaystyle\int (4-3x)\,e^{-3x}\,dx$  6. $\displaystyle\int \left(\frac{2+x}{4+x^2} - \frac{3}{\sqrt{2-x^2}}\right)dx$

9. $\displaystyle\int\limits_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}\,dx$  10. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} x\sin 2x\,dx$  11. $\displaystyle\int\limits_{-1}^{1} \frac{dx}{x^3}$  12. $\displaystyle\int\limits_0^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}$

13. $y=(x-2)^2$, $y=x$  15. $y=-x^2+x$, $y=0$

14. $y=\ln\left(x^2-1\right)$, $2\leqslant x\leqslant 3$

### Вариант 2.

1. $\displaystyle\int \left(\frac{x^2}{3} - \frac{3}{x\sqrt{x}}\right)dx$  4. $\displaystyle\int (4x-1)\,e^{4x}\,dx$  7. $\displaystyle\int (x+1)\ln x\,dx$

2. $\displaystyle\int \frac{e^{2x}\,dx}{e^{2x}+1}$  5. $\displaystyle\int \left(6e^{-3x}+3\cos 2x\right)dx$  8. $\displaystyle\int \frac{3x^5+1}{x^4-1}\,dx$

3. $\displaystyle\int \frac{dx}{(1+2x)^3}$  6. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{7-x^2}+x\sqrt{7+x^2}}{\sqrt{49-x^4}}\,dx$

9. $\int\limits_0^2 \frac{x\,dx}{16+x^4}$ 10. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} x\,\cos 3x\,dx$ 11. $\int\limits_1^2 \frac{dx}{x\,\ln x}$ 12. $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x)^2}$

13. $y=4-x^2,\; y=x^2-2x$ 15. $y=5\cos x,\; y=\cos x,\; -\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$

14. $y=\ln x,\; \sqrt{3}\leqslant x\leqslant\sqrt{15}$

## Вариант 3.

1. $\int \frac{\cos x\,dx}{3+\sin^2 x}$ 4. $\int \frac{x^3-17}{x^3-4x^2+3x}\,dx$ 7. $\int \frac{\ln\left(1+x^2\right)}{x^2}\,dx$

2. $\int \left(6e^{2x}+\sin\frac{x}{2}\right)\,dx$ 5. $\int \left(\frac{4}{5x}-\frac{2}{x^3}+4\sqrt[3]{x}\right)\,dx$ 8. $\int (2+3x)\;e^{2x}\,dx$

3. $\int 2^{2x+1}\,dx$ 6. $\int \left(\frac{3x+2}{x^2-9}+\frac{3}{2\sqrt{9-x^2}}\right)\,dx$

9. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\,\sin 4x\,dx$ 10. $\int\limits_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9}+\sqrt{x}}$ 11. $\int\limits_{-1}^{1} \frac{dx}{x^4}$ 12. $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x\,\ln^3 x}$

13. $y=\sin x\,\cos^2 x,\; y=0,\; 0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$ 15. $y=-x^2+2x,\; y=0,\; x=1$

14. $y=e^x+3,\; \ln\sqrt{3}\leqslant x\leqslant\ln\sqrt{8}$

## Вариант 4.

1. $\int \frac{dx}{(3+4x)^2}$ 4. $\int (4x-2)\;\cos 2x\,dx$ 7. $\int x\;\mathrm{ctg}^2\,x\,dx$

2. $\int \left(\cos 4x+\frac{1}{e^x}\right)\,dx$ 5. $\int \left(3\sqrt{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{3x}\right)\,dx$ 8. $\int \frac{8x^5\,dx}{x^4-16}$

3. $\int \frac{3^{\frac{1}{x}}}{x^2}\,dx$ 6. $\int \left(\frac{3x+1}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{4}{x^2+4}\right)\,dx$

9. $\int\limits_0^1 x\,e^{-2x}\,dx$ 10. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 2x\;\sin 4x\,dx$ 11. $\int\limits_0^1 \frac{dx}{x^2-2x}$ 12. $\int\limits_{-\infty}^{0} \frac{dx}{4x^2+1}$

13. $y=(x+1)^2,\; y=0,\; x=0$ 15. $y=x^2,\; y^2=x$

14. $y=-\ln\cos x,\; 0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}$

## Вариант 5.

1. $\int \left(\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+x\sqrt{x}\right)\,dx$ 4. $\int \frac{\sqrt{x^2+25}+8x+2}{x^2+25}\,dx$ 7. $\int x\;\mathrm{tg}^2\,x\,dx$

2. $\int 2^{1-5x}\,dx$ 5. $\int \left(2\,\sin 6x + 4e^{\frac{x}{2}}\right)\,dx$ 8. $\int \dfrac{2x^3-1}{x^3+x}\,dx$

3. $\int \dfrac{e^x\,dx}{\sqrt{16-e^{2x}}}$ 6. $\int (4-16x)\,\sin 4x\,dx$

9. $\int\limits_0^3 \dfrac{\sqrt{x}}{1+x}\,dx$ 10. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^3 x\,dx$ 11. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \dfrac{dx}{x^2+2x+2}$ 12. $\int\limits_0^2 \dfrac{dx}{x^2}$

13. $y=\sqrt{4-x^2},\ y=0,\ 0\leqslant x\leqslant 2$ 15. $y=\sin^2 x,\ y=0,\ 0\leqslant x\leqslant \dfrac{\pi}{2}$

14. $y=\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{1}{2}\ln x,\ 1\leqslant x\leqslant e$

## Вариант 6.

1. $\int 2^x\left(5-\dfrac{2^{-x}}{\sqrt{x}}\right)\,dx$ 4. $\int \dfrac{\sqrt{25-x^2}-3x-1}{25-x^2}\,dx$ 7. $\int \ln\left(x^2+6\right)\,dx$

2. $\int x\,e^{-5x^2}\,dx$ 5. $\int \left(2\,\cos 3x + e^{-5x}\right)\,dx$ 8. $\int \dfrac{x^4+1}{x^3-x^2}\,dx$

3. $\int \sin(4x-1)\,dx$ 6. $\int (5x-2)\,\cos 10x\,dx$

9. $\int\limits_0^{\ln 5} \dfrac{e^x}{e^x+3}\,dx$ 10. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin x}{1+\cos^2 x}\,dx$ 11. $\int\limits_1^{+\infty} \dfrac{dx}{1+x+x^2}$ 12. $\int\limits_1^2 \dfrac{dx}{(x-1)^2}$

13. $y=e^x,\ y=e^{-x},\ x=1$ 15. $y=x^3+1,\ y=0,\ x=0,\ x=1$

14. $y=\dfrac{2}{3}\sqrt{x^3},\ 0\leqslant x\leqslant 3$

## Вариант 7.

1. $\int 5^{4-3x}\,dx$ 4. $\int \left(4\sqrt{x}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}+1\right)\,dx$ 7. $\int (1-6x)\,e^{2x}\,dx$

2. $\int \dfrac{\sin x\,dx}{\sqrt{2+\cos x}}$ 5. $\int \left(4\,\sin 4x - 3e^{\frac{x}{3}}\right)\,dx$ 8. $\int \dfrac{x^3+2x^2+3}{(x-1)(x-3)}\,dx$

3. $\int \sqrt{x}\,\ln x\,dx$ 6. $\int \left(\dfrac{5x+2}{\sqrt{x^2+3}}-\dfrac{1}{\sqrt{3-x^2}}\right)\,dx$

9. $\int\limits_1^e \ln x\,dx$ 10. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,\sin^3 x\,dx$ 11. $\int\limits_1^3 \dfrac{dx}{(x-3)^3}$ 12. $\int\limits_0^{+\infty} e^{-3x}\,dx$

13. $y=\sqrt{x+4},\ y=0,\ x=0$ 15. $y=3\sin x,\ y=\sin x,\ 0\leqslant x\leqslant \pi$

14. $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2},\ 0\leqslant x\leqslant 1$

## Вариант 8.

1. $\displaystyle\int \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{x}\,dx$ 4. $\displaystyle\int \frac{1+7x+\sqrt{x^2-4}}{x^2-4}\,dx$ 7. $\displaystyle\int \left(\cos\frac{x}{2}+\frac{5}{e^{2x}}\right)\,dx$

2. $\displaystyle\int \sin\left(8x+3\right)dx$ 5. $\displaystyle\int \frac{\arcsin^5 x+x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ 8. $\displaystyle\int \frac{5x^4\,dx}{(x+1)\left(x^2+4\right)}$

3. $\displaystyle\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx$ 6. $\displaystyle\int \left(3x+2\right)\,\cos 3x\,dx$

9. $\displaystyle\int\limits_0^1 \frac{x+4}{\sqrt{4-x^2}}\,dx$ 10. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x\,\sin 2x\,dx$ 11. $\displaystyle\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{2-2x+x^2}$ 12. $\displaystyle\int\limits_0^1 \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$

13. $y=0,\ y=x\sqrt{9-x^2},\ 0\leqslant x\leqslant 3$ 15. $y=e^x,\ y=0,\ x=0,\ x=1$

14. $y=\sqrt{1-x^2}+\arccos x,\ 0\leqslant x\leqslant \dfrac{8}{9}$

## Вариант 9.

1. $\displaystyle\int \frac{7x+x^2-\sqrt{x}}{x^2}\,dx$ 4. $\displaystyle\int \left(10\,\sin\frac{x}{2}+\frac{3}{e^x}\right)\,dx$ 7. $\displaystyle\int x\,\operatorname{arctg} 2x\,dx$

2. $\displaystyle\int \left(4+5x\right)^9\,dx$ 5. $\displaystyle\int \left(x-5\right)\,\sin 5x\,dx$ 8. $\displaystyle\int \frac{6x^3\,dx}{\left(x^2-1\right)(x+2)}$

3. $\displaystyle\int \frac{x+\operatorname{arctg}^3 x}{1+x^2}\,dx$ 6. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{1-x^2}+x\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1-x^4}}\,dx$

9. $\displaystyle\int\limits_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}+1}$ 10. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}\,dx$ 11. $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}$ 12. $\displaystyle\int\limits_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}$

13. $y=x^2-4x,\ y=x$ 15. $y=-x^2+2x,\ y=-x+2$

14. $y=\sqrt{1-x^2}+\arcsin x,\ 0\leqslant x\leqslant \dfrac{7}{9}$

## Вариант 10.

1. $\displaystyle\int e^x\left(\frac{e^{-x}}{\sqrt{x^3}}-8\right)\,dx$ 4. $\displaystyle\int \left(2\,\cos 6x-2e^{\frac{x}{4}}\right)\,dx$ 7. $\displaystyle\int \operatorname{arctg}\sqrt{x-1}\,dx$

2. $\displaystyle\int \frac{3}{\sqrt{5-3x}}\,dx$ 5. $\displaystyle\int \frac{3^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$ 8. $\displaystyle\int \frac{6x^5\,dx}{\left(x^2-1\right)\left(x^2+2\right)}$

3. $\displaystyle\int \frac{x\sqrt{x^2+3}-3}{x^2+3}\,dx$ 6. $\displaystyle\int \left(2-4x\right)\,\sin 2x\,dx$

9. $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$ 10. $\displaystyle\int\limits_0^{\pi} x\,\cos\frac{x}{4}\,dx$ 11. $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+5}$ 12. $\displaystyle\int\limits_0^2 \frac{dx}{(x-1)^4}$

13. $y = -x^2 + 1,\ y = x - 1$

14. $y = 2\ln\left(4 - x^2\right),\ 0 \leqslant x \leqslant 1$

15. $y = e^{1-x},\ y = 0,\ x = 0,\ x = 1$

## Вариант 11.

1. $\displaystyle\int \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2 dx$

2. $\displaystyle\int 4^{3x-1}\, dx$

3. $\displaystyle\int \frac{\ln x}{x^4}\, dx$

4. $\displaystyle\int \left(\frac{7}{5\sin^2 x} + 2\, e^{-8x}\right) dx$

5. $\displaystyle\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{x(x-3)(x-4)}\, dx$

6. $\displaystyle\int (3 - 2x)\, \cos\frac{x}{2}\, dx$

7. $\displaystyle\int x\, \mathrm{arctg}\, 2x\, dx$

8. $\displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt{2-x}}\, dx$

9. $\displaystyle\int\limits_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}$

10. $\displaystyle\int\limits_0^\pi x\, \sin\frac{x}{2}\, dx$

11. $\displaystyle\int\limits_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}$

12. $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^1 \frac{dx}{x^2 + 3}$

13. $y = \dfrac{1}{4}\, x^2,\ y = 5 - x^2$

14. $y = e^x + 13,\ \ln\sqrt{3} \leqslant x \leqslant \ln\sqrt{8}$

15. $y = \sqrt{e^x - 1},\ y = 0,\ x = 1$

## Вариант 12.

1. $\displaystyle\int \frac{(2-x)^2}{x^3}\, dx$

2. $\displaystyle\int \frac{(5 + 3\ln x)^4}{x}\, dx$

3. $\displaystyle\int \frac{4\, dx}{(2x-5)^5}$

4. $\displaystyle\int \frac{1 + 2x - \sqrt{4 - x^2}}{4 - x^2}\, dx$

5. $\displaystyle\int \left(\frac{1}{2\sin^2 x} - 4\, e^{\frac{x}{4}}\right) dx$

6. $\displaystyle\int (4x - 3)\, \cos 4x\, dx$

7. $\displaystyle\int e^{3\sqrt{x}}\, dx$

8. $\displaystyle\int \frac{2x^6}{x^4 - 1}\, dx$

9. $\displaystyle\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} - 2}$

10. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 4x\, \sin 2x\, dx$

11. $\displaystyle\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 5}$

12. $\displaystyle\int\limits_0^1 \frac{dx}{(x-1)^5}$

13. $y = \sqrt{2 - x},\ y = 0,\ x = 0$

14. $y = e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}},\ 0 \leqslant x \leqslant 2$

15. $y = e^x,\ y = 0,\ x = 0,\ x = 1$

## Вариант 13.

1. $\displaystyle\int \left(\frac{x^4}{2} - \frac{4}{\sqrt{x}}\right) dx$

2. $\displaystyle\int (4x + 1)^3\, dx$

3. $\displaystyle\int \left(2\sin 6x + e^{\frac{x}{10}}\right)\, dx$

4. $\displaystyle\int e^{-3x}\, (2 - 9x)\, dx$

5. $\displaystyle\int x^2\, \sqrt{x^3 + 5}\, dx$

6. $\displaystyle\int \left(\frac{2x+3}{x^2+9} + \frac{7}{\sqrt{x^2+9}}\right) dx$

7. $\displaystyle\int \ln(1 + 2x)\, dx$

8. $\displaystyle\int \frac{3x^4 - 2}{x^3 - x}\, dx$

9. $\int\limits_1^e x\,\ln x\,dx$ 10. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\sqrt{\sin x}\,dx$ 11. $\int\limits_1^e \frac{dx}{x\,\ln x}$ 12. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{9x^2+4}$

13. $y = x\sqrt{4-x^2},\; y=0,\; 0 \leqslant x \leqslant 2$

15. $y = \sqrt{9-x^2},\; y=0,\; x=0,\; x=1$

14. $y = 1 - \ln(\cos x),\; 0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{6}$

## Вариант 14.

1. $\int \frac{x^3\,\cos x + 7x}{x^3}\,dx$ 4. $\int \frac{1}{\cos^2 x\sqrt{\operatorname{tg}^2 x + 3}}\,dx$ 7. $\int x^3\,\operatorname{arctg} x\,dx$

2. $\int \left(\cos\frac{x}{3} - \frac{2}{e^x}\right)dx$ 5. $\int \frac{x^3-3x^2-12}{x(x-2)(x-4)}\,dx$ 8. $\int \frac{x\,\sin x}{\cos^3 x}\,dx$

3. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{4x+3}}$ 6. $\int \left(\frac{4x+2}{x^2+2} + \frac{2}{\sqrt{2-x^2}}\right)\,dx$

9. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x\,dx$ 10. $\int\limits_1^e \frac{dx}{x(1+\ln x)^2}$ 11. $\int\limits_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+8x+17}$ 12. $\int\limits_{-2}^{2} \frac{dx}{x^4}$

13. $y = x^2,\; y = 2 - x^2$

15. $y = x^2,\; y = 1$

14. $y = -\arccos\sqrt{x} + \sqrt{x-x^2},\; 0 \leqslant x \leqslant \frac{1}{4}$

## Вариант 15.

1. $\int \frac{7-4x^2\,\sin x}{x^2}\,dx$ 4. $\int (4x+5)\,e^{\frac{x}{2}}\,dx$ 7. $\int \frac{\ln x}{x^2}\,dx$

2. $\int 2^{3-4x}\,dx$ 5. $\int \left(5\sin\frac{2x}{5} + \frac{1}{e^{2x}}\right)\,dx$ 8. $\int \frac{x^5-x^3+1}{x^3-x^2}\,dx$

3. $\int \frac{x^3}{4+x^8}\,dx$ 6. $\int \frac{2\sqrt{x^2-25}+5x}{x^2-25}\,dx$

9. $\int\limits_0^1 \frac{x\,dx}{2x^2+1}$ 10. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{8}} x\,\cos 4x\,dx$ 11. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+6x+10}$ 12. $\int\limits_{-3}^{3} \frac{dx}{x^2}$

13. $y = -x^2 + 2x + 3,\; y = 2x + 2$

15. $y = x^3,\; y = \sqrt{x}$

14. $y = \sqrt{2x-x^2},\; \frac{1}{2} \leqslant x \leqslant 1$

## Вариант 16.

1. $\int \frac{dx}{8x+6}$ 4. $\int (2-x)\,e^{-x}\,dx$ 7. $\int \frac{\ln x}{x^3}\,dx$

2. $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{4-x^4}}$

5. $\displaystyle\int \left(\frac{1}{e^{2x}}+2\cos\frac{2x}{3}\right)\,dx$

8. $\displaystyle\int \frac{x^5+3x^3-1}{x^4+x^2}\,dx$

3. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x}-3x^5+1}{2x}\,dx$

6. $\displaystyle\int \left(\frac{2\sqrt{2-x^2}+4x-3}{2-x^2}\right)\,dx$

9. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 x\,dx$

10. $\displaystyle\int\limits_1^{e} \frac{dx}{x\,\left(1+\ln x\right)^2}$

11. $\displaystyle\int\limits_0^{2} \frac{dx}{1-x}$

12. $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{0} \frac{dx}{3x^2+4}$

13. $y=\sin x,\ y=x^2-\pi x$

15. $y=x,\ y=\dfrac{1}{x},\ x=2$

14. $y=\arcsin x-\sqrt{1-x^2},\ 0\leqslant x\leqslant\dfrac{3}{4}$

## Вариант 17.

1. $\displaystyle\int \frac{dx}{(5x+1)^6}$

4. $\displaystyle\int (5x+6)\,\cos 2x\,dx$

7. $\displaystyle\int 4x^3\,\operatorname{arctg} 2x\,dx$

2. $\displaystyle\int \left(6x^5-\frac{1}{x\sqrt{x}}\right)\,dx$

5. $\displaystyle\int \left(e^{10x}-\frac{10}{\sin^2 10x}\right)dx$

8. $\displaystyle\int \frac{2x^5-8x^3+3}{x^3-2x^2}\,dx$

3. $\displaystyle\int \frac{1-2\sin x}{\cos^2 x}\,dx$

6. $\displaystyle\int \left(\frac{3x+4}{x^2+36}-\frac{x}{\sqrt{36-x^2}}\right)\,dx$

9. $\displaystyle\int\limits_0^{1} \frac{x^2\,dx}{1+x^2}$

10. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\,\sin x\,dx$

11. $\displaystyle\int\limits_2^{3} \frac{dx}{\sqrt{x-2}}$

12. $\displaystyle\int\limits_0^{+\infty} \frac{dx}{9x^2+1}$

13. $y=x^2-3x,\ y=x$

15. $y=\dfrac{4}{x},\ y=0,\ x=1,\ x=4$

14. $y=1-\ln\sin x,\ \dfrac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant\dfrac{\pi}{2}$

## Вариант 18.

1. $\displaystyle\int \frac{x-2x^2\cos x}{x^2}dx$

4. $\displaystyle\int (3x-2)\,\sin 6x\,dx$

7. $\displaystyle\int \operatorname{arctg}\sqrt{x}\,dx$

2. $\displaystyle\int \frac{dx}{(2x-7)^3}$

5. $\displaystyle\int \left(\cos\frac{x}{3}+\frac{2}{\cos^2 3x}\right)\,dx$

8. $\displaystyle\int \frac{x^5-12x^3-7}{x^3+2x^2}\,dx$

3. $\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{3-\ln^2 x}}$

6. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x^2+1}-5x+3}{x^2+1}\,dx$

9. $\displaystyle\int\limits_0^{4} \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2+9}}$

10. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x\,\cos 3x\,dx$

11. $\displaystyle\int\limits_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2-4x+5}$

12. $\displaystyle\int\limits_0^{1} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$

13. $y=\dfrac{4}{x},\ y=5-x$

15. $y=x^2+1,\ y=9-x^2$

14. $y=1-\ln\left(x^2-1\right),\ 3\leqslant x\leqslant 4$

## Вариант 19.

1. $\int \left(2\sin 8x + e^{5x}\right) dx$ 4. $\int \left(5x^4 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x^2}\right) dx$ 7. $\int \ln\left(4x^2+1\right) dx$

2. $\int \frac{x^2\, dx}{\sqrt{4+x}}$ 5. $\int (2x-3)\, \cos 4x\, dx$ 8. $\int \frac{\left(20 - x^3\right)\, dx}{x(x+5)(x-4)}$

3. $\int \frac{\sin x}{2+\cos^2 x}\, dx$ 6. $\int \left(\frac{5x}{\sqrt{x^2+7}} + \frac{8x+10}{x^2-4}\right) dx$

9. $\int\limits_0^1 x\, e^{-x}\, dx$ 10. $\int\limits_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right) dx$ 11. $\int\limits_{-\infty}^0 \frac{dx}{16x^2+9}$ 12. $\int\limits_4^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-4}}$

13. $y = \frac{1}{x}$, $y = x$, $x = 2$ 15. $y = e^x$, $y = 1$, $x = 1$

14. $y = \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$, $0 \leqslant x \leqslant \frac{9}{16}$

## Вариант 20.

1. $\int \sqrt[3]{1+5x}\, dx$ 4. $\int \frac{\sqrt{25-x^2} - 3x - 1}{25-x^2}\, dx$ 7. $\int 3x^2\, \operatorname{arctg} x\, dx$

2. $\int \frac{x^2 + x\, 3^x - 3}{x}\, dx$ 5. $\int \left(2\sin^2 3x + \frac{4}{e^{4x}}\right) dx$ 8. $\int \frac{x^5 - 25x^3 - 1}{x^3+5x}\, dx$

3. $\int \frac{x^3+x}{\sqrt{x^4-9}}\, dx$ 6. $\int (4x+7)\, \sin\frac{x}{3}\, dx$

9. $\int\limits_1^e \ln x\, dx$ 10. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\, \sin^2 x\, dx$ 11. $\int\limits_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+10}$ 12. $\int\limits_0^1 \frac{x\, dx}{\sqrt{1-x^2}}$

13. $y^2 = 2x$, $x = 8$ 15. $y = x^2+1$, $y = 1$, $x = 2$

14. $y = \sqrt{x-x^2} + \arcsin\sqrt{x}$, $\frac{1}{4} \leqslant x \leqslant 1$

## Вариант 21.

1. $\int \frac{3x^3 + \sqrt{x} - 2}{x}\, dx$ 4. $\int \frac{1 - 6x - \sqrt{x^2+16}}{x^2+16}\, dx$ 7. $\int \operatorname{arctg} 2x\, dx$

2. $\int \sqrt{5x-4}\, dx$ 5. $\int (2x-5)\, \cos\frac{x}{4}\, dx$ 8. $\int \frac{1 - e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, dx$

3. $\int \left(\cos^2 5x - e^{8x}\right) dx$ 6. $\int \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 23}{(x-1)(x+1)(x-5)}\, dx$

9. $\int\limits_0^1 \frac{x^3\, dx}{x^4+1}$ 10. $\int\limits_0^3 \frac{dx}{\sqrt{25-3x}}$ 11. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}$ 12. $\int\limits_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{x\, \ln x}$

13. $y = \ln x,\ y = 0,\ x = e$ 15. $y^2 = x,\ x = 2$

14. $y = \dfrac{1}{3}\,(3 - x)\,\sqrt{x},\ 1 \leqslant x \leqslant 4$

## Вариант 22.

1. $\displaystyle\int (1-8x)^8\,dx$ 4. $\displaystyle\int \left(7x^6 - \frac{3}{x^3} + \frac{2}{3x}\right)\,dx$ 7. $\displaystyle\int 2x\,\ln(1+x)\,dx$

2. $\displaystyle\int \frac{x^2+3x}{x^2-1}\,dx$ 5. $\displaystyle\int \left(\frac{14}{\cos^2 7x} - e^{\frac{x}{4}}\right)\,dx$ 8. $\displaystyle\int \frac{4x^4+3}{x^3+x}\,dx$

3. $\displaystyle\int \frac{x+\sin\frac{1}{x}}{x^2}\,dx$ 6. $\displaystyle\int (8-3x)\,\sin 3x\,dx$

9. $\displaystyle\int\limits_0^1 \frac{x^2\,dx}{\sqrt{4-x^6}}$ 10. $\displaystyle\int\limits_0^{\pi} x\,\cos x\,dx$ 11. $\displaystyle\int\limits_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}\,dx$ 12. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x\,\ln^2 x}$

13. $y = 3 - 2x,\ y = x^2$ 15. $x^2 + y^2 = 4,\ y = 0,\ y \geqslant 0$

14. $y = \arcsin e^{-x},\ 0 \leqslant x \leqslant 1$

## Вариант 23.

1. $\displaystyle\int \frac{dx}{5-3x}$ 4. $\displaystyle\int (x+5)\,\sin\frac{x}{2}\,dx$ 7. $\displaystyle\int \ln\left(2x^2+4\right)\,dx$

2. $\displaystyle\int \frac{3x+2x^2\,\sin x}{x^2}\,dx$ 5. $\displaystyle\int \left(\frac{5}{\sin^2 10x} + 8e^{-\frac{x}{4}}\right)\,dx$ 8. $\displaystyle\int \frac{x^4+4x^2+2}{x^3+2x}\,dx$

3. $\displaystyle\int \frac{\sin x + \cos^2 x}{\cos^4 x}\,dx$ 6. $\displaystyle\int \left(\frac{4}{\sqrt{4-x^2}} + \frac{2x-5}{\sqrt{x^2+4}}\right)\,dx$

9. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\,dx}{\cos^2 x}$ 10. $\displaystyle\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\operatorname{ctg} x}{\sin^2 x}\,dx$ 11. $\displaystyle\int\limits_0^{3} \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$ 12. $\displaystyle\int\limits_0^{+\infty} e^{-2x}\,dx$

13. $y = x^2,\ y = 2\,x^2,\ x = 3$ 15. $y = 2x - x^2,\ y = 0$

14. $y = x^{\frac{3}{2}},\ 0 \leqslant x \leqslant 4$

## Вариант 24.

1. $\displaystyle\int \frac{3x^3\,5^x - 5}{x^3}\,dx$ 4. $\displaystyle\int (x-10)\,\sin 7x\,dx$ 7. $\displaystyle\int \frac{\operatorname{arctg}\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}\,dx$

2. $\displaystyle\int \frac{5\,dx}{\sqrt{1-5x}}$ 5. $\displaystyle\int \frac{2+\operatorname{tg}^5 x}{\cos^2 x}\,dx$ 8. $\displaystyle\int \frac{4x^5-1}{x^3-x}\,dx$

3. $\displaystyle\int \left(\sin\frac{x}{5} + 9e^{3x}\right)\,dx$ 6. $\displaystyle\int \frac{x\sqrt{9-x^2} - \sqrt{9+x^2}}{\sqrt{81-x^4}}\,dx$

9. $\int\limits_0^1 \frac{e^x\,dx}{1+e^{2x}}$ 10. $\int\limits_{-3}^{-1} \frac{x+3}{x^2+6x+13}\,dx$ 11. $\int\limits_0^1 \frac{\ln x}{x}\,dx$ 12. $\int\limits_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{(x+2)^3}$

13. $y=\frac{x^2}{3},\ y=4-\frac{2}{3}x^2$

14. $y=\ln\sin x,\ \frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$

15. $y=x^2,\ y=4$

### Вариант 25.

1. $\int \frac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}{x^2}\,dx$ 4. $\int \frac{x}{\sin^2 x}\,dx$ 7. $\int \ln(x+2)\,dx$

2. $\int \left(\cos\frac{x}{5}-\frac{12}{e^{3x}}\right)\,dx$ 5. $\int \frac{3x^4+3x^3+2}{x(x-1)(x+2)}\,dx$ 8. $\int \frac{x^2-4\ln^3 x}{x}\,dx$

3. $\int (4x+2)^5\,dx$ 6. $\int \left(\frac{4}{x^2-49}-\frac{x}{\sqrt{x^2+7}}\right)\,dx$

9. $\int\limits_0^4 \frac{\sqrt{x}dx}{1+\sqrt{x}}$ 10. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\,\cos x\,\sin x\,dx$ 11. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg} x\,dx$ 12. $\int\limits_e^{+\infty} \frac{dx}{x\,\ln^2 x}$

13. $y=\frac{6}{x},\ y=7-x$

14. $y=2-\arccos\sqrt{x}+\sqrt{x-x^2},\ \frac{1}{4}\leqslant x\leqslant 1$

15. $\frac{x^2}{4}+y^2=1$

## КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2

### Ряды

**Задания 1 – 4.** Исследовать сходимости знакоположительных рядов.

**Задание 5.** Исследовать сходимость знакопеременного ряда. Если он сходится, то указать, абсолютно или условно.

**Задание 6.** Найти область сходимости степенного ряда.

**Задание 7.** Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням $x$. Указать интервал, в котором это разложение имеет место.

**Задание 8.** Вычислить интеграл с точностью до 0,0001.

**Задание 9.** Разложить функцию в ряд Фурье в заданном интервале. Построить график функции и график суммы ряда Фурье.

## Вариант 1.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+1}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$

4. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,\ln^3 n}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^n}{(2n+1)^n}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n}$

7. $f(x) = \sqrt{1+\frac{x}{5}}$

8. $\int\limits_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$

9. $f(x) = x+5,\ x \in (-2;\ 2)$

## Вариант 2.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4+3}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5}\right)^n$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n\,(x-3)^n$

7. $f(x) = \frac{4}{1-x^2}$

8. $\int\limits_0^1 \cos x^2\,dx$

9. $f(x) = |x|+1,\ x \in (-\pi;\ \pi)$

## Вариант 3.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^n$

4. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,\sqrt{\ln n}}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n}{3n-1}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n\,(x+2)^n}{n}$

7. $f(x) = \frac{1}{4-x}$

8. $\int\limits_0^1 \frac{1-\cos x}{x}\,dx$

9. $f(x) = \frac{\pi - x}{2},\ x \in (-\pi;\ \pi)$

## Вариант 4.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{n(n+1)}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n\,2^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{2n}$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3n}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{n^3}$

7. $f(x) = \frac{6}{2x+3}$

8. $\int\limits_0^{0{,}25} x\,\sin 2x\,dx$

9. $f(x) = 2x+1,\ x \in (-1;\ 1)$

## Вариант 5.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n\,\sin\frac{1}{n}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

4. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,\ln^2 n}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n}}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n\,(x+1)^n$

7. $f(x)=\ln(3-x)$

8. $\int\limits_0^{0,5} \frac{\sin 2x}{x}\,dx$

9. $f(x)=\begin{cases} 0, & x\in(-\pi;\,0] \\ 2, & x\in(0;\,\pi) \end{cases}$

## Вариант 6.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{\pi}{n^2}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!\,3^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1}\right)^n$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^3}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2}}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n\,x^n}{3^n}$

7. $f(x)=\sqrt{1+5x}$

8. $\int\limits_0^{0,5} e^{-\frac{x^2}{4}}\,dx$

9. $f(x)=x+1,\ x\in(-\pi;\,\pi)$

## Вариант 7.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{2}{n}\right)^n$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n^2}$

5. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\,\ln n}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3n^2}$

7. $f(x)=2\,\cos^2 x$

8. $\int\limits_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^3}$

9. $f(x)=|x|,\ x\in(-3;\,3)$

## Вариант 8.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+2n^2+1}{(1+n^2)}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n+1}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n\,e^{-n}$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[4]{n}}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n\,\frac{n}{n+1}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{\sqrt{n}}$

7. $f(x)=\ln(1+x^2)$

8. $\int\limits_0^{0,2} \cos\left(\frac{5x}{2}\right)^2\,dx$

9. $f(x)=x-1,\ x\in(-1;\,1)$

## Вариант 9.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n+3}{n^3+5n+1}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{8^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{2n}{4n+3}\right)^n$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{5}{\sqrt{n^3}}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n\,5^n}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n}(x-4)^n$

7. $f(x) = \dfrac{1}{1-x^4}$

8. $\int\limits_0^{0,4} \dfrac{\ln(1+x^2)}{x}\,dx$

9. $f(x) = x,\ x \in (-5;\ 5)$

## Вариант 10.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n^3+2}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{7^n}{n\,3^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{n+1}{n}\right)^{n^2}$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{9+n^2}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n!}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-3)^n}{n^2}$

7. $f(x) = \dfrac{x}{1+x^3}$

8. $\int\limits_0^{1} \sin x^3\,dx$

9. $f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (-\pi;\ 0] \\ -1, & x \in (0;\ \pi) \end{cases}$

## Вариант 11.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n\sqrt{n+2}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{n!}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n} \left(\dfrac{3n+2}{2n+1}\right)^n$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{7}{n\sqrt[3]{n}}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\dfrac{\pi}{n}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n\,x^n}{n+1}$

7. $f(x) = x\,e^{3x}$

8. $\int\limits_0^{1} \dfrac{\sin x^2}{x}\,dx$

9. $f(x) = 1-x,\ x \in (-\pi;\ \pi)$

## Вариант 12.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt[3]{n+2}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n}{5^n}$

3. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \left(\dfrac{\ln n}{n}\right)^n$

4. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{1}{n\,\ln^5 n}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n^2+2}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{2^n\sqrt{n}}$

7. $f(x) = \ln(1+2x)$

8. $\int\limits_0^{0,5} \sin 4x^2\,dx$

9. $f(x) = 2|x|,\ x \in (-\pi;\ \pi)$

## Вариант 13.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+3}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^n}$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^4}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt{n}\,(x+2)^n$

7. $f(x) = \frac{1}{1-x^3}$

8. $\int\limits_0^{0,4} e^{-\frac{3x^2}{4}}\,dx$

9. $f(x) = \begin{cases} -x, & x \in (-\pi;\,0] \\ 0, & x \in (0;\,\pi) \end{cases}$

## Вариант 14.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^3+1}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n\,2^n}{3^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{2n+1}\right)^{3n}$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{2}{n+1}\right)^{n}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n!}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n\,(x-2)^n}{n+1}$

7. $f(x) = \sin\frac{x^3}{2}$

8. $\int\limits_0^{0,2} \frac{1-e^{-x}}{x}\,dx$

9. $f(x) = 2x+3,\ x \in (-\pi;\,\pi)$

## Вариант 15.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{n+1}\right)^{n}$

4. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,\ln^4 n}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arcsin\frac{1}{n^2}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{2^n}$

7. $f(x) = \sqrt[5]{1+x^2}$

8. $\int\limits_0^{0,1} \frac{\ln(1+2x)}{x}\,dx$

9. $f(x) = 3-x,\ x \in (-3;\,3)$

## Вариант 16.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^3+n+7}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$

4. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,\ln^{3/2} n}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^3}}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{n}}$

7. $f(x) = \sqrt[4]{16-x}$

8. $\int\limits_0^{0,5} \cos\sqrt{x}\,dx$

9. $f(x) = \begin{cases} 4, & x \in (-3;\,0] \\ 2, & x \in (0;\,3) \end{cases}$

## Вариант 17.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$

4. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[3]{\ln n}}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{\sqrt{n+1}}$

7. $f(x) = x^2 \sin x$

8. $\int\limits_0^{1/3} \sqrt{1+x^3}\, dx$

9. $f(x) = \begin{cases} -2, & x \in (-\pi;\ 0] \\ 3, & x \in (0;\ \pi) \end{cases}$

## Вариант 18.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n\,3^n}{2^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+2}\right)^{2n}$

4. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[5]{\ln n}}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2}}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n(n+1)}$

7. $f(x) = \frac{e^{3x}-1}{x}$

8. $\int\limits_0^{0{,}5} \cos 4x^2\, dx$

9. $f(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-2;\ 0] \\ 3, & x \in (0;\ 2) \end{cases}$

## Вариант 19.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+n^2+1}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n!}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-3}{3n+1}\right)^{n}$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{25}{n^2\sqrt{n}}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n\,3^n}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n\sqrt{n}}$

7. $f(x) = \sqrt[3]{1+2x}$

8. $\int\limits_0^{0{,}5} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2}\, dx$

9. $f(x) = x+2,\ x \in (-1;\ 1)$

## Вариант 20.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3+n}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n}$

4. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,\ln^6 n}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n\,x^n}{\sqrt{n}}$

7. $f(x) = \sqrt{9+x}$

8. $\int\limits_0^{0{,}2} \sin 5x^2\, dx$

9. $f(x) = \begin{cases} 5, & x \in (-\pi;\ 0] \\ -1, & x \in (0;\ \pi) \end{cases}$

## Вариант 21.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{\sqrt{2^n}}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^3+1}{4n^3+2n}\right)^{2n}$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+3}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{3^n}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n}$

7. $f(x) = \frac{\ln\left(1+x^2\right)}{x^2}$

8. $\int\limits_0^{0{,}5} \sqrt{1+x^4}\, dx$

9. $f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-1;\, 0] \\ x, & x \in (0;\, 1) \end{cases}$

## Вариант 22.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+4n^2+1}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!\, 4^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-2}{3n-1}\right)^{n}$

4. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+6}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n}$

7. $f(x) = \ln\left(x^3+1\right)$

8. $\int\limits_0^{1} \frac{1-e^{-x^2}}{x^2}\, dx$

9. $f(x) = |x|,\ x \in (-1;\, 1)$

## Вариант 23.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{n^4+3}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n\,(n+1)}{n!}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2+1}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+2}{n+1}\right)$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n\, x^n}{n!}$

7. $f(x) = 1 - \cos 2x$

8. $\int\limits_0^{1} \frac{1}{x} \sin\frac{x}{4}\, dx$

9. $f(x) = x - 2,\ x \in (-3;\, 3)$

## Вариант 24.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+4)}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{10^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3}\right)^{2n}$

4. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln n}}{n}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+1}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n!}$

7. $f(x) = \frac{1}{2+x}$

8. $\int\limits_0^{0{,}2} e^{-3x^2}\, dx$

9. $f(x) = 3 - x,\ x \in (-2;\, 2)$

**Вариант 25.**

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n(n+2)}}$

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3^n\, n^2}{10^n}$

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1+\dfrac{1}{2n}\right)^{3n}$

4. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{5}{n\,\sqrt{n}}$

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n\, \dfrac{n+1}{n!}$

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n\, x^n}{n!}$

7. $f(x)=\dfrac{\ln(1+4x)}{x}$

8. $\int\limits_0^{0{,}3} e^{-2x^2}\, dx$

9. $f(x)=3x-1,\ x\in(-4;\ 4)$

# П Р И Л О Ж Е Н И Я

## Приложение 1.

Таблица преобразований графика функции

| Функция | Преобразование, которое следует провести с графиком функции $y = f(x)$ |
|---|---|
| $f(x) + b,\ b \neq 0$ | $b > 0\ \Rightarrow$ сдвиг вверх на $b$ единиц<br>$b < 0\ \Rightarrow$ сдвиг вниз на $\lvert b\rvert$ единиц |
| $f(x + a),\ a \neq 0$ | $a > 0\ \Rightarrow$ сдвиг влево на $a$ единиц<br>$a < 0\ \Rightarrow$ сдвиг вправо на $\lvert a\rvert$ единиц |
| $kf(x),\ k > 0,\ k \neq 1$ | $k > 1\ \Rightarrow$ растяжение в $k$ раз вдоль оси $Oy$<br>$0 < k < 1\ \Rightarrow$ сжатие в $\frac{1}{k}$ раз вдоль оси $Oy$ |
| $f(kx),\ k > 0,\ k \neq 1$ | $k > 1\ \Rightarrow$ сжатие в $k$ раз вдоль оси $Ox$<br>$0 < k < 1\ \Rightarrow$ растяжение в $\frac{1}{k}$ раз вдоль оси $Ox$ |
| $f(-x)$ | симметричное отражение относительно оси $Oy$ |
| $-f(x)$ | симметричное отражение относительно оси $Ox$ |
| $\lvert f(x)\rvert$ | 1) всё, что ниже оси $Ox$ симметрично отражается наверх;<br>2) всё, что выше оси $Ox$ (включая точки на оси), остаётся |
| $f(\lvert x\rvert)$ | 1) всё, что левее оси $Oy$, исчезает;<br>2) всё, что правее оси $Oy$ (включая точку на оси), остаётся;<br>3) правая часть симметрично относительно оси $Oy$ отражается налево |

## Приложение 2.

Некоторые формулы элементарной математики

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\quad a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $\quad a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $\quad a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$\dfrac{1}{x^n} = x^{-n}$ $\quad \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$ $\quad \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$

$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$ $\quad a^c \cdot b^c = (ab)^c$ $\quad \left(a^b\right)^c = a^{bc}$

$\dfrac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$ $\quad \dfrac{a^c}{b^c} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^c$

$\log_a 1 = 0$ $\quad \log_a a = 1$ $\quad \log_a \dfrac{1}{a} = -1$

$\lg x \equiv \log_{10} x$ $\quad \ln x \equiv \log_e x$ $\quad e \approx 2,7$

$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ $\quad \log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

$\log_a b^p = p \log_a b$ $\quad \log_{a^q} b = \dfrac{1}{q} \log_a b$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\quad \operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ $\quad \operatorname{ctg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$

$\operatorname{tg}^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x} - 1$ $\quad \operatorname{ctg}^2 x = \dfrac{1}{\sin^2 x} - 1$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $\quad \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ $\quad \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$

$\sin x \cos y = \dfrac{1}{2}\left(\sin(x-y) + \sin(x+y)\right)$ $\quad \sin 2x = 2 \sin x \cos x$

$\cos x \cos y = \dfrac{1}{2}\left(\cos(x-y) + \cos(x+y)\right)$ $\quad \cos^2 x = \dfrac{1 + \cos 2x}{2}$

$\sin x \sin y = \dfrac{1}{2}\left(\cos(x-y) - \cos(x+y)\right)$ $\quad \sin^2 x = \dfrac{1 - \cos 2x}{2}$

**Приложение 3.**

Таблица эквивалентностей при $x \to 0$

| | | |
|---|---|---|
| $\sin x \sim x$ | $\arcsin x \sim x$ | $e^x - 1 \sim x$ |
| $\operatorname{tg} x \sim x$ | $\operatorname{arctg} x \sim x$ | $a^x - 1 \sim x \ln a$ |
| $\ln(1+x) \sim x$ | $1 - \cos x \sim \dfrac{x^2}{2}$ | $(1+x)^m - 1 \sim m\,x$ |
| $\log_a(1+x) \sim \dfrac{x}{\ln a}$ | | $\sqrt[n]{1+x} - 1 \sim \dfrac{x}{n}$ |

**Приложение 4.**

Таблица эквивалентностей при $x \to a$,

$\lim\limits_{x\to a} \varphi(x) = 0$ ($a$ — число или символ $\infty$)

| | | |
|---|---|---|
| $\sin\varphi(x) \sim \varphi(x)$ | $\arcsin\varphi(x) \sim \varphi(x)$ | $e^{\varphi(x)} - 1 \sim \varphi(x)$ |
| $\operatorname{tg}\varphi(x) \sim \varphi(x)$ | $\operatorname{arctg}\varphi(x) \sim \varphi(x)$ | $a^{\varphi(x)} - 1 \sim \varphi(x)\ln a$ |
| $\ln(1+\varphi(x)) \sim \varphi(x)$ | $1 - \cos\varphi(x) \sim \dfrac{\varphi^2(x)}{2}$ | $(1+\varphi(x))^m - 1 \sim m\,\varphi(x)$ |
| $\log_a(1+\varphi(x)) \sim \dfrac{\varphi(x)}{\ln a}$ | | $\sqrt[n]{1+\varphi(x)} - 1 \sim \dfrac{\varphi(x)}{n}$ |

**Приложение 5.**

Таблица производных

| | | |
|---|---|---|
| $(c)' = 0$ ($c$ — число) | $x' = 1$ | $\left(x^2\right)' = 2x$ |
| $(x^n)' = n\,x^{n-1}$ | $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ | $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$ |
| $(e^x)' = e^x$ | $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$ | $(\sin x)' = \cos x$ |
| $(a^x)' = a^x \ln a$ | $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x\ln a}$ | $(\cos x)' = -\sin x$ |
| $(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ | $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ | $(\operatorname{arctg} x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$ |
| $(\operatorname{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$ | $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ | $(\operatorname{arcctg} x)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$ |
| $(u+v)' = u' + v'$ | $(u-v)' = u' - v'$ | $(c\,u)' = c\,u'$ (с — число) |
| $(uv)' = u'v + uv'$ | $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$ | |

**Приложение 6.**

Таблица интегралов

$$\int 0\,dx = C \qquad \int dx = \int 1\,dx = x + C$$

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C \qquad \int x\,dx = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$$

$$\int e^x\,dx = e^x + C \qquad \int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + C \qquad \int \sin x\,dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C \qquad \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\,\operatorname{arctg}\frac{x}{a} + C \qquad \int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\,\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+k}} = \ln\left|x+\sqrt{x^2+k}\right| + C \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C$$

$$\int F'(x)\,dx = \int d\,(F(x)) = F(x) + C$$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du \qquad \int\limits_a^b u\,dv = uv\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du$$

**Приложение 7.**

Таблица дифференциалов

$$d(f(x)) = (f(x))'\,dx$$

| | | |
|---|---|---|
| $d(a) = 0 \quad (a$ — число$)$ | $dx = d(x+a)$ | $dx = d(x-a)$ |
| $dx = -d(-x)$ | $dx = \dfrac{1}{b}\,d(b\,x)$ | $dx = b\,d\left(\dfrac{x}{b}\right)$ |
| $x^n dx = \dfrac{1}{n+1}\,d(x^{n+1})$ | $\dfrac{dx}{x} = d\,(\ln x)$ | $dx = \dfrac{1}{a}\,d(ax+b)$ |
| $xdx = \dfrac{1}{2}\,d(x^2)$ | $\dfrac{dx}{x^2} = -d\left(\dfrac{1}{x}\right)$ | $\dfrac{dx}{\sqrt{x}} = 2\,d\,(\sqrt{x})$ |
| $e^x dx = d\,(e^x)$ | $\cos x\,dx = d(\sin x)$ | $\dfrac{dx}{\cos^2 x} = d\,(\operatorname{tg} x)$ |
| $a^x dx = \dfrac{1}{\ln a}\,d\,(a^x)$ | $\sin x\,dx = -d(\cos x)$ | $\dfrac{dx}{\sin^2 x} = -d\,(\operatorname{ctg} x)$ |
| $\dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = d(\arcsin x)$ | $\dfrac{dx}{1+x^2} = d(\operatorname{arctg} x)$ | |
| $\dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = -d(\arccos x)$ | $\dfrac{dx}{1+x^2} = -d(\operatorname{arcctg} x)$ | |

**Приложение 8.**

Таблица разложений функций в ряд Тейлора

$$\begin{aligned}
e^x &= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots, \quad |x| < \infty,\\
\sin x &= \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots + (-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots,\\
&\qquad |x| < \infty,\\
\cos x &= \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots + (-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!} + \ldots, \quad |x| < \infty,\\
\ln(1+x) &= \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + \ldots,\\
&\qquad -1 < x \leqslant 1,\\
\ln(1-x) &= -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n} = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \ldots - \frac{x^n}{n} - \ldots, \quad -1 \leqslant x < 1,\\
\frac{1}{1+x} &= \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^n = 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots + (-1)^n x^n + \ldots, \quad |x| < 1,\\
\frac{1}{1-x} &= \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots + x^n + \ldots, \quad |x| < 1,\\
(1+x)^m &= 1 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-n+1)}{n!}\,x^n =\\
&= 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!}\,x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}\,x^3 + \ldots\\
&\ldots + \frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-n+1)}{n!}\,x^n + \ldots, \quad m \in \mathbb{R},\ |x| < 1.
\end{aligned}$$

## Рекомендуемая литература


1. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс. Издательство Айрис-пресс, 2013.

2. Шипачёв В. С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство Юрайт, 2013.

3. Шипачёв В. С. Начала высшей математики. Издательство Лань, 2013.

## Содержание